

F. Câmpan. Despre originea teoremei lui Pitagora. Gaz. mat., București, 42, 410-413.

Verf. gibt eine kurze Zusammenfassung des Aufsatzes von O. Neugebauer: Zur Geschichte des Pythagoräischen Lehrsatzes (Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, math.-phys. Kl. 1928, 45-48; F. d. M. 54, 10). J. E. Hofmann.

L. C. Karpinski. Is there progress in mathematical discovery and did the Greeks have analytic geometry? Isis, Bruges, 27, 46-52.

Zu den Ausführungen von Coolidge (Osiris, Bruges, 1 (1936), 231-250; F. d. M. 62, 5) über das Wesen der analytischen Geometrie wird ergänzend festgestellt, daß die Einführung algebraischer Methoden in geometrische Probleme das Wesentliche ist. Daß mit der analytischen Geometrie ein Mittel geschaffen wurde, um Kurveneigenschaften zu finden und zu erforschen (allerdings noch nicht bei Descartes), möchte Ref. noch hinzufügen. Verf. betont mit Recht, daß überhaupt kein Teilgebiet der Mathematik auf einmal entstanden ist, daß also auch der Genius auf dem aufbaut, was andere vor ihm geleistet haben. So müßten auch die nichtgriechischen antiken Leistungen als wissenschaftlich im höchsten Sinn angesprochen werden, da sie die ersten Grundlagen schufen. — Von einem (S. 47 behaupteten) Zusammenhang der griechischen Kegelschnittlehre mit ägyptischen Leistungen kann wohl keine Rede sein; anders bei den Babyloniern, deren „algebraische“ Lösungsformeln der Gleichungen zweiten Grades von den Griechen ins Geometrische übersetzt wurden. Vogel.

M. Dehn. Beziehungen zwischen der Philosophie und der Grundlegung der Mathematik im Altertum. Quell. Stud. Geschichte Math., Astron., Phys. B4, 1-28.

Die Anfänge der mathematischen Systembildung in Griechenland sind trotz eingehender Forschungen der letzten Jahre in ein sich nur langsam lichterndes Dunkel gehüllt, sowohl was den Zeitpunkt als auch vor allem die inneren Ursachen anlangt für die gegenüber früher völlig andersgeartete Betrachtung mathematischer Dinge. Verf. sucht vom Philosophischen her weitere Aufklärung zu bringen, wobei eingehend die Bedeutung von Platon, Aristoteles und Archimedes für die Bildung des mathematischen Systems untersucht wird. Die Vermutung, daß die vorplatonischen Elemente nur eine Sammlung von wichtigen Sätzen gewesen seien, und daß man sich erst seit Platon und Aristoteles mit der Grundlegung (Definitionen, Axiome) befaßt habe, ist abzulehnen. Zeigt doch schon das Hippokratesfragment (um 450 v. Ch.) eine auf einer *ἀρχή* aufgebaute Beweisführung. Vogel.

C. A. Doxiadis. Ordnung und Gestaltung im griechischen Städtebau. S. B. Berliner math. Ges. 86, 46-49.

Versucht die Gesamtanlage altgriechischer Städte verständlich zu machen aus der zentralperspektiven Bildwirkung auf den Wanderer, der durchs Tor eintritt. Wesentlich für den Grundriß sind gewisse ganzzahlige Streckenverhältnisse und einfache Teilungen des Gesichtskreises in gleiche Sehwinkel. J. E. Hofmann.

C. Baudoux. Une édition polyglotte orientale des éléments d'Euclide: La version arabe d'Ishâq et ses dérivées. Archeion, Roma, 19, 70-71.

Ankündigung einer Erstausgabe (mit lateinischer Übersetzung) der arabischen Übersetzung der Elemente von Euklid durch Ishâq (9. Jahrhundert). Da diese ziemlich wörtlich ist, wird man aus ihr Schlüsse auf den Urtext ziehen können. Für später ist eine Veröffentlichung des arabischen Textes sowie der von ihm herrührenden lateinischen, hebräischen, persischen und armenischen Übersetzungen beabsichtigt. Vogel.

Ein Werk Tabit b. Qurra's über ebene Sonnenuhren. Herausgegeben, übersetzt und erläutert von K. Garbers. IV + 80 S. Quell. Stud. Geschichte Math., Astron., Phys. A 4.

Ausgehend von Sonderfällen, wie der Horizontaluhr, der Mittagsuhr usw. steigt Tabit zur Berechnung der antiken ebenen Sonnenuhr für den allgemeinen Fall der beliebig gestellten Uhrebene auf. In bezug auf jede Uhrebene, als Grundebene wird die Stellung der Sonne in sphärischen Polarkoordinaten aus φ, δ, t bestimmt. Dann wird der Schatten der Gnomonspitze, d. i. der Stundenpunkt auf der Uhrebene, in ebenen Polar- und rechtwinkligen Koordinaten als Funktion der genannten Veränderlichen ausgerechnet. Durch Transformationsformeln geht Tabit von einem zum anderen Uhrsystem über.

Diese älteste uns bisher erschlossene arabische Sonderschrift über die Berechnung von Sonnenuhren ist ebenso bedeutungsvoll für die Geschichte des Koordinatenbegriffs wie für diejenige der Trigonometrie. Durch die sorgfältige Textausgabe und Übersetzung hat Verf. diesen Teil der wertvollen Stambuler Handschrift Köprülü 948 einwandfreier zugänglich gemacht, als es dem rührigen und verdienstvollen Karl Schoy bei den von ihm bearbeiteten Texten möglich war. In seiner Einleitung und den Erläuterungen geht Verf. auch auf die Frage ein, wie Tabit seine unbewiesen mitgeteilten Formeln abgeleitet habe. Ref. bezweifelt, daß Tabit mit dem sphärischen Sinussatz arbeitete, und hat seine Auffassung, ebenso wie die Übereinstimmungen dieser Schrift des Tabit mit derjenigen des Ptolemäus „Über das Analemma“ in einer besonderen Untersuchung dargelegt (vgl. die folgende Besprechung). Luckey.

P. Luckey. Tabit b. Qurra's Buch über die ebenen Sonnenuhren.

Quell. Stud. Geschichte Math., Astron., Phys. B4, 95-148.

Diese für die Geschichte der Trigonometrie bedeutsame Arbeit, aus der man auch erkennt, welche Rolle der Sphärik und Gnomonik für die Entwicklung des Koordinatengebrauchs zukommt, knüpft an das erst kürzlich von Garbers herausgegebene Werk von Tabit b. Qurra an (vgl. die vorstehende Besprechung), dessen wesentlicher mathematischer Inhalt eingehend untersucht wird. Es handelt sich dort hauptsächlich darum, aus Stundenwinkel und Deklination der Sonne für einen gegebenen Ort die sphärischen Sonnenkoordinaten in bezug auf eines der sieben „Uhrsysteme“ zu berechnen, sowie um die Bestimmung des Ortes des Gnomonschattens. Da es dem Verf. darum zu tun ist, festzustellen, wie Tabit die beweislos gegebenen Formeln gefunden haben mochte, untersucht er eingehend die Schrift des Ptolemäus „Über das Analemma“, wobei eine Reihe von Irrtümern, besonders bei der Beurteilung der verwendeten Methoden, die sich im Anschluß an Delambre, v. Braunmühl und Zeuthen festgesetzt haben, richtig gestellt werden. Für Tabit zeigt sich, daß alle Formeln — wie bei Ptolemäus — nach der direkten, darstellend-geometrischen Methode abgeleitet werden konnten.

In einem Abschnitt, der die Geschichte des sphärischen Sinussatzes behandelt, wird mit guten Gründen die Ansicht vertreten, daß dieser weit später, als es gewöhnlich geschieht, angesetzt werden muß. Ein Kapitel über „Fachausdrücke, Text, Übersetzung“, in dem verschiedene Verbesserungsvorschläge gegenüber der Darstellung bei Garbers gemacht werden, beschließt die schöne und gründlich belegte Arbeit. Vogel.

M. Krause. Die Sphärik von Menelaos aus Alexandrien in der Verbesserung von Abū Nasr Mansūr b. 'Alī b. 'Irāq. Mit Untersuchungen zur Geschichte des Textes bei den islamischen Mathematikern. VII + 254 S. + 110 S. arab. Text + 7 Taf. Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Phil.-hist. Kl. (3) 17 (1936). Diss. Univ. Hamburg.

Der Fürst Abū Naṣr (um 1000), ein schöpferischer Mathematiker, den sein Schüler und Landsmann al-Bīrūnī als den wahren Entdecker des sphärischen Sinussatzes rühmt, ist ein Sproß aus dem alten Geschlecht der Herrscher von Hwārizm. Die arabische Eroberung dieses sehr alten arischen Staates am fruchtbaren Unterlauf des Amū-Daryā zerstörte nach al-Bīrūnī grausam die Kultur des Volkes, aus dem auch der Verfasser der ersten arabischen geschriebenen Algebra hervorging. Noch al-Bīrūnī sprach das Hwārizmische, eine arische Sprache, als Muttersprache.

Die letzte Ausgabe der uns griechisch nicht erhaltenen Sphärik des Menelaos war bisher die 1758 in Oxford gedruckte Ausgabe von Halley, der hauptsächlich eine hebräische Übersetzung zugrunde legte. Björnbo's vorzügliche mathematik- und textgeschichtliche Analyse des Inhalts (A. A. Björnbo, Studien über Menelaos' Sphärik, Leip-

zig 1902; F. d. M. 88, 62) machte den Wunsch nach einer Untersuchung der arabischen Ausgaben fühlbar, auf die die lateinischen und hebräischen Handschriften zurückgehen. Hier haben wir nun eine nach modernen philologischen Grundsätzen hergestellte kritische Ausgabe, wie sie leider erst für sehr wenige arabische mathematische und astronomische Texte unternommen wurde. Der Verf. hat nicht nur diejenige arabische Ausgabe in Text und Übersetzung zugänglich gemacht, die nach seiner Erklärung der besten (bisher nicht aufgefundenen) arabischen Übersetzung am nächsten steht, sondern hat auch in verdienstvoller, umfangreicher Arbeit neben der lateinischen des *Gerhard von Cremona* besonders andere arabische Ausgaben und die hebräische verglichen und eine große Zahl von Textabweichungen in Übersetzung und zum Teil auch in der Textsprache mitgeteilt. Auch hat er über die Verfasser dieser Ausgaben zuverlässige und zum Teil neue Nachrichten gesammelt und in Ausführungen zur Textgeschichte die Abhängigkeitsverhältnisse der Ausgaben untersucht. Wenn der Verf. selbst seine Arbeit als „rein philologischer Natur“ bezeichnet, so ist dazu zu sagen, daß er ohne ein für einen Sprachgelehrten ungewöhnliches Verständnis des mathematischen Inhalts seinen Text weder zu lesen noch zu übersetzen sich hätte zutrauen können. Es liegt aber im Sinne des Verf., der „alles für die Mathematikgeschichte wichtige Material zusammenstellen“ wollte, wenn nun die eigentlichen Mathematiker auch die Textgeschichte durch sachliche Inhaltsbeurteilung ergänzen. Diese inhaltliche Beurteilung wird u. a. dazu beitragen müssen, den ursprünglichen *Menelaos*text von den etwaigen griechischen und vor allem von den arabischen Hinzufügungen zu scheiden.

Im dritten Buch, das Ref. einer eingehenderen Durchsicht unterzogen hat, heben sich als arabischen Ursprungs zunächst einmal alle die Stellen heraus, in welchen zu den alten Beweisen der Lehrsätze neue Beweise mit Hilfe des „Ersatztheorems“, d. i. des sphärischen Sinussatzes, treten. Dieses Theorem erspart Lehrsätze (74, 3: „Hierfür braucht man wie für das Vorhergehende im Beweis keinen besonderen Lehrsatz, wenn man die Kenntnis des Ersatztheorems schon hat“). Immer wieder kann man auf dasselbe zurückgreifen. „Denn es ist wie ein Ort der Rückkehr“ (73, 18; so nannten die Muslime auch das Paradies). Man spürt die Freude des Schöpfers, und dieser wird *Abū Naṣr* selbst sein. — Als ein Prüfstein der Geister hat sich der Satz III, 5 erwiesen, der bekanntlich noch *Regiomontanus* zu schaffen machte. Die von *Menelaos* unbewiesene benutzte Invarianz des zusammengesetzten Verhältnisses (Doppelverhältnisses) perspektiver Punktwürfe beweist *Abū Naṣr* durch die höchst moderne, mit Hilfe des Sinussatzes vollzogene Zurückführung auf das Doppelverhältnis der Sinusse der Winkel am Scheitel des Büschels. Wie im Sinussatz liegen hier Keime zu den Prinzipien der Dualität und der Reziprozität. Hier steht *Abū Naṣr* auf einsamer Höhe. *Tūsī*, der 2½ Jahrhunderte später rühmt, *Abū Naṣr* habe ihm über die Schwierigkeit von III, 5 ein Licht aufgesetzt (S. 66), fällt, soweit man das nach den dargebotenen Auszügen beurteilen kann, in den Fehler des *Harauī* zurück: Er erklärt die einfachen Verhältnisse für invariant. — Einen Komplex von Hinzufügungen haben die Stellen (84, 2-3; 86, 21) ausgelöst, an denen *Menelaos* für den Beweis gewisser trigonometrischer Ungleichungen auf ein eigenes Werk verweist, dessen Titel der Verf. unter Betonung der Unsicherheit mit *Steinschneider* durch „Buch der bogenartigen Figuren“ übersetzt. Diese Übersetzung hält Ref. für unzutreffend, die Übersetzung „der regelmäßigen Figuren“ aber für irreführend, da regelmäßige Vielecke im modernen Sinne des Wortes nicht gemeint sein können. Ref. möchte annehmen, daß ein griechisches κανονικὸν θεωρημα zugrunde liegt, und das wären Lehrsätze, die zu astronomischen Tafeln (κανόνες) gehören. Hierzu paßt sowohl der Inhalt dieser Sätze wie auch die Hinzufügung (84, 3): „nämlich von der Astronomie“. Wenn der arabische Übersetzer κανονικὸς durch *qiyāsī* wiedergab, hat er vielleicht die oben genannte spezielle Bedeutung des Wortes, die bei *Vettius Valens* belegt ist, nicht erkannt und an die allgemeine Bedeutung *kanonisch* = auf eine Regel bezüglich gedacht. Anziehend sind nun die eigenen Beweise, die der Bearbeiter, wohl wieder *Abū Naṣr* selbst, an Stelle der auch ihm nicht mehr vorliegenden Beweise des Werks über die kanonischen Lehrsätze bringt, darunter die Zurückführung der Sätze III, 15 und III, 17 auf III, 14 durch eine originelle Art der Abbildung der neuen Figur auf die alte (88, 14 ff. und 93, 8 ff.).

Die deutsche Übersetzung ist meist sehr wörtlich. „a:b verbunden mit der Wieder-

holung“ (72, 4) oder „a:b verdoppelt durch die Wiederholung“ (76, 1) bedeutet (a:b)². Dagegen sagt Verf. statt „a:b in der Kraft“ (74, 8) sinngemäß: „a:b im Quadrat“. Zu begrüßen ist, daß er stellenweise die zugrunde liegenden griechischen Worte ermittelt hat. Ein sowohl in griechischen wie in arabischen mathematischen Texten sachlich und sprachlich bewandelter Forscher müßte aus Sprache und Darstellungsweise weitere Anhaltspunkte zur Scheidung der griechischen Teile von arabischen Zutaten gewinnen. Vorderhand wäre für die systematische Aufsuchung der den arabischen Ausdrücken entsprechenden griechischen Ausdrücke, wie überhaupt für die mathematik-historische ebenso wie für die philologische Untersuchung die Anlage eines mit Stellen-nachweis versehenen Index der Fachwörter nötig, für den der Verf. der berufene Mann wäre. Die arabische mathematische Sprache ist nicht so wie die griechische erforscht und macht manchmal wegen der Mehrdeutigkeit des Wortsinns oder der Schrift Schwierigkeiten. Der Fernerstehende darf es deshalb auch nicht falsch deuten, wenn Ref. nunmehr aus dem Verständnis des mathematischen Inhalts heraus zu einigen Stellen, die überwiegend aus dem dritten Buch gegriffen sind, Verbesserungen vorschlägt, soweit ihm dies ohne Einblick in die Handschrift möglich erscheint.

Wenn (bei primitiven topologischen Vorstellungen) von den beiden Seiten eines Punktes (oder, wie 62, 8, eines Abschnitts) auf einer Linie oder von den beiden Seiten einer Linie auf einer Fläche gesprochen wird, so ist das betreffende Wort (*ḡha*) mit Seite, nicht mit Richtung zu übersetzen (z. B. 6, 14; 104, 16: „nach der Seite, nach der die Neigung vorhanden ist“; 104, 17: „also fällt das vom Punkte N zur Fläche ABGD gehende Lot nach derselben Seite des Durchmessers HET wie A“ (ich lese *min* statt *na'a*); 97, 22: „hier auf der Nordseite“, d. h. auf der nördlichen Halbkugel der Erde). Man vergleiche den entsprechenden Gebrauch von *ḡha* in *Tūsī*s Ausgabe von *Euklids Elementen*. — 60, 21 liegt nicht, wie 75, 4-5 des vorliegenden Textes und VI, 9 von *Tūsī*s Ausgabe der *Elemente* eine mittlere, sondern eine eingeschaltete Proportionale vor, d. h. die Verwandlung von a:b in (a:c) · (c:b). — 65, 18 nicht: „Beweisarten“ sondern: „ohne langes Reden und langes Sich-anschieken zum Beweis“. Er meint, daß die *Kataskenē*, d. h. die zum Beweis nötige Hilfskonstruktion, wegfällt. Der lange Satz kommt vielleicht am einfachsten dadurch in Ordnung, daß man 65, 16 vor *araja* das *wa* streicht: „dann weiß er, daß, wenn in den Dreiecken ... ist, er sofort ... weiß (d. h. schließen kann), daß ...“. — 71, 24-72, 2: „Ebenso ist die Sache bei der zweiten Figur, und alles, worauf wir bei den beiden Figuren des *Menelaos* hinwiesen (ist ebenso). Also ist das Verhältnis des Sinus von LB ...“. Statt *kullamā* lese ich *kullu mā* (oder *kulli mā*: „und bei allem, worauf wir ...“) und statt *bi* lese ich *ja*. — I, 18: „... und mit der Abgrenzung (d. h. Bildung der Definitionen), welche bei (Befolgung) der direkten Methode in bezug auf sie nötig ist, dargestellt“. — 2, 1 schärfer: „damit sich (nur) die eine dreieckige Fläche ergebe“. Ließe man nämlich auch Bögen $\geq 180^\circ$ als Seiten und Außenwinkel als Winkel zu, so würde keine Eindeutigkeit erzielt. — 4, 9; 4, 10: „mit dem Abstand von G, von A“. — 63, 6: „so sei ...“. — 75, 23-25 nicht: „ist reziprok zu ...“, sondern: „befriedigt“ = „hebt sich auf gegen ...“. — 84, 8: „sagen“, nicht „behaupten“. — 84, 9 nicht: „sei AG gleich BG Teil der Ekliptik“, sondern: „sei AG die Ekliptik des Stückes BG der Ekliptik“ (statt *miš* ist *maš* zu lesen). — 98, 3: „der den einen der beiden Kreise berührt“. — 104, 20-21: Hier dürfte folgender Schluß vorliegen: $\angle NFO > \angle NFQ > \angle NEQ$, folglich $\angle NFO > \angle NEQ$.

In den ergänzten Figuren VI, 12 und VI, 13 erfordert der Text, daß der Pol L auf der anderen Seite liegt. — Buchstabenfehler, wie 87, 13 (lies L statt E); 64, 8 (TA statt BE); 99, 7 (ZD statt AD), wird der Leser meist selbst berichtigen können. — Die Ekthesis (3, 4) oder die *Kataskenē* (3, 7) mit „So“ zu beginnen, ist nicht üblich. Auch nachdem, wie meistens, die Ekthesis in selbständigen Sätzen durchgeführt ist und der *Diorismos* als neuer Hauptsatz ($\lambda\epsilon\gamma\omega$, ...) einsetzt, sollte man nicht mit „So“ beginnen, sondern sagen: „Dann behaupte ich, ...“.

Bemerkungen dieser Art sollen den Wert der vorliegenden Arbeit nicht herabsetzen. Der Kenner der früher von *mathematischer* Seite mit Begeisterung unternommenen, aber sprachlich teilweise sehr unzulänglichen Übersetzungen aus dem Arabischen weiß, wie unentbehrlich auf diesem noch wenig bearbeiteten großen Felde die zuverlässige *philologische* Arbeit ist, und hofft, daß der Verf. an solchen Texten ebenso hingebungsvoll weiterarbeiten wird. Luckey.