6. Bestimmung der Morgenweite für einen Punkt des Tierkreises unter beliebiger geographischer Breite φ. Ist die Deklination δ des betreffenden Punktes und die geographische Breite φ des Ortes gegeben, so ist, wenn man die Morgenweite mit μ bezeichnet: $\sin\delta = \cos\varphi \cdot \sin\mu$; also wendet man Aufgabe 1 auf δ und $90^0 - \varphi$ an.

Ähnlich läßt sich eine große Reihe Aufgaben behandeln, insbesondere auch diejenigen, bei denen der Stundenwinkel eingeführt ist.

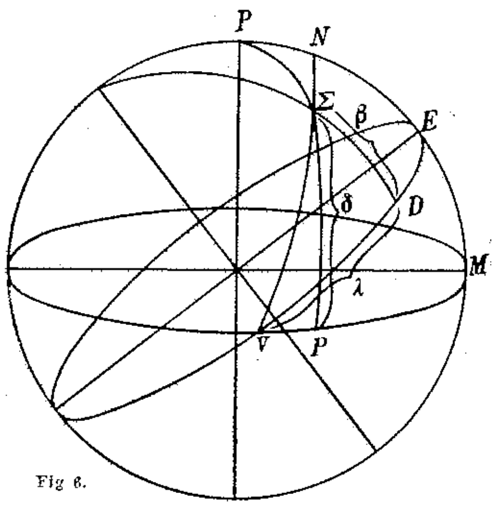

Fig. 6.

Ein Beispiel für die Auflösung eines nicht-rechtwinkligen Dreiecks bietet folgende Aufgabe. Bestimmung der Deklination δ eines Sternes aus seiner Länge λ und Breite β. Für Spezialfälle ist die Lösung am einfachsten: a) $\lambda = 90^0$; $\delta = \beta - \varepsilon$; b) $\lambda = 0^0$; $\sin\delta = \cos\varepsilon \cdot \sin\beta$. Im allgemeinen Fall bildet man $\cos I = \cos\lambda \cdot \cos\beta$ (Aufgabe 3, $I = V\Sigma$ im $\triangle V\Sigma D$, vgl. Fig. 6) und $\operatorname{tg} II = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\sin\lambda}$ (Aufgabe 4, $II = \sphericalangle \Sigma V D$ im $\triangle \Sigma V D$). Dann ist das Argument der Deklination $A_D = \varepsilon \pm II$, je nachdem β positiv oder negativ ist, und $\sin\delta = \sin A_D \cdot \sin I$ (Aufgabe 2, $\delta = \Sigma P$ im $\triangle \Sigma V P$).

Ist $II = \varepsilon$, so ist die Deklination $\delta = 0$; ist $A_D = 90^0$, so ist $\delta = I$, ist $A_D > 90^0$, so rechnet man mit $180^0 - A_D$.

Durch diese Methode wird die Auflösung eines beliebigen sphärischen Dreiecks zurückgeführt auf die rechtwinkliger sphärischer Dreiecke. Die direkte Rechnung würde durch Anwendung des Kosinussatzes ergeben

$$\sin\delta = \cos\varepsilon \cdot \sin\beta + \sin\varepsilon \cos\beta \cdot \sin\lambda,$$

während wir folgende Hilfswinkel einführen:

$$(1)\qquad \cos I = \cos\lambda \cos\beta,$$

$$(2)\qquad \operatorname{tg} II = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\sin\lambda},$$

$$(3)\qquad A_D = \varepsilon \pm II,$$

$$(4)\qquad \sin\delta = \sin A_D \cdot \sin I.$$

In der Tat ergibt sich aus (4) und (3)

$$\sin\delta = (\sin\varepsilon \cos II \pm \cos\varepsilon \sin II) \sin I.$$

Setzt man für $\sin I$, $\cos II$, $\sin II$ die aus (1) und (2) folgenden Werte

$$\sin I = \sqrt{1 - \cos^2\lambda \cos^2\beta},$$

$$\sin II = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1 - \cos^2\lambda \cos^2\beta}}$$

und

$$\cos II = \frac{\sin\lambda \cos\beta}{\sqrt{1 - \cos^2\lambda \cos^2\beta}}$$

ein, so folgt

$$\sin\delta = \sin\varepsilon \sin\lambda \cos\beta + \cos\varepsilon \sin\beta,$$

d. h. der Kosinussatz.

Entsprechend werden auch die Aufgaben gelöst, bei denen es sich um den Übergang vom Koordinatensystem des Horizontes (Höhe, Azimut) zu dem des Äquators (Deklination, Stundenwinkel) oder umgekehrt handelt, ferner Aufgaben wie die Bestimmung des Bogenabstandes zweier nach Länge und Breite bekannter Sterne oder Erdorte.

Es würde zu weit führen, noch mehr Beispiele aufzuführen — in dem genannten Werk werden 91 Aufgaben mittels des beschriebenen Meteoroskops gelöst —, ebenso will ich darauf verzichten, auf die anderen Meteoroskope, die der Verfasser noch beschreibt, näher einzugehen. Ich hoffe aber gezeigt zu haben, wie man ein derartiges Instrument in einfacher Weise herstellen und zur Lösung der Aufgaben der mathematischen Geographie benutzen kann. Schüler, die sich überhaupt für dieses Gebiet interessieren, werden wohl gerne sich mit der Konstruktion beschäftigen und dadurch sich die vielen neuen Begriffe klarmachen und die Anschauung erleichtern.

Kleine Mitteilungen.

Ein Apparat zur Aufnahme des täglichen Sonnenlaufs. (Mit 2 Figuren im Text.) Zur Aufnahme des sichtbaren Sonnenlaufs an verschiedenen Tagen des Jahres schlug Böttcher (**16** (1885) S. 161 ff.) vor, eine Halbkugel aus Drahtgaze (Fliegenglocke) auf einer wagerechten, den Horizont darstellenden Unterlage aufzustellen und von Stunde zu Stunde Hölzchen so in das Geflecht hineinzustecken, daß deren Schatten in die Mitte des Grundkreises fallen. Dagegen empfiehlt Hoffmann in seiner IMUK-Abhandlung (S. 30), in eine Korkhalbkugel von einigen Zentimetern Durchmesser Hutnadeln mit runden Knöpfen so einzustecken, „daß der Schatten des Knopfes ungefähr die Mitte der Kugel trifft". Hier werden also die Sonnenstrahlen durch die greifbaren Nadeln dargestellt, was für die Einführung junger Schüler wohl vorteilhaft ist gegenüber der Mitbenutzung der unsichtbar durch die Luft gehenden Schattenkegel bei Böttchers Verfahren (man denke an die Pfeile Apolls). Dagegen bietet Böttchers Verfahren den Vorteil, daß sich der Sonnenlauf auf einer *größeren, hohlen Halbkugel*, dem verkleinerten Abbild des Himmels, darstellt. Denn die bei Hoffmann entstehenden Kegelmäntel sind erst für eine spätere Stufe wertvoll.

Es dürfte wohl für einen so wichtigen Gegenstand auch die Benutzung eines größeren Schulapparates im Einführungsunterricht nicht überflüssig sein. Selbst am Fenster oder auf dem Fußboden eines nach Süden gelegenen Klassenzimmers können mit einem solchen während der Unterrichtszeit schon größere Bogenstücke aufgezeichnet werden, und einzelne Schüler können die weitere Arbeit, besonders auch an verschiedenen Tagen des Jahres, übernehmen, wenn ein geeigneter Ort gefunden ist, an dem der Apparat immer wieder in derselben, dauernd bezeichneten Weise aufgestellt werden kann. In der Klasse schließen sich dann alle Erörterungen an den Apparat an, der so die Rolle des Modells übernehmen muß. Als solches muß er groß, einfach und durchsichtig sein; er muß hinreichend genau sein, um rohe Messungen vorzunehmen (z. B. der Deklination zwischen den an einem sonnigen Tage nahe beim 21. März und einem solchen um den 21. Juni aufgenommenen Sonnenbahnen); endlich muß auf seinen Teilen geschrieben und gezeichnet werden können.[1])

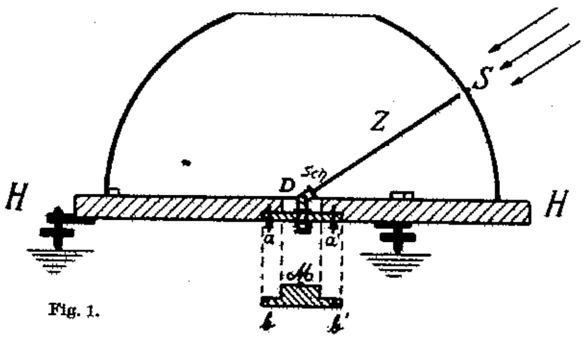

Fig. 1.

In Fig. 1 ist HH eine auf drei verstellbaren Füßen stehende kreisförmige Holztafel von 40 cm Durchmesser, die den Horizont darstellt. Ihre Fläche und ihr Rand sind mit Wandtafelfarbe gestrichen, so daß sie mit Kreide beschrieben und wieder abgewaschen werden können. In ihrer Mitte befindet sich der Drehpunkt D einer starken Stahlnadel, die sich in jede Richtung stellen läßt. Sie ist in die Richtung der Sonnenstrahlen zu stellen. Diese Forderung ist erfüllt, *wenn sie auf den an ihrem Grund dicht über dem Drehpunkt befestigten weißen Schirm Sch keinen Schatten mehr wirft.* Auf das Grundbrett läßt sich eine halbkugelige Glasglocke von $\sim 34{,}4$ cm äußerem Durchmesser, also 360×3 mm Umfang, setzen. Auf ihr kann nun leicht mit Fettstift der Sonnenort S eingetragen werden. Auch kann man den Zeitpunkt der Aufnahme hinzuschreiben. Ohne die Glocke abzuheben, kann man die Stellung der Nadel jederzeit ändern, indem man durch das Loch greift, das oben in der Glocke ist. Sein Öffnungswinkel ist so klein, daß für unsere Breiten auch noch der höchste Sonnenstand auf das Glas fällt. Daß der Durchgang der Strahlen durch das Glas an der Erscheinung nichts ändert, kann dem der Optik Unkundigen durch Abheben der Glocke gezeigt werden. Am Rand der Glocke und auf dem Grundbrett ist dauernd ein Zeichen angebracht, so daß die Glocke immer in derselben Lage aufgesetzt werden kann. Damit sich auch noch die tiefsten Sonnenstellungen aufnehmen lassen, befindet sich in D kein Kugelgelenk, sondern es ist unter D ein zylindrisches Gelenk für die Drehungen um die senkrechte Achse, und in D ein Scharnier für die Drehungen um die wagerechte Achse.

1) Der im folgenden beschriebene Apparat wird von der Firma Max Kohl, A.-G., Chemnitz, geliefert. Der Preis beträgt ℳ 82.—; mit einer zweiten Glasglocke ohne Öffnung und mit herausnehmbarem Mittelteil ℳ 45.—.

Es braucht nicht ausgeführt zu werden, wie sich auf der Halbkugel und auf dem Horizontkreis nach der punktweisen Aufnahme von Sonnenbahnen Dinge wie Tagbogen, Himmelsäquator, Parallelkreis, Südpunkt, Aufgangspunkt, Morgenweite aufsuchen und mit Stift und Kreide einzeichnen lassen. Winkel, z. B. Deklinationen, können auf der Glocke mit einem gewöhnlichen Zentimetermeßband gemessen werden; der Glockendurchmesser ist so gewählt, daß 3 mm gleich einem Grad sind. Azimut- und Höhenwinkel lassen sich infolge der Einrichtung des Gelenks gut erläutern; auch bereitet diese auf die Drehungseinrichtungen am Theodolit vor.

Damit man die Aufnahme der Sonnenbahn auch in Böttchers Weise vornehmen kann, ist der innere Teil des Horizontbretts mit dem Zeiger nach unten herausnehmbar gemacht (bei aa'). An Stelle dieses Teils kann das Brettchen bb' eingesetzt werden. Auf seiner weißgestrichenen Fläche ist der Mittelpunkt M als schwarzer Punkt gezeichnet. Der Fettstift ist dann so anzusetzen, daß der Schatten seiner Spitze auf M fällt, oder es ist mit Hilfe eines mit einem Loch versehenen Kartenblattes, das man auf die Glocke hält, ein Sonnenbildchen nach M zu werfen. Für dieses Verfahren kann statt der oben offenen auch eine volle Halbkugel verwandt werden. Überhaupt ist das Vorhandensein einer zweiten Glocke vorteilhaft. Wenn auf einer solchen die Stundenkreise aufgezeichnet sind, kann der Apparat als Sonnenuhr dienen.

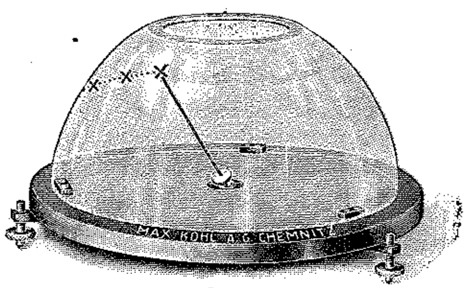

Fig. 2.

Elberfeld. P. Luckey.

Notiz über einen elementaren Satz der Mechanik. (Mit 2 Figuren im Text.)

Galilei zeigte, daß bei einem vertikalen Kreise der vertikale Durchmesser in derselben Zeit durchfallen wird, wie jede vom oberen Ende des Durchmessers gezogene Sehne. Dieser Satz ergibt sich bei folgender Aufgabe: In einer vertikalen Ebene sei eine Kurve gegeben; es sollen die Punkte der Kurve ermittelt werden, die so liegen, daß, wenn ein materieller Punkt vom Ursprung der Koordinaten auf dem Radiusvektor bis zur Kurve rollt, die Zeit ein Extremum wird.

Die Kurve habe, auf Polarkoordinaten bezogen, die Gleichung $r = f(\vartheta)$; nach den Lehren der Mechanik ist die Zeit, die der materielle Punkt für seine Bewegung von O bis P braucht,

$$(1) \qquad t = \sqrt{\frac{2}{g}} \sqrt{\frac{r}{\sin \vartheta}},$$

g ist die Beschleunigung der Schwerkraft.

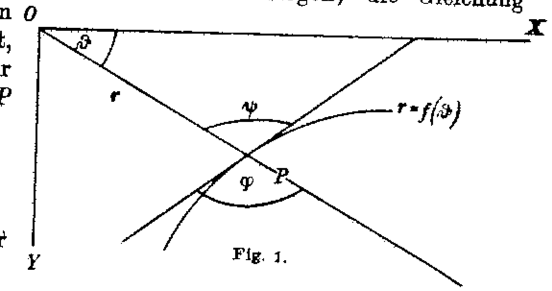

Fig. 1.