٦١٧ م

جميع حقوق الطبع محفوظة

الكويت
١٤٠٣ هـ - ١٩٨٣ م

رسائل ابن سنان

نسخة محققة: اعتماداً على
النسخة الفريدة المحفوظة في
مكتبة بانكي بور / بتنة تحت الرقم ٢٤٦٨،
والكتابين:
رسائل البيروني ورسائل ابن سنان
المطبوعين في حيدر أباد الدكن سنة ١٩٤٨

حققها

د. أحمد سليم سعيدان

عضو مجمع اللغة العربية الأردني

١٩٨٣

الإهداء

مهما قسا وتمادى الطغيان ،
ونبشوا القبور وهشموا العظام
مهما هزل العرب وهان الصحب
وتشرذمنا واقتتلنا
وغدُونا أشباحاً وخيالات
لن نيأس
ففي غد قريب
من أصلابنا سيخرج جيل موعود
كجيل خالد وصلاح الدين
يعيد أيام اليرموك وحطين
يعود للفردوس المفقود ، يطهره وينقّيه
يبنيه من جديد لبنة لبنة
ويزرعه من جديد نبتة نبتة
فإلى ذلك الجيل الموعود
وإلى فردوسنا المفقود
أهدي هذه الصفحات
عساها تكون بارقة أمل
في طريق العذاب الطويل

المحقق

محتويات الكتـاب

الصفحة

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة المحقق

في هذه الصفحات ، أقدم للباحثين والدارسين رسائل في الرياضيات والفلك قضيت معها سنين . ففي سنة ١٩٦٠ نشرتُ ، في عدد يوليو/ تموز من مجلة الثقافة الإسلامية التي تصدر في حيدر أباد الدكن بالانكليزية ، ملحوظة حول كتابين أصدرهما مجلس دائرة المعارف العثمانية بحيدر أباد الدكن، هما : كتاب رسائل البيروني ، وكتاب رسائل ابن سنان . والكتابان قوامهما ما في المجموعة ٢٤٦٨ في مكتبة بانكي بور / بتنة من رسائل لهذين العالمين . والمجموعة المذكورة فريدة ، تحتوي على رسائل، لعلماء رياضيين وفلكيين، معظمها ، لولا هذه المجموعة لما عرفنا سوى أسمائها .

ولقد قام مجلس دائرة المعارف العثمانية في حيدر أباد الدكن بنشر رسائل هذه المجموعة في خمسة كتب ، تضم زهاء أربعين رسالة ، فكان عمله هذا مأثرة يشكره عليها الدارسون والباحثون . إلا أن ملحوظتي حول الكتابين المذكورين تبقى قائمة ، وخلاصتها أن أوراق رسائلهما قد تداخلت بعضها في بعض ، على نحو أفقدها كثيراً من قيمها . ولقد قدَّمت في ملحوظتي تلك ترتيباً اقترحته لأوراق الكتابين يتناول تغييرات في رسالة استخراج الأوتار في الدائرة ، ورسالة إفراد المقال في أمر الظلال ، للبيروني ، وفي رسالة حركات الشمس ورسالة الهندسة والنجوم لابن سنان . وذكرت أن هذا التوزيع يُعطي لكل ذي حقٍّ حقَّه، ويجعل البحث متصلاً ، وسياق الكلام متَّسقاً في الرسائل الأربع ، ويفرز رسالتين أخريين لم يتنبه لهما الناشر ، هما رسالة في حل التعديل للبيروني ، ورسالة المسائل الهندسية المختارة ، لابن سنان ، والرسالتان

متكاملتان إلا من حوالي ورقة في مقدمة كل منهما ، ليس فقدانها منقصة كبيرة في المحتوى .

وكان توزيعي لمواد الكتابين مبنياً على سياق الكلام وحده ، وقد تمنيت لو يقوم باحث، ممن يملكون الوصول إلى المجموعة الأصل، بإعادة ترتيب أوراقها استناداً إلى أشياء مادية غير مجرد السياق ، لا سيما وأن ترتيبي الذي اقترحته إنما يتناول النص ، ولا يشمل الأشكال الهندسية ، التي تداخلت ، هي أيضاً ، على نحو أفقدها فوائدها ودلالاتها .

وبعد حوالي عشر سنوات من نشر ملحوظتي تلك ، استطعت الحصول على ميكروفلم لمجموعة بانكي بور ، وبدراسته تبدى لي كأن شيئاً كالتالي أصاب هذه الرسائل :

يغلب علي الظن أنها كانت حتى وقت غير بعيد ، في أكثر من مجموعة واحدة ، أو مجلد واحد ، ثم أخذت تعمل بها عوامل القدم ، فانفرط بعض أوراقها ، وتلف منها ورقتان أو أكثر ، بعضها في أول رسائل البيروني ، وبعضها في أول رسائل ابراهيم بن سنان . ثم حدث أن بادر أحدهم فضم الأوراق المتشابهة في مجموعة واحدة ، لملمة ، لم يتحرَّ بها وضع كل ورقة في مكانها الصحيح ، فاختلطت الأوراق المنفرطة بعضها في بعض .

ويبدو أن شخصاً قام بإعطاء الأوراق أرقاماً متسلسلة ، مبتدئاً بالواحد ، ومنتهياً بالرقم ٣٢٨ ، بالأشكال المشرقية الحديثة للأرقام . وهكذا استقرت المجموعة في مكتبة بانكي بور ، مجموعة قيمة . إلا أن أوراقاً من رسائل البيروني ، وأخرى من رسائل ابن سنان قد اختلط بعضها في بعض على نحو مضطرب ، زاد من اضطرابه أن عنوان الرسالة الأولى في كل منهما قد ضاع .

وبعملية بطيئة دقيقة ، كترميم زجاجة مكسورة ، وبكثير من التجربة والخطأ ، متذرعاً بالتؤدة والأناة ، أعدت ترتيب الأوراق ، في الصورة التي عندي من

المجموعة ، حتى رددت كل ورقة إلى موضعها الصحيح . فخرجت رسائل البيروني ، كاملة ، وقد ردت إلى رسالة إفراد المقال في أمر الظلال صفحات وضعت في مجموعة بانكي بور في رسائل ابن سنان ، وخلصت رسالة استخراج الأوتار مما داخلها من أوراق ابن سنان . وتبدت لنا رسالة أخرى للبيروني في حل التعديل ، يبدو أنها كانت في الأصل تتقدم زميلاتها ، فكانت الأوراق الضائعة من مقدمتها .

وخرجت رسائل ابن سنان التي تقدمها للقارىء صفحات هذا الكتاب : أولاها رسالة يعدِّد بها ابن سنان ، في مرحلة من حياته ، ما وضع من كتب . والثانية رسالة يعرض بها طرقاً لرسم القطوع المخروطية الثلاثة : الناقص والمكافىء والزائد . والثالثة يعطي بها قانون المساحة للقطع المكافىء . والرابعة رسالة في طريق التحليل والتركيب ، والخامسة في مسائل هندسية مختارة . وهي التي ضاعت منها الورقة الأولى . تلك هي رسائل ابن سنان الرياضية ،ويليها رسالتان أخريان إحداهما عن الاسطرلاب والثانية عن حركات الشمس .

وترتيبي لأوراق المجموعة لم يقتصر على إعادة النصوص الى مواضعها ، ولكنه قد أعاد أيضاً الأشكال الهندسية ، كلاً إلى سياقه ، فقد زادت طباعة حيدر اباد الدكن من بعثرة هذه الأشكال .

مجهود استغرقني زماناً . لكني أكملتُه آخر الأمر ، ويكفيني أن المكسب كان رسالتين ، إحداهما في حل التعديل للبيروني ،والثانية: المسائل المختارة لابن سنان . وماذا ينتظر المحقق فوق هذا من مكسب !

هذه المكاسب وحدها تغري بإصدار طبعة جديدة للكتابين ليوضعا بين أيدي الباحثين والدارسين . غير أن إصدار طبعة محققة تحقيقاً علمياً يتطلب أشياء فوق مجرد وضع النصوص في مساقها الصحيح . وفي سبيل إعداد نسخ محققة من هذه الرسائل مضيت ، غير أني رأيت أن أقصر اهتمامي على الرسائل الرياضية لعلمي بأن ثمة من توفروا أكثر مني على دراسة الكتب العربية الفلكية .

أما رسائل البيروني فتناولت منها رسالة استخراج الأوتار ، فأشرفت على تحقيق لها قام به أحد طلبة الدراسات العليا في الجامعة الأردنية ، معتمداً على مخطوطة بانكي بور ، وعلى مخطوطة أخرى موجزة محفوظة في مكتبة لايدن . وعسى أن نقوم بنشرها في وقت قريب .

وأما رسائل ابن سنان فلما عمدت إلى تحقيقها ، بلوت منها عجباً : أما المخطوطة فيبدو أنها رثت وتآكلت وكثرت فيها الخروم ، وأما التصوير فقد جافاه التركيز ، حتى غدت قراءته ضرباً من العقاب يصبه المرء على نفسه وعلى عينيه . لقد أنقذتني النسخة المطبوعة من كثير من هذا العذاب ، إلا أن أمراً لم تستطع أن تنقذني منه ، ذلك أن نساخ الرسائل ، وفي ظني أنهم نسَّاخ ، لا ناسخ ، يبدو أنهم في بعض الأحيان يكتبون ما لا يفقهون ، فتلتبس عندهم الرموز وتختلط ، والتباسها هذا ندر أن انتبهت إليه المطبعة ، بل ليبدو لي أن الطابع كان كالناسخ ، يطبع ما يتراءى له دون تحقيق . والتحقيق شأنُ المحقق طبعاً ، وعمل المحقق ليس نزهة في قارب سحري . ولكن إذا كان الأمر يتعلق برموز تتشابه فيها الباء باللام والنون والياء ، وتتشابه الجيم والحاء ، والكاف والطاء ، يغدو الأمر تحقيقاً لحروف لا لنصوص . ويغدو لزاماً أن يمضي التحقيق على مهل ، فتحقيق الحرف الواحد قد يستغرق من الوقت ما لا يقدره إلا من كابد التحقيق في كتب الهندسة بالذات .

ولست أدعي أنني حققت إنجازاً يستحيل تحقيقه ، ولكنني أقدم عذري للباحثين والدارسين إذ إنني أقدم لهم تحقيقاً سرت به على تؤدة حتى استغرقني سنوات . والصفحات التالية هي ثمرة هذا التحقيق . وإني أرجو أن ترضي الباحثين وأن يفيد منها الدارسون .

وطريقتي في تحقيق هذه الرسائل بسيطة : أحافظ على النص سليماً من التغيير ، إلا ما لزم ، وأتحاشى أن أثقله بالحواشي إلا عند الضرورة القصوى . فإذا وجدت خطأ لغوياً ، فقد أصححه بصمت ، إذا بدا لي أنه خطأ من الناسخ ، وقد أبقيه إذا لمست فيه لهجة المؤلف أو لمحت صررة عن موقف له تجاه القواعد اللغوية . وإذا وجدت خطأ

رياضياً ، في حرف أو رقم ، صححته أيضا بصمت ، باعتباره من أخطاء الناسخ ، إلا إذا كان خطأ في المبدأ ، لا ينجم عن مجرد سهو أو تسرع من الناسخ .

إني ، باختصار ، لا ألجأ إلى الحواشي والهوامش إلا حيث ألمس أكثر من وجه واحد للقراءة ، فهناك أثبت في النص القراءة التي أرجحها ، وأشير في الهامش إلى القراءات الأخرى الممكنة ، وأبرر ما أرجحه .

هذا شأني فيما سبق أن حققته من مخطوطات ، وهو شأني هنا بوجه خاص ، دفعتني إليه الضرورة ، إذ لو استعملت الهامش للاشارة الى كل تصويب لكانت الهوامش أكثر من الأصل ، ذلك أن معظم هذه الرسائل هندسية ، تستعمل حروف الأبجدية لتسمية الأشكال ، وخط الناسخ واضح ، إجمالاً ، في كتابة الكلمات ، إلا أن الحروف الرياضية عنده تتشابه ، بالإضافة إلى أنه هو نفسه لا يبدو أنه يتحرى الدقة فيما يكتب أو يصور فيلتبس عليه وعنده الجيم بالحاء والباء بالدال والكاف بالطاء ، حتى الألف قد تلتبس باللام ؛ مما يجعل تحقيق كل حرف مسألة رياضية قائمة بذاتها .

وفي سياق النص أضيف أرقاماً تشير إلى موضعه في المخطوط، مثل [٢٠و] أو [٢٠ظ] ، وفي المطبوع، مثل [ص ٢٠] . وكل ما أضيفه من عندي أضعه بين حاصرتين مربعتين [ ] . فإذا لقيت حشواً من المؤلف أو الناسخ وضعته بين زاويتين < > . أما التكرار الناجم عن سهو فأتجاهله .

وفي حالات محددة أخالف الأصل عن عمد وقصد . فالمخطوط يضع الشكل الهندسي في آخر البحث الذي يتعلق به ، وأنا أضعه في موضع يُسهِّل على القارىء مطابقة النص بالشكل . وأجعل الشكل يتمشى مع النص كلما استطعت . والمخطوط يمضي دون تقطيع إلى فقرات أو فواصل ، وأنا أجعله فقرات وأضع بين الجمل فواصل . وهو يصل بين حروف الشكل الواحد ، ويجعلها مجموعات بوضع خطٍّ فوق كل مجموعة ، فيكتب مثلاً: « في الدائرة أبحـ أب قطر و جد وتر » وأكتب : « في الدائرة أ ب حـ : أ ب قطر ، حـ ء وتر » . وإذا اضطررت إلى استعمال حرف العطف بين الرموز فصلته عما بعده بنقطة وأثبتُّ حركته عليه ، فأكتب : « فـ .

حـ ء عـمود على اب موازٍ لِـ . ه و » . وأرجو ألا يكون في ذلك لبس . أنه على كل حال أقل مما جابهته في الأصل المخطوط من لبس .

وفي هذا الكتاب رسائل متفرقة ، أسبق كل رسالة منها بمقدمة من عندي تبين موقعها في المخطوط وفحواها ، مع تقييم بالانكليزية لمحتواها ، ثم أتبعها بما يلزم من شروح وتعليقات ، موجزة قدر المستطاع ، راعيت فيها بوجه خاص الاشارة إلى ما يستعمله المؤلف من مصطلحات رياضية تغاير ما درجنا على استعماله .

المؤلف

هو ابو اسحق ، ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة بن مروان بن ثابت ، رياضي بغدادي ، حراني الأصل صابئي ، ولد سنة ٢٩٦/ ٩٠٨م ، وتوفي سنة ٣٣٥/ ٩٤٦ ، عن ٣٩ عاماً .

جدُّه ثابت بن قرة (٢٠٩/ ٨٣٤ ـ ٢٨٨/ ٩٠١) أحد كبار النقلة في عصر المأمون ، نقل من اليونانية والسريانية والفارسية كتب الطب والرياضيات والفلك ، وكان من كبار الرياضيين في العصر الإسلامي . وثابت هو جد لسلسلة من الصابئة ، أسلموا وخدموا الإسلام بعلمهم ، كان منهم ابنُه سنان بن ثابت وكان طبيباً مشهوراً في زمانه ، خدم المقتدر بالله والقاهر والراضي ، وتوفي سنة ٣٣١، وكان منهم صاحبنا ، ابراهيم بن سنان ، وقد تميز بالهندسة والفلك ، ومنهم أيضاً سنان البتاني ، وابنه جابر ابن سنان ، من كبار فلكيي الاسلام .

وكتب الطبقات لا تذكر الكثير عن ابراهيم بن سنان .

فصاحب الفهرست لا يعرف سنة مولده ولا سنة وفاته ، ويذكر انه توفي في سن قليلة وانه كان فاضلاً في علم الهندسة ، مقدماً فيها ، لم يُرَ في زمانه أذكى منه . ويذكر له من الكتب : ما وجد من تفسيره للمقالة الأولى من كتاب المخروطات ، وكتاب

أغراض كتاب المجسطي .

ويضيف صاحب طبقات الأطباء ان العلة التي مات بها ابراهيم بن سنان ورم في كبده .

وفي هدية العارفين انه توفي سنة ٣٣٥ وصنف من الكتب كتاب أغراض كتاب المجسطي ، وتفسير المقالة الأولى من كتاب المخروطات ، وكتاب آلات الظلال ، وكتاب الرخامة ، وينسب له هدية العارفين كتباً في الحكمة . اما ابن القفطي فيلخص لقرائه اول رسالة ننشرها هنا لابن سنان .

وصاحب الاعلام يذكر سنة ميلاده وسنة وفاته ، ويقول ان أصله من حران ، إلا أنه ولد ومات في بغداد ، وينسب له من الكتب : كتاب زبدة الحكم ، وأغراض المجسطي ، وتفسير المقالة الأولى من كتاب المخروطات وآلات الظلال ورسالة في الاسطرلاب ومقالة في رسم القطوع الثلاثة .

إلا أن ابن سنان يتحدث عن نفسه ، ففي صدد تعداد كتبه يذكر انه كان في نيته أن يرصد الشمس ليتأكد من صحة ما يذهب إليه عن حركاتها ، ولكن منعه من الرصد اضطراره الى الاستتار ، ومنعه من الرجوع إلى ارصاد غيره بُعدُه عن مراجعه . وهو لا يفصح عن أسباب هربه واستتاره ، إلا أننا نعلم أن الخليفة القاهر بالله أراد أباه ، سنان ابن ثابت ، على الإسلام ، فأبى وهرب ، ثم عاد فأسلم ، إلا أنه خاف من القاهر فهرب الى خراسان ثم عاد إلى بغداد وتوفي مسلماً . فهل كان هذا هو سبب اختفاء ابراهيم ؟

قد يكون ، وليس بعيداً أن يكون قد هرب من القاهر ، ثم عاد بعد انفراج الأزمة . ولقد عاصر حكم القاهر بالله (٣٢٨ ـ ٣٣٣) ، والراضي بالله (٣٢٢ ـ ٣٢٩) ، والمتقي بالله (٣٢٨ ـ ٣٣٣) والمستكفي (٣٣٣ ـ ٣٣٤) . ولكننا لا نعلم هل مارس بعد عودته الرصد الذي كان يتوق إليه .

وإذا جاز لنا أن نرجح ، فقد نرجح ان ابراهيم بن سنان ، كغيره من **الصابئة** ، ومنهم جده ثابت ، أسلم ظاهرياً ، مراعاة للدولة أو مراءاة ، فهو على خلاف عادة مسلمي زمانه ، لا يقدم لرسائله بدعاء المؤمن العابد ، وينهيها بصلاة مقتضبة على النبي وآله ، لا يبعد أن تكون زيادة من الناسخ .

ربما كان تظاهر صاحبنا هو سبب أزمته . ويبدو أن أزمته هذه قد طالت حتى أفقدته الأمل في الرصد . (انظر مقدمته لرسالته في حركات الشمس) .

الرسالة الأولى

مؤلفات ابن سنان

الرسالة الأولى

رسالة ابراهيم بن سنان بن ثابت في وصف المعاني التي استخرجها في الهندسة وعلم النجوم

مقدمة المحقق

هذا العنوان تعطيه المخطوطة لرسالة من خمس صفحات أولاها ظهر ورقة مجهولة الرقم وتليها الورقتان ١٣١ ، ١٣٢ .

والكتاب المطبوع يعطيها العنوان : رسالة في الهندسة والنجوم، ويصفها بأنها في وصف المعاني التي استخرجها ابراهيم بن سنان . ثم يقدم الصفحة الأولى من المخطوطة في صفحتين مطبوعتين وبضعة أسطر ، ويتبع ذلك بصفحات كثيرة فحواها مسائل هندسية . أما الورقتان الباقيتان من الرسالة فينهي بهما رسالة أخرى هي في حركات الشمس (الصفحة ٦٣ الى ٧٠) .

وفي هذه الرسالة يعدد ابراهيم بن سنان ما ألف من كتب . ويبدو أنه كتب الرسالة وهو ما يزال مشرداً بعيداً عن بغداد . وفي تعداده لا يذكر كتاب الاسطرلاب ، فلعله كتبه بعد ذلك . ولا نجد ما يشير إلى اهتمام ابراهيم بن سنان بكتب الحكمة ، ولذا فثمة شك في أنه وضع كتباً في الحكمة ، كما جاء في هدية العارفين ، إلا إذا وجدنا

دليلاً قوياً على ذلك . وكذلك نستبعد أن يكون لابراهيم بن سنان كتاب زبدة الحكم الذي ينسبه اليه صاحب الأعلام.

وينسب له ابن النديم أيضاً كتاباً في تفسير المقالة الأولى من كتاب المخروطات لأبولونيوس ، فلعله كتبها بعد هذا الثبت . إنه يشير إلى ابلونيوس واقليدس وبطلميوس في رسائله ومسائله .

أما الرصد الذي يتوق اليه المؤلف فلا نعلم هل مارسه بعد عودته الى بغداد ، أم أنه انصرف فعلاً إلى دراسة الحكمة .

1. The Works of Ibrāhīm ibn Sinān.

This is a short tract in which ibn Sinān names his works. He starts by justifying why he has written them. He states that everybody should acquire as much knowledge as he can, and then impart it to others, first to teach the men around him, and secondly to make for himself a good name.

He says that he has a great craving for knowledge. But he has been hindered by having to hide and not to stay in one place.

He says why he names the works he has written: **a**, so that he who is interested may know of them and search for them, **b.** because one naturally wishes to point out what one has achieved, and **c.** to prevent others who might claim his works for them.

The works he mentions are the following:

1. **Shadow-making instruments,** a work in three chapters.
    - **a.** Sundials erected on plane surfaces, including that in which the shadow has a constant length; their uses in finding astronomical data.
    - **b.** Current mistakes in the sundials in use, and how these can he made right, and used to find out anything that the astrolabe can yield.
    - **c.** How to draw time lines on concave and convex surfaces.
2. **A book on Methods used by Ptolemy,** suggesting easier ones.
3. **Movements of the sun.**
   These two works are in one chapter each.
4. **Tangential circles,** eleven chapters.
5. **Analysis and Synthesis,** being ch.12 of the above.
6. **41 Selected Problems,** being ch.13 of the above.

7. **The Area of the Parabola,** one chapter.
8. **How to Draw all three Conic Sections,** one chapter.

The Astrolabe is a short tract that has reached us, but is not mentioned by him.

The Muslim chronologists attribute to him a commentary on the first book of Apollonius's Conics.

They attribute to him also works on philosophy. We have nothing to substantiate this claim.

He himself states that he looks forward to go back to Baghdad and make observations to test his astronomical views. We are told that he went back to Baghdad. We do not know whether he made any observations. We also know that he died at an early age.

Ibrāhīm ibn Sinān was born in 908 and died in 946A.D. sufferring from swolen lever.

[١٣٠ ظ]

/ بسم الله الرحمن الرحيم
رسالة ابراهيم بن سنان بن ثابت في وصف المعاني التي استخرجها في الهندسة وعلم النجوم

/ قال ابراهيم بن سنان بن ثابت :

قد يجب على الانسان أن يُعنى بنفسه . ويكسبها جمال الأدب ، وفضيلة العلم ، ما استطاع وقدر ؛ ويعرض أيضاً ، بعد هذا ، على إفادة غيره ما استفاده من ذلك . فإنه لا يخلو الحريص على ما ذكرناه ثانياً من حالين : أما إحداهما فيحث عليها الفلاسفة وأهل العلم ، وهي نفع الناس بالعلم الذي استفاده واكتسبه . وأما الأخرى فيحث عليها من يحب جميل الأحدوثة ، والاشتهار عند الناس بما يستحق به إكرامه منهم .

وقد كانت لنا رغبة في التعلم ، لم يحدث بعدها زهد فيه ، لكن حالت دونه حوائل ، ومنعت عنه موانع ، واتصل الشغل بما لم نستدعه ، ولا اخترناه ، ولا سلكنا بجهدنا سبيلاً يؤدي إليه : من نكبات متتابعة ، وثلم في الحال ، وخوف في خلال ذلك محوج الى الاستتار . ولم يمكن معه الاستقرار في موضع واحد .

ودعت الضرورة ، بما تقدم من الحال ، الى النظر في أمور المعاش . وقطعت هذه الأمور ، وغيرها ، الفكر عن نظر في علم ، بعدما كنا نظرنا فيه ، وجهدنا في تحصيله . فجرى امتناعنا من التزيد مجرى الضرورة / التي يتسع معها العذر . [ص ٤]

وقد علم من شاهد أحوالنا ، ووقف على صورة أمرنا ، بجملة ما ذكرنا وتفصيله ، وأوله وآخره ، ولم أذكر هذا في كتابي ليعلمه من أومأت إليه ، بل ليقف عليه من بعدهم ، ويعذروا في شيء ، إن وقع اليهم ، من أعمال كنا عملناها في التعاليم ، سأذكرها مستأنفاً ، إن وجدوا خللاً فيها ، ويعلموا ان الأمور التي ذكرتها كانت ربما جرت ، وأنا في تأليف شيء استخرجته ، مما سأذكره ، فيضطرب ويختل ، ويشتغل الفكر عنه بما اعترضه .

وأحببت أن أحصي في هذا الكتاب ما استخرجته ، وألفتُ كتباً فيه ، لخلال شتى :

أما أولها : فليقصد من أحبَّ إلى ما أذكره من كتبي ، فيستفيد ما تضمنته ، إن رغب في ذلك .

وأما ثانياً : فلأنه لا عيب على الانسان في تحسين ذكره ، بوصف ما عنده وما استفاده .

وأما بعد ذلك ، فلئلا يضاف الى ما عملته ، ما ليس منه ، فينسب اليّ ، لما لاخفاء به ؛ ولئلا يحب بعض الناس أن ينسب شيئاً مما عملته ، إليه .

فتكلفت صفة الكتب ، وتسميتها ، وذكر غرضي فيها .

فأما ما عملته في أمر علم النجوم : فثلاثة كتب :

أما أولها : فكتاب سميته **كتاب آلات الأظلال**(1) . وكنت بدأت بعمله في السنة السادسة عشرة ، أو السابعة عشرة ، منذ أول عمري . وأطلت فيه إطالة كرهتها بعد ذلك ، فحققته ، وقررته على ثلاث مقالات ، وصححته ، في السنة الخامسة والعشرين | من عمري. [ص ٥] والذي بينته فيه أمر الرخامات كلها. وذلك أني جمعت جميع أعمال الرخامات ، التي بسائطها مسطحة ، إلى عمل واحد يعمها ، وأقمت عليه البرهان ، مع أشياء بينتها : كالحال في دور الظل ، وما يسأل عنه العوام منه ؛ وأمر

الرخامة التي لا يطول فيها الظل ولا يقصر ، وغير ذلك مما يحتاج إليه في نصب الرخامات ، واستخراج السطوح لها ، وخطوط أنصاف النهار ، وغير ذلك .

وبينت ، ببرهان قاطع ، في المقالة الثانية من هذا الكتاب ، الخطأ الواقع | لكل [٣١ و في حركات الشمس ص ٦٣] من رسم الآلات المسطوحة قبلي . ثم اتبعت في ذلك ما يجري مجرى تسطيح الكرة : وذلك أنه وقع لي بالفكر ، أنه يمكن أن يعمل أيضاً ويرسم - في بسيط مسطح موازٍ للآفاق وغيرها ، بالظل وما شاكله ، الخطوط التي تقوم مقام دائرة معدل النهار ، ودائرة الفلك المائل ، ومواضع البروج ، وغير ذلك . فتأملت الأمر ، فوجدت إليه طريقاً يعلم به ، من الرخامة : الطالع ، والسمت ، والإرتفاع ، ومطالع الكرة المنتصبة والمائلة ، وتحويل الساعات المختلفة إلى ساعات الاعتدال ، وعكس ذلك ، وأكثر ما يستخرج بالأسطرلاب . فجمعت كل ما استخرجته من ذلك ، في المقالة الثانية ، بعضه بتحليل ، وبعضه بحساب .

وذكرت أيضاً بعد ذلك كيف ترسم خطوط الساعات ، في البسائط المقعرة والمحدبة ، في سائر الأشكال المجسمة المشهورة ، باستقصاء ، وبيان ، وشرح طويل ، وما يخصُّ كل آلة منها ، وما يعمها جميعاً . فكان مما عملته أيضاً بالتحليل ، في المقالة الثالثة ، كيف تنصب المقاييس على بسيط محدب الكرة ؛ لأني وجدت جميع الآلات المحدبة ، متى لم توضع المقاييس فيها على مواضع ما ، لم تكن الآلة كافية للنهار كله ، ولأوقات السنة كلها . فاحتلت بجمل بينتها في ذلك الكتاب ، في أن تكون | الآلات المحدبة كافية في جميع الأوقات . [ص ٦٤]

وقد كنت عملت ، في أمر الكرة المحدبة ، خاصة ، عملاً دفعته الى بعض الصناع ، بألفاظ تخالف الفاظ كتابي . وذلك أنه كان يعمل عندنا الحلقة التي قدرنا أن نرصد بها ، (وهي حلقة لم أدع جهداً في توسيعها ، وتصحيح أقسامها ، وكان قطرها ثلاثة أذرع ، جعلتها لارتفاع الشمس . وقد بينتُ في كتابي الذي في أمر الشمس وحركاتها ، أن الضرورة تدعو في تصحيح حركات الشمس ، الى الرصد بهذه الآلة) ، فأعجبتُ بصنعته ، ورأيته لطيف الحيلة في أعماله ، فأمليت عليه صفة هذه

الآلة ، وهي كيف تعمل على بسيط كرة محدب ، مقياساً يقع منه الظل على بسيط الكرة المحدب ، يكون كافياً للنهار كله في جميع أوقات السنة . وجعلت صفتها له صفة تصلح للصناع الذين يعملون باليد . وأما في كتابي فاني جعلت استخراج ذلك بالتحليل . وكنت أيضاً ، في أول ما ألفت الكتاب ، عملته على غير ما تقرر عليه . فإن وقع الى بعض الناس ، ووجد خلافاً بينه وبين الثلاث مقالات ، فهذا سببه .

ثم عملت بعد ذلك بنحو سنة ، **كتاباً فيما كان بطلميوس القلوذي استعمله**(٢) ، على سبيل التساهل ، في استخراج اختلافات زحل والمريخ والمشتري . فإني أفردت بذلك مقالة ، أتممتها في السنة الرابعة والعشرين من عمري ، وبينت انه لو عدل عن ذلك الطريق إلى غيره ، لاستغنى عن التساهل الذي استعمله وسلك فيه غير سبيل القياس ؛ وذكرت | طريقين ، كان يخلو ، لو استعمل أحدهما ، أيهما اتفق ، من [ص ٦٥] ذلك التكرير الذي دعته الضرورة اليه . ونبين ذلك بقضايا هندسية قد برهنتها وشرحتها في تلك المقالة .

وقد كنت عازماً على الرصد ، كما ذكرت قبيل ، بالحلقة ، وتحصيل أمر حركات الشمس خاصة ، وذلك أنه قد اختلف في أمرها جميع المتقدمين والمتأخرين ، من أصحاب التعاليم ؛ فلم يستقر أمر الأصول الموضوعة لها ، إلى هذا الوقت ، لأن من تقدم كان يرى أن عودات | الشمس في فلك البروج ، متفقة مع عوداتها في الفلك [٣١ ظ] الخارج المركز ، فان البعد الأبعد منه ثابت. ثم ظهرت له حركة في أيام المأمون ، وظهر أيضاً اختلاف في مقدار القوس التي هي بين الانقلابين . ولم يثبت الحكم أحد من المنجمين على الأصول الموجبة لهذه الحركات .

وخطر ببالي أمر ظننت أنه السبب في تغير القوس التي بين الانقلابين ، وحركة البعد الأبعد ، مع طريق واضح لاح لي ، **في تحصيل حركات الشمس في الفلك الخارج المركز**(٣) ، على الصحة . فانتظرت أن أرصد ، فاستشهد بالرصد ، على ما وقع لي بالفكر أنّ أصول الشمس عليه . فحال بيني وبين ذلك ما ذكرته بدئًا . ولم أحب أن يذهب ما أتعبت فكري فيه ، ضائعاً ، فلا يكون له بعدي حامل ، فأثبت في **مقالة

مفردة** ، ما قام في نفسي من ذلك ، وبينت فيها أكثر ما أمكن بيانه : وهو كيف يرصد بحلقة نصف النهار ، فيوقف على حركات الشمس في الفلك | الخارج المركز ، [ص ٦٦] بطرق شرحتها هناك ، وأن جميع من تقدمنا لم يسلك الطريق المستقيم في أمور الشمس ، وموضع الخلل فيما عمله واحد واحد منهم ، وكيف ينبغي أن يرصد بالرصد ، على صحة ما فكرنا فيه ، أو بطلانه ، ووجوب غيره . ونبين ذلك بأشكال هندسية ، على بسيط كرة ، بطرق حسنة جداً .

فهذا جميع ما عملته في أمر النجوم من الكتب .

وأما ما عملته في الهندسة ، فأول ذلك ثلاث عشرة مقالة : منها إحدى عشرة مقالة **في الدوائر المتماسة**(٤) ، بينت فيها على أي وجه تتماس الدوائر والخطوط ، وتجوز على النقط ، وغير ذلك . وكان غرضي فيها أن أذكر ، في عدة مسائل ، كيف ينبغي أن يجري التحليل والتركيب ، وما الذي ينبغي أن يضاف الى ذلك ، كالتقسيم ، والاشتراط ، وعدد خروج المسألة ، وما أشبه هذا ، ليتخرج به المتعلمون ، في استخراج المسائل ، فإن الانسان لو قرأ جميع كتب المهندسين ، من غير أن يستخرج المسائل بالتحليل ، فهو بمنزلة من لم يعرف من الهندسة شيئاً .

ووجدت المهندسين ، في هذا العصر ، قد أغفلوا طريق ابلونيوس . في التحليل والتركيب ، وسائر الأشياء التي ذكرتها ، واقتصروا على التحليل فقط ، واختصروه ، حتى انهم صيرّوا التحليل الى أن يظن انه ليس تحليل التركيب الذي يركبونه . وأقبح من هذا : الخطأ الذي يعرض لهم في التحليل ، حتى أن الواحد منهم يحلل غير المسألة التي سئل عنها ، في بعض الأوقات .

وقد كنت عملت على استيفاء حقوق التحليل | والتركيب والإشتراط ، وسائر [ص ٦٧] الأعمال ، في كتاب الدوائر المتماسة ، فاتفقت أشغال لم يمكن معها أن أؤلف الكتاب تأليفاً متصلاً ، وربما كنت أعمل المسألة منه ، ثم أُركبها ، بعد عمل التحليل بمدة طويلة ، من غير أن أعود فأنظر في التحليل . فلما رأيت ذلك ، وأن الشغل يزيد ،

عملت مقالة مفردة ، ذكرت فيهـا الوجـه في **استخـراج المسائـل الهنـدسية بالتحليل
والتركيب**(٥) ، وسائر الأعمال الواقعة في المسائل الهندسية ، وما يعرض للمهندسين ،
ويقع عليهم ، من الغلط ، في الطريق الذي يسلكونه في التحليل ، اذا اختصروه ،
على حسب ما جرت به عادتهم . فإن الطرق التي تستعمل في كل مسألة ثلاثة : أحدها
[١٣٢ و] طريق التحليل الصحيح ، والآخر طريق المهندسين المختصر الذي | يقع فيه
الخطأ ، في كثير من الأوقات ، والثالث طريق يشاكل طريق المهندسين ، إلا أنه إذا
توقى الانسان ما حذرت منه ، أمن الغلط الذي يقع عليهم ، وبقي أن التحليل
مختصر ، يظن أن التركيب ليس هو عكسه على صحة . وقسمت أيضاً مسائل الهندسة
فيه تقسيماً صحيحاً ، وبينت أصنافها ، وما بينها من خلاف . وكيف يعرف في أي
صنف منها تدخل مسألة مسألة ، مما يلقى ، وغير ذلك مما نبهت عليه ، وسبيله أن
يستعمل في كل ما يلقى من مسائل الهندسة .

وعملت على أن يكون هذا الكتاب مفرداً في هذا الفن ، وأن يكون القارىء
[ص ٦٨] لكتابي في الدوائر المتماسة يقرأه بعده ، فينظر هل استوفيت على نفسي | ، في المسائل
التي عملتها في الدوائر المتماسة ، جميع ما وصفت ، في هذه المقالة ، أنه ينبغي أن
يستعمل في المسائل الهندسية ، أم لا ، فيصلح ما لعله وقع لنا الغلط فيه ، بغير
عمد .

ومع ذلك ففي هذه المقالة منافع كثيرة للمتعلمين : فمنها يوقف على تصنيف المسائل ، وتحليلها وتركيبها ، والاشتراط ، وعدد خروج المسألة ، الى غير ذلك ، مما كان ابلونيوس يستعمله في كل مسألة توجد له ، في قطع الخطوط على النسب ، وغير ذلك من الكتب .

وعملت بعد ذلك مقالة أخرى ، تتمة ثلاث عشرة مقالة ، فيها **احدى وأربعون مسألة هندسية** ، من صعاب المسائل ، في الدوائر ، والخطوط ، والمثلثات ، والدوائر المتماسة ، وغير ذلك ؛ سلكت فيها طريق التحليل فقط ، من غير أن أذكر في ذلك تركيباً ، إلا في ثلاث مسائل ، احتيج الى تركيبها . ولم استعمل طريق التحليل

الصواب ، ولا الذي يتحرز فيه ، فيشبه طريق المهندسين ، ولا غلط فيه ، بل جريت
على عادة المهندسين ، من أهل عصرنا ، لأكون قد سلكت الطرق الثلاثة : أما
الصواب ففي كتاب التحليل والتركيب . وأما الذي يشاكل طريق المهندسين الذي
تحرزت فيه ، ففي كتاب الدوائر المتماسة ؛ وأما طريق المهندسين ، ففي هذا الكتاب ؛
ليفهم المتعلمون الخلاف بين هذه الطرق ، وفضل بعضها على بعض ، وليتدرج
المتعلم : من كتاب الدوائر المتماسة ، الذي فيه مسائل أكثرها سهلة ، إلى الكتاب الذي
فيه رسم التحليل والتركيب ، وغيره ، ثم إلى هذه المسائل | الصعاب ، المختصرة [ص ٦٩]
التحليل ، ليقسمها هو ، ويستوفي فيها حق التحليل ، بعد القسمة ، ويركبها ،
ويشترط ، وغير ذلك من الأشياء التي يحتاج اليها . فإن المتعلم ، قبل وقوفه على
الأصعب المختصر ، يحتاج أن يقف على الأسهل المشروح .

وسميت هذه المقالة : **المسائل المختارة**(٦) . إلا أني لم أظهر هذه المقالة الثالثة عشرة . لأشياء ، منها أن فيها مسائل استخرجها غيري ، وقد حكيت استخراجهم ، ثم استخرجتها . واتفق أن طرقي ، في أكثرها ، أقرب وأسهل، فتخوفت أن يُظن أن من استخرجها قبلي أردت مباهاته ، أو تبيين الزيادة عليه ،وغير ذلك من مسائل يطول شرحها .

وعملت كتاباً في **مساحة القطع المكافىء**(٧) ، في مقالة مفردة . وكان جدي
استخرج مساحة هذا القطع ، فعرفني بعض أهل هذا العصر ، من المهندسين ، أن
للماهاني في ذلك عملاً ، أوقفني عليه ، أسهل من عمل جدي ، فلم أحب أن يكون
للماهاني عمل تقدم على عمل جدي ، ولا يوجد فينا ، من يزيد عليه ، فيما عمله .
وكان جدي استخرج ذلك في عشرين شكلاً ، وقدم له مقدمات عددية كثيرة ، من جملة
العشرين | شكلاً ، وتبين له أمر مساحة القطع بطريق الخلف . وقدم أيضاً الماهاني [١٣٢ ظ]
مقدمات عددية لما بينه ، ثم برهن بطريق الخلف ما أراده ، في خمسة أشكال ، أو
ستة ، فيها طول . فاستخرجت ذلك في ثلاثة أشكال هندسية ، لم أقدم لها مقدمة
عددية ، وبينت مساحة القطع نفسه ، بطريق البرهان المستقيم ، ولم أحتج الى | [ص ٧٠]
طريق الخلف .

وعملت أيضاً مقالة لطيفة ، في رسم القطوع الثلاثة(٧) ، وذلك انه ليس من آلة تخط بها قطوع المخروط ، فعملت هذه المقالة ، أبين فيها كيف توجد نقط كثيرة ، بأي عدد شئنا ، تكون على أي قطع أردنا ، من قطوع المخروط.

وقد كنت منذ أتت لي خمس عشرة سنة ، وإلى حيث انتهينا ، إذا وجدت قضية هندسية ، أو استخرجت مسألة ، أثبتُّها . فلما ميَّزت هذه الكتب ، وصنفتها ، بقيت بقايا من تلك المسائل ، لم تدخل في الكتب . وكان في بعض ما عملته منها ، في سنٍّ الصِّبا ، بعض الإضطراب . فلم أحب أن أضيع الزمان الذي كتبتها فيه ، فجمعتها ، واجتمع منها نحو ثلاثمائة ورقة . ولم أكثر نسخها .

فهذه جملة كتبي إلى هذا الوقت . وقد بينت في أول هذا الكتاب غرضي في احصائها ، وذكر معانيها ، وعذري في تقصير ، إن كان فيها . وكان تصحيحي ما بقي من كتبي هذه ، مما لم أتقدم فأصححه في وقت تأليفه ، في السنة الخامسة والعشرين من عمري(٨) .

ولله الحمد والمنة ، وصلواته على رسوله ونبيه محمد
وآله الطاهرين الطيبين.

تعليقـات

(١) هذا ما يسميه الاعلام وهدية العارفين كتاب آلات الظلال ، ولعل الأصح آلات الأظلال ، أي إلقاء الظلال . والفصل الأول منه (المقالة الأولى) في الرخامات ، وذلك ما يسميه صاحب هدية العارفين بكتاب الرخامة. والرخامة مزولة لمعرفة الوقت والكتاب مفقود وهو يبحث في الآلات التي توضع على أرض منبسطة أو محدبة أو مقعرة ، فتعرف منها الأوقات وسواها ، من خلال الظلال التي تلقيها.

(٢) يبدو أن هذا هو الكتاب الذي يسميه صاحب الفهرست ، ومن نقل عنه ، كتاب أغراض كتاب المجسطي.

(٣) هذه رسالة سترد محققة باسم كتاب في حركات الشمس .

(٤) هذا الكتاب ، ذو الاحدى عشرة مقالة ، مفقود .

(٥) سيرد تحقيق هذه المقالة باسم طريق التحليل والتركيب .

(٦) سيرد تحقيق هذه المقالة ، كاملة إلا من أسطر في المقدمة .

(٧) سيرد تحقيق هذه الرسالة .

(٨) على فرض أنه ولد سنة ٢٩٦ هـ يكون بلغ الخامسة والعشرين سنة ٣٢١، وذلك في عهد القاهر بالله .

الرسالة الثانية

في رسم القطوع الثلاثة

الرسالة الثانية

في رسم القطوع الثلاثة

مقدمة المحقق

القطوع الثلاثة هي القطوع المخروطية : المكافىء والناقص والزائد . .

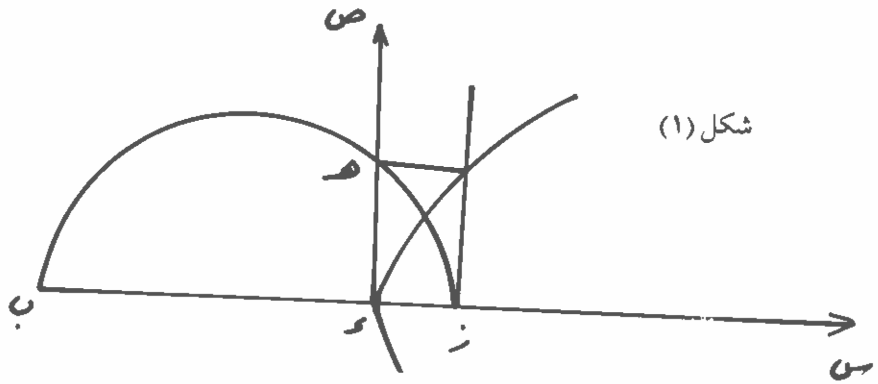
والرسالة كاملة في الكتاب المطبوع لم يلحقها الاختلاط الذي لحق صفحات رسالات أخرى .

وهي في المجموعة المخطوطة تقع في الصفحات ٤٠ ظ الى ٤٢ ظ .

وفي هذه الرسالة يعرض ابراهيم بن سنان طرقاً لطيفة لرسم هذه القطوع ، عن طريق رسم عدة نقاط تقع عليها ، ويستنتج طرقه هذه من علاقات يأخذها من كتاب ابلونيوس في المخروطات . وفي تقديري أن هذه الطرق يجدر أن يشار اليها ، منسوبة الى ابراهيم بن سنان ، في الكتب التي تبحث في القطوع المخروطية . وهي كما يلي، بلغة أقرب الى لغة عصرنا .

١ ـ لرسم القطع المكافىء :

في الشكل ١ : ب د ز قطر دائرة متغيرة ، فيه ب د ثابت ، د ز متغير، طوله س ، د هـ عمود على د ب فواضح ان $\overline{\text{د هـ}}^{٢}$ = س . د ب



شكل (١)

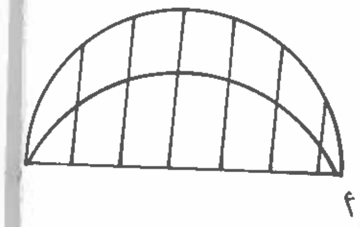
فـإذا كان ء ب = ل من وحـدات الطـول يكون $ص^{٢} = ل س$.

فالنقطتـان (س ، $\pm \sqrt{ل س}$) تقعـان على قطـع مكافىء .

غيرِّ قيمـة س ، تحصـل على نقاط أخرى تقع على هذا القطع .

وتعيين هذه النقـاط عملياً سهل . إنه يقتضي رسم مستطيلات كالمبين بالشكل .

٢ ـ لرسم القطع الناقص



شكل (٢)

إذا رسمت نصف دائرة قطرها ﺃ ب ، وأقمت على هذا القطر أعمـدة تصـل الى محيط الدائـرة ، ثم قسمت هذه الأعمدة بنسبة واحدة كانت نقـاط التقسيم على قطع ناقص .

ويسهل إثبات صحة هذه الطريقة ، وتطويرها ، بطرق الهندسة التحليلية . أما ابن سنان فيستنتجها من قاعدة لأبلونيوس يمكن التعبير عنها بالعلاقة :

$ص^{٢} / (ب^{٢} - س^{٢}) = ﺃ / ب$

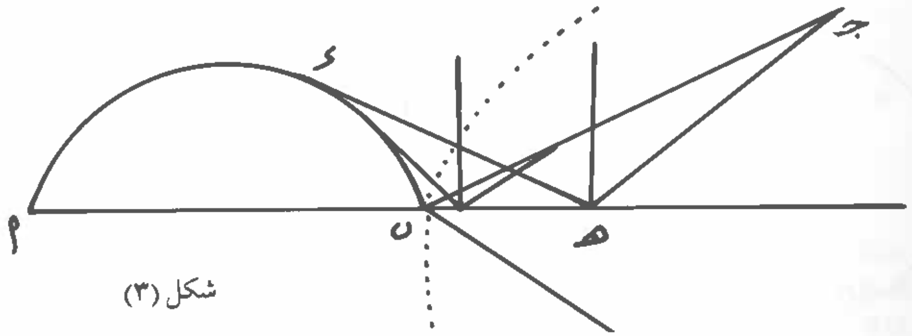
حيث ﺃ ، ب بُعدان يسميهما ابن سنان : الضلع القائم والضلع المائل .

٣ ـ لرسم القطع الزائد

ﺃ ب قطر في دائـرة ، نمده على استقامته ، ونرسـم من الدائرة مماسات تلتقي بهذا القطر وليكن ء هـ أحـد هذه المماسات .

نرسم حـ هـ مساوياً ء هـ في الطول ، فيكون طرفه حـ ، وطـرف كل مستقيم مثله ، مرسوم موازياً له ، على قطع زائد .

وابن سنان يستنتج هذه الطريقة من قاعدة لأبلونيوس يمكن أن نعبر عنها بالعبارة $ص^{٢} / (س^{٢} - ب^{٢}) = ﺃ / ب$ حيث ﺃ ، ب يحددهما ما يسميان بالضلع القائم والضلع المائل .



شكل (٣)

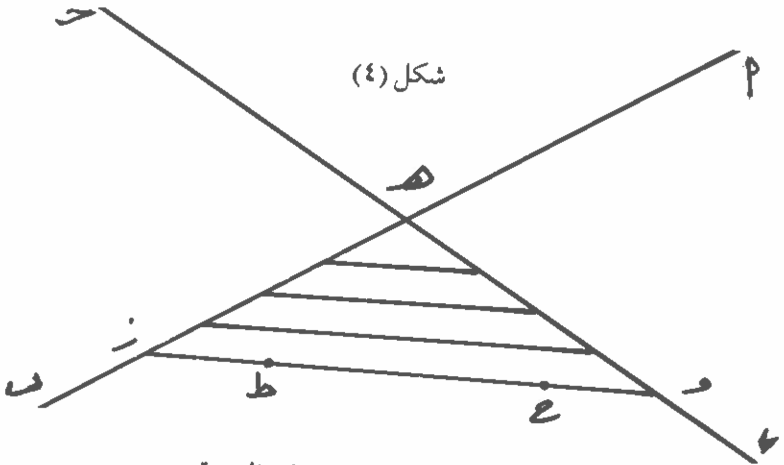
٤ ـ طريقة أخرى لرسم القطع الزائد .

الطرق الثلاث السابقة تعتمد على خصائص الدائرة . ويعطي ابن سنان طريقة لرسم القطع الزائد تعتمد على ما يذكره ابلونيوس عن خصائص خطي الاقتراب .

ففي الشكل ٤ إذا رسمنا خطوطاً متوازية تصنع مع خطي الاقتراب ﺃ ب ، حـ ء مثلثات متساوية الساقين مثل هـ و ز ، وقسمنا القاعدة و ز في ع ، ط بنسبة ما معينة ، أي أن يكون

و ع : ع ز = ز ط : ط و = م : ن مثلاً

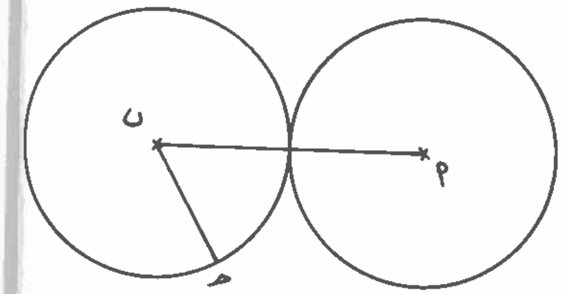
كان ع ، ط على قطع زائد.



شكل (٤)

ونعينّ نقاطاً أخرى تقسم قواعد أخرى على هذه النسبة .

٥ ـ يشير المؤلف بإيجاز الى طريقتين أخريين ، واحدة لرسم القطع الناقص، وواحدة لرسم القطع الزائد :



شكل (٥)

ففي الشكل ٥. أ ، ب مركزا دائرتين متماستين ، ونقطة حـ تقع على احدى الدائرتين .

فواضح ان ب أ - ب حـ = مقداراً ثابتاً هو نصف قطر الدائرة أ

فإذن ب يقع على قطع زائد . وإذا غيرنا موضع الدائرة ب ، بحيث تبقى تمس الدائرة أ وتمر بالنقطة حـ ، أمكن أن نجد نقاطاً أخرى على هذا القطع . وابن سنان لا يشرح الطريقة ، ولكنها واضحة لنا .

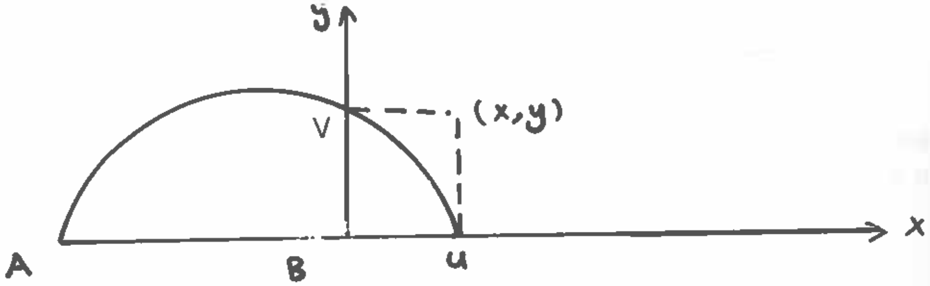
وإذا كانت الدائرتان متماستين من الداخل ، وعندها تكون حـ داخل الدائرة أ ، يكون ب أ + ب حـ = مقداراً ثابتاً ، ويكون المحل الهندسي للنقطة ب قطعاً ناقصاً .

وبهذا تنتهي الرسالة .

2. On Drawing Conics

This work is intact in both the printed collection and the compendium. Its aim is to give methods for drawing the conics by plotting several points on each. From rules quoted from Apollonius, he derives the following methods, all using circles:

A. **To draw a parabola**, take any line segment ABU where AB is constant, and U a variable point.



شكل (٦)

On AU as diameter, draw a circle, which intersects BV, a perpendicular to AB, at V. Thus $BV^2 = AB.BU$.Taking BU as x, BV as y, and AB as l, it follows that $y^2 = lx$ Thus (x,y) lies on a parabola. By changing BU, other points lying on the same parabola can be plotted.

B. **To draw an ellipse,** draw a circle, and a diameter, AB, of it. On AB, draw ordinates, and divide each ordinate in a constant ratio, m:n. The points of division lie on an ellipse, with AB as one of its axes. The author derives this method from a rule given by Apollonius, amounting to

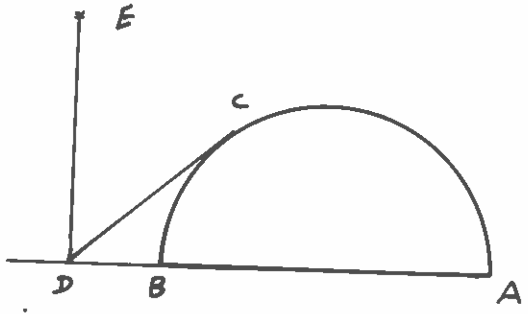
$$\frac{x^2}{(b-y)(b+y)} = \frac{a}{b}$$

C. **To draw a hyperbola**

Let AB be a diameter of a circle , and CD a tangent to it that meets the diameter at D. In any direction you choose , draw a segment DE equal in length to the tangent CD. E lies on a hyperbola and so does every point determined in the same way, provided all segments like DE are parallel. The author derives this method from a rule given by Apollonius, which leads to the relation

$$\frac{x^2}{(y - b)(y + b)} = \frac{a}{b}$$

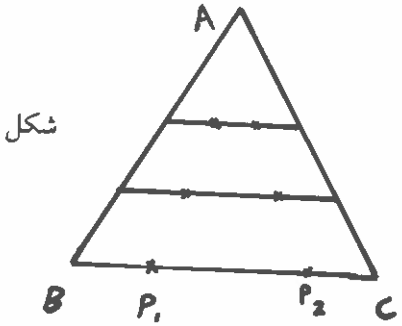
شكل (٧)



D. To draw a hyperbola, using asymptotes.

Taking any two segments, AB, AC, draw isosceles triangles like ABC. Divide each base, BC, at two points, p_1, p_2 in a given ratio m:n. Then all these points lie on a hyperbola.

شكل (٨)



E. Another principle given by Apollonius is utilised to suggest other methods for drawing ellipses and hyperbolas. The principle is that every point, C, on the hyperbola has AC − BC constant, and every point, C, on an ellipse has AC + BC constant, where A,B are fixed points connected with each.

The methods are described in brief: If A is the origin of a fixed circle and B lies on a circle that touches the first circle and has its center at C, then if the two circles touch externally, AC − BC is constant, and C lies on a hyperbola. If they touch internally, AC + BC is constant, and C lies on an ellipse.

| بسم الله الرحمن الرحيم [٤٠ ظ]

مقالة

لابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة

في رسم القطوع الثلاثة

| قال ابراهيم بن سنان : هذه الأشكال التي نذكرها هنا ، ليس نسلك فيها [ص ٢]
الطريق التي سلكناها في الثلاث عشرة مقالة(١) ، لأنا عملنا ما عملناه في تلك : بطريق التحليل والتركيب . وأما ها هنا فانا نستعمل فيما بيناه طريق البرهان فقط . وكذلك في سائر ما نصفه من أمر آلات الظل ، وأمر حركات الكواكب ، فإن التحليل بتلك المقالات أشبه(١) .

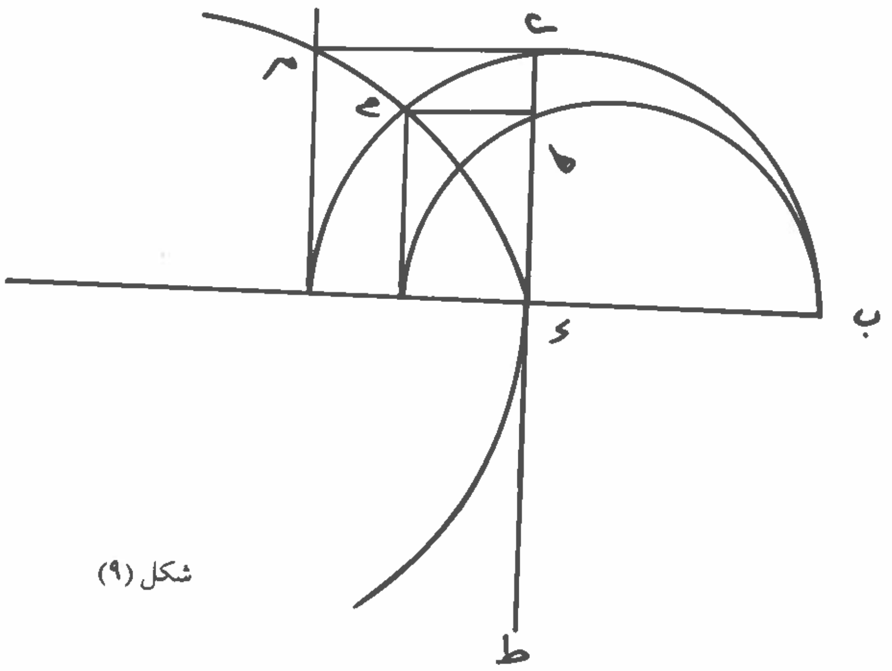
وقد بين ابلونيوس(٢) في كتاب المخروطات ان للمخروط قطوعاً ، وسماها بأسماء، وكان منها ما يحيط به خطوط محدبة ، لا تطابق الدائرة ، ثلاثة قطوع : منها المكافىء ، ومنها الزائد ، ومنها الناقص . وقد بينٌ كيف يحدث كل واحد منها ، وما الذي يوجد فيه من الأقطار والخطوط المتوازية ، وسائر ما يعرض في كل قطع .

ولما وجدنا رسم هذه الثلاثة القطوع ، بالبركار أو غيره من الآلات ، متعذراً ، احتلنا في رسم نقط كثيرة ، يمكن الإنسان أن يبلغ في عددها أي مبلغ أراده ، وتكون تلك النقط على قطع فطع من القطوع الثلاثة . وجملة ما استخرجناه من ذلك أنا بينا

كيف تتولد من الدائرة ، وغيرها ، هذه القطوع .

فلنبتدىء أولاً بالمكافىء ، وليكن قصدنا أن نجد نقطاً يبلغ عددها أي مبلغ أردناه ، وتكون على القطع المكافىء :

[ص ٣] | نخط خطاً، ونعلم عليه نقطتين، وهما ب ، ء ، [الشكل ٩] ونخرج من ء عمود ءه ، ونعلم نقطة تتجاوز نقطتي ب ، ء ، وهي ز ، ونعمل على ب ز نصف دائرة ، يلقى ه ء على ه .



شكل (٩)

فبيّن أن مربع ه ء مثل ضرب ب ء في ء ز . وكذلك أن أخرجنا من ه خط ه ح **يوازي** ب ء ، ومن ز خطاً يوازي ء ه ، وهو ز ح ، كان سطح ز ء ح ه متوازي الأضلاع . فمربع ز ح مثل مربع ء ه . وكذلك

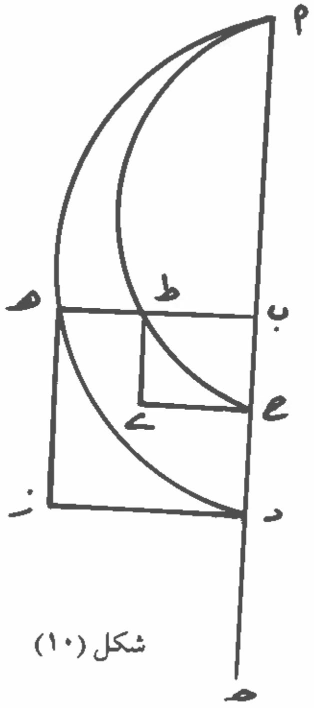
يكون مربع ز ح مثل ضرب ز ء في ء ب . فليكن ء ط في استقامة ء ه ، ومثل خط ء ب فبين أن نقطة ح على القطع المكافىء الذي يمر بنقطة ء وسهمه ء ز ، وضلعه القائم⁽٣⁾ ء ط . وذلك أنا عملنا كما بيّنَ ابلونيوس : قطعاً مكافئاً يجوز على نقطة ء ، ويكون ضلعه القائم ء ط ، وقطره ء ز ، وما يتصل به ، وخطوط الترتيب التي على خط ء ز تحيط معه بزوايا قائمة .

و(إن) قال قائل : إنه لا يمر بنقطة ح ، قلنا فليمرّ بنقطة ى . فيكون مربع ى ز مثل ضرب ز ء في ء ط ، الضلع القائم . وذلك أن ى ز من خطوط الترتيب . وقد كان مربع ز ح كذلك . فيكون ز ح مثل ز ى وذلك محال . فالقطع اذن يمر بنقطة ح . فليكن القطع ا ء ح ح .

وكذلك ان علمنا نقطة على خط ء ز وما يتصل به ، وعلمنا عليها نصف دائرة ، كنصف دائرة ب ل ك ، يلقى ه ء على نقطة ل ، كان مربع ء ل مثل ضرب ب ء في ء ك | ، ونخرج ل م يوازي ء ك ، و ك م [ص ٤]
يوازي ء ل فيصير ، من أجل توازي الأضلاع وتساوي المتقابلة منها ، مربع ك م [٤١ و]
مثل ضرب ك ء في ء ب ، أعني ء ط . فاذن نقطة م على قطع ا ء ح . فقد وجدنا بهذا العمل نقطتي ح ، م تمران بقطع مكافىء ، وبينا لم صار كذلك .

وقد ينبغي أن نعمل في ذلك عملاً مجرداً⁽٤⁾ ، حتى يصح منه وجه العمل ، [الشكل ١٠] ، فنقول :

أنا نخط ا ب ح ، ونعلم على خط ب ح وما يتصل به ، نقطاً كم شئنا . ولتكن نقطة ء واحدة منها ، ونعمل على خط ء ا نصف دائرة ا ه ء ، ونخرج ب ه عموداً على ا ب ، ونخرج من ه خطاً يوازي ا ب ومن ء خطاً يوازي ب ه ، يلتقيان على ز ؛ وكذلك نعلم

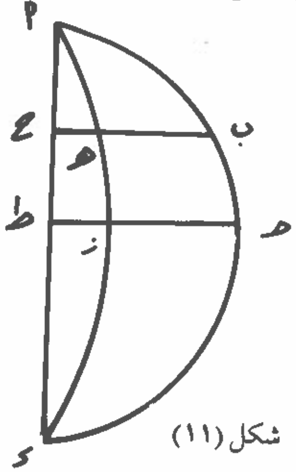


شكل (١٠)

نقطة أخرى عليها : ح ، ونعمل على خط أ ح نصف دائرة أ ط ح ، وليلقَ ب هـ على ط ، ونخرج من ح و ط خطين على ذلك المثال : من ط خطاً يوازي خط أ ح ، ومن ح خطاً يوازي ب ط هـ ، يلتقيان على ى . وكذلك نفعل دائماً .

فبين أن نقطى ى ، ب ، ز على قطع مكافىء سهمه ب جـ ، وأقطاره الباقية يمكن أن توجد بأن نخرج من أي نقطة وجدناها على هذا القطع خطاً يوازي ب جـ .

فأما القطع الناقص فإنه يتولد من الدائرة على هذه الجهة : [شكل ١١]



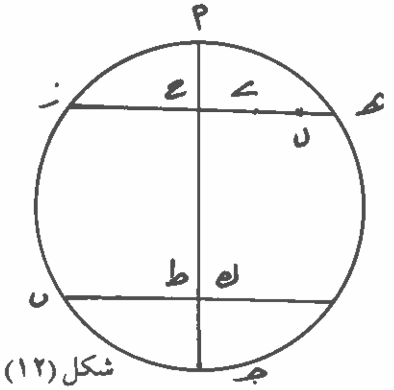
شكل (١١)

نضع⁽٥⁾ قطعاً ناقصاً عليه أ هـ ز ء ، ومحوره أ ء ، ونخرج خطاً من خطوط | الترتيب ، وهو هـ ح . فبين أن نسبة مربع هـ ح إلى ضرب ء ح في ح أ ، كنسبة الضلع المائل والقائم⁽٦⁾ ، أحدهما الى الآخر . كذلك نخرج خط ترتيب آخر ، وهو ز ط : فنسبة مربع ز ط إلى ضرب ء ط في ط أ ، تلك النسبة بعينها . و ولذلك أن نحن أخرجنا خطوط ترتيب ، كانت دائماً هكذا . [ص ٥]

وإن عملنا على ء أ نصف دائرة ء جـ ب أ ، وأخرجنا ز ط الى جـ ، ح هـ الى ب ، تبين أن ضرب ء ط في ط أ مثل مربع ط جـ ، وان ضرب ء ح في ح أ مثل مربع ب ح .

فصارت نسبة مربع جـ ط إلى [مربع] ز ط ، كنسبة مربع ب ح إلى مربع هـ ح .

فنسبة هذه الخطوط في الطول، نسبة واحدة . فنسبة ب ح الى هـ ح كنسبة جـ ط الى ز ط . وكذلك في سائر الخطوط الخارجة في ترتيب . وهذا شكل قد بين في مواضع كثيرة .

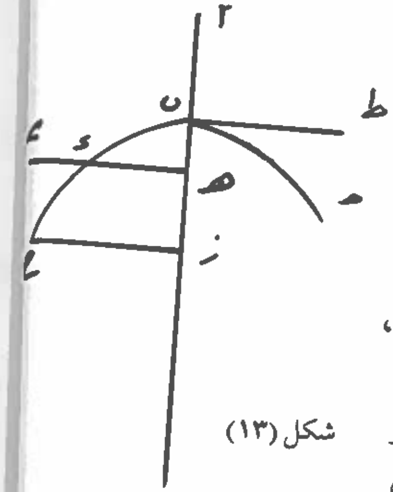


شكل (١٢)

فإذ قد قدمنا ما كان من ذلك معروفاً، فانا نقول : أنا نخط دائرة وهي أ ب جـ ء ، وليكن قطرها أ جـ [الشكل ١٢].ونخرج عليه خطوطاً تكون أعمدة، وهي هـ ز ، ب ء ، تلقاه على ح ، ط . فقد يمكننا أن نقسم خط هـ ح بنسبة ما على ى . ونقسم خط ء ط على نقطة أخرى . بمثل هذه النسبة ، على ك ، حتى تكون نسبة هـ ى الى ى ح كنسبة ء ك الى ك ط ، وكذلك في سائر الخطوط الخارجة . فبينٌ مما قيل ان نقط أ ، ى ، ك ، جـ على قطع ناقص . | وكذلك ان أردنا أن نستخرج غير هذه النقط ، بأن نخرج خطوطاً توازي [ص ٦] | هـ ز ، ونقسمها على هذه النسبة بعينها . [٤١ ظ]

وقد يظهر ذلك أكثر بأن توضع نسبة مربع ى ح الى ضرب أ ح في ح هـ كنسبة خط ما إلى خط أ جـ ثم نعمل على خط أ جـ قطعاً ناقصاً يكون ضلعه القائم ذلك الخط الذي نسب إلى خط أ جـ ، على أن يكون أ جـ قطراً للقطع ، حتى تكون خطوط الترتيب الخارجة عليه تحيط عنده بزوايا قائمة .

فبينٌ أنه يجوز على نقطة ى ⁽٧⁾ . وذلك أنه إن لم يجز ، ووقع على نقطة أخرى كنقطة ل . فبين أن نسبة مربع ل ح الى ضرب أ ح في ح جـ ، كنسبة الضلع القائم الى أ جـ ، كما بين في كتاب ابلونيوس في المخروطات . لكن مربع ى ح هو كذلك ، فيكون ى ح مثل ل ح ، وذلك محال . وكذلك يجوز القطع الناقص على



شكل (١٣)

أي نقط استخرجت بالنسبة المأخوذة .

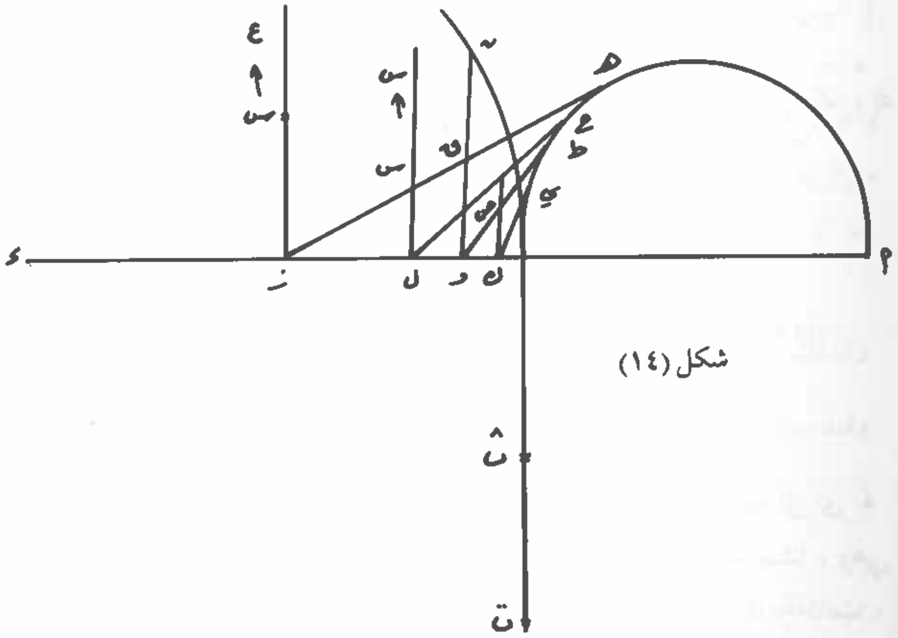
وأما القطع الزائد فانا نجد رسمه يمكن بالدائرة ، ويمكن بالخطوط المستقيمة :

أما بالدائرة فعلى هذه الجهة [الشكل ١٣](٨) ، وهي : ليكن قطر القطع الزائد أ ب ٬ والقطع نفسه ح ب ء ٬ ونخرج خطاً من خطوط الترتيب ، وهو ء ه ٬ فتكون نسبة مربع ء ه إلى ضرب أ ه في ه ب ٬ كنسبة الضلع القائم الى الضلع المائل(٩) وكذلك جميع خطوط الترتيب المخرجة موازية لخط ه ء . وهذا كما قد بينه ابلونيوس ، وبين انه أن عكس هذا ، [ص ٧] جاز القطع على نقطة ء ٬ وذلك انا إذا وضعنا | خطاً ما ، وهو أ ب ٬ ونخرجه الى ز ٬ وعلمنا نقطتي أ ٬ ب ونقطة ه ٬ وأخرجنا ه ء ٬ على أي خروج كان ، وعلمنا نقطة ء ٬ وجعلنا نسبة مربع ء ه ٬ إلى ضرب أ ه في ه ب ٬ كنسبة خط ما الى آخر ، وهو خط ب ط ٬ ثم رسمنا ، كما علمنا ابلونيوس ، قطعاً زائداً قطره أ ب وضلعه القائم ب ط ٬ وخطوط الترتيب الخارجة على قطره تحيط بمثل زاوية ء ه أ ٬ على أن يمر القطع بنقطة ب ٬ كان ذلك القطع يمر بنقطة ء . وذلك أنه إن لم يمر جاز أن يقول قائل أنه يقع على نقطة ما كنقطة ى ٬ فتصير نسبة مربع ه ى ٬ إلى ضرب أ ه في ه ب ٬ كنسبة الضلع القائم الذي هو ب ط ٬ إلى الضلع المائل الذي هو أ ب . ولكن نسبة مربع ء ه إلى ضرب أ ه في ه ب هي كذلك . وهذا غير ممكن ، فإذن القطع يمر بنقطة ء .

وكذلك ان جعلنا ز ح موازياً ء ح وصيرنا نسبة ضرب أ ز في ب ز إلى مربع ز ح كنسبة ب أ إلى ب ط ٬ كان القطع يمر بنقطة ح .

فإذا كان ذلك كذلك فأنا نبين كيف يتولد القطع الزائد من الدائرة على هذه

الجهة : [الشكل ١٤] نضع خطاً ما ، وهو أ ب ٬ ونعمل عليه نصف دائرة ، وهي أ ه ب ٬ ونخرج أ ب على استقامته الى ء ٬ ونعلم نقطاً كثيرة على محيط دائرة أ ه ب ٬ لتتولد منها النقط التي على محيط القطع ، ولتكن نقط ه ٬ ح ٬ ط ٬ ى . ونخرج من ه خط ه ز مماساً | للدائرة ، ومن نقطة ح خطاً [ص ٣] يماس ، وهو ل ح ٬ ومن نقطة ط خطاً يماس ، وهو ط و ٬ ومن ى خطاً يماس ، وهو ى ك . ونخرج من ك ٬ و ٬ ل ٬ ز خطوطاً متوازية ، وهي ك م ٬ و ن ٬ ل س ٬ ز ع ، على أي زاوية كانت . وليكن خط ى ك مثل ك م ٬ وخط ط و مثل و ن ٬ وخط و ل مثل ل س ٬ ه ز مثل ز ع .



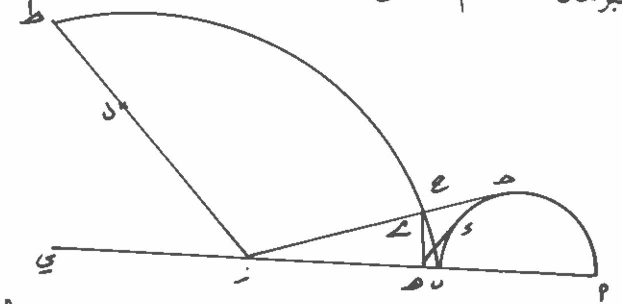
شكل (١٤)

فبين | ان ضرب أ ك في ك ب مثل مربع ك ى ٬ فهو مثل مربع [٤٢ و] ك م . وكذلك يكون ضرب أ و في ب و مثل مربع ب و ٬ وضرب أ ل في ل ب مثل مربع ل س ، وضرب أ ز في ب ز مثل مربع ز ع .

فان صيرت نسبة خط ك م إلى ك ص ، ن و إلى و ن ، س ل الى ل ب ، ع ز الى ز س ، نسبة واحدة صارت نسبة مربعاتها إلى مربعاتها نسبة واحدة ، فتكون نسبة ضرب أ ك في ك ب الى مربع ك ص ، كنسبة ضرب أ و في و ب الى مربع و ن ، وكذلك الباقية على الاتصال .

فإن نحن جعلنا خط أ ب مثل ب ت ، وجعلنا نسبة ضرب أ ك في ب ك إلى مربع ك ص كنسبة أ ب الى ب ث ، ثم علمنا قطعاً زائداً يمر بنقطة ب ، ويكون ب أ قطره ، وتكون خطوط الترتيب الخارجة على القطر تحيط بزوايا مثل زاوية ب ك م ، كان ذلك القطع يمر : أما إذا كان ضلعه القائم ب ت : فبنقط ب م ن س ع ، وأما إذا كان ضلعه القائم ب ث: فبنقط ص ن ر س

فإذا كان ذلك كذلك فالعمل ما نعمله في القطع الزائد ؛ إلا أنه بغير برهان ، إذ [ص ٩] كان البرهان قد تقدم ، حتى | يكون القول في ذلك مجرداً [الشكل ١٥](١٠)



شكل (١٥)

فنضع نصف دائرة ، وهي أ حـ ب ، وقطرها ب أ ، ونخرجه الى ى ، أو إلى أي موضع أردنا ، ونخرج خطوطاً تماس هذا النصف دائرة ، كم شئنا ، وهي ء هـ ، حـ ز ، وكذلك نفعل دائماً ، ثم نخرج هـ ح على أي زاوية كانت ، حتى يكون مثل ء هـ ، ونخرج ز ط يوازيه ويساوي ز حـ ؛ وهكذا نفعل دائماً : بأن نخرج خطاً يماسّ ، ومن مقاطعته لخط ى ب خطاً يوازي هـ ح ويساوي الخط المماس ، حتى تحدث نقط الى كم أردنا مبلغها . فتصير نقط ب ح ط على قطع زائد ، وكذلك كل نقطة تحدث على هذه الجهة على قطع زائد .

وإن أحببنا أن نقسم خط هـ ح ، أو نزيد فيه<خطاً> حتى يحدث بعد من نقطة هـ ، أما أعظم من بعد هـ ح ، وأما أصغر ، كبعد هـ ك ، ثم جعلنا نسبة هـ ح الى هـ ك كنسبة واحد واحد من الخطوط المتوازية إلى خط آخر ، كأنا قلنا نسبة ز ط الى ز ل ، كانت النقط الحادثة ، أعني نقطتي ك ، ل ونظائرهما ، على قطع آخر زائد .

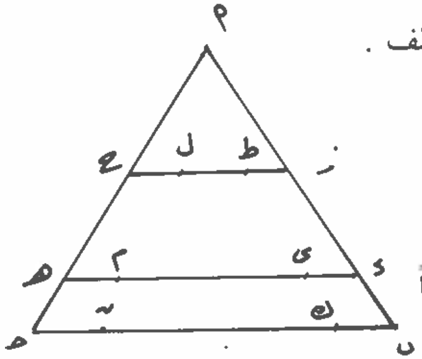
فقد تبين كيف تتولد القطوع من الدائرة ، وكيف تحدث نقط الى كم أردنا عددها ، تكون على أي قطع أردناه من القطوع الثلاثة .

وقد نبين كيف يحدث القطع الزائد من الخطوط المستقيمة على هذه الجهة [الشكل١٦] إن وضع ان الخطين اللذين لا يقعان على القطع الزائد | الذي عليه هـ ط ز (هما) ء ب أ ، أ حـ ح ، وأخرج خطا ب ل م حـ ، ء هـ ز ح متوازيين | فإن ابلونيوس قد بينّ أن ضرب ب ل في ل حـ مثل ضرب ء هـ في هـ ح .

شكل (١٦)

وكذلك في سائر الخطوط المتوازية التي تخرج على هذه الجهة(١٠) .

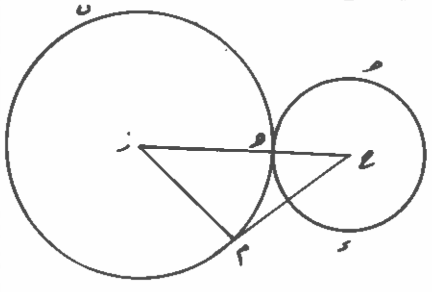
وقد بين عكس ذلك ، ببرهان قريب ، بالخلف .



شكل (١٧)

فإذا كان ذلك كذلك ، فلنفرض خطين ، وهما ب أ ، أ حـ ، ونخرج خطوطاً متوازية ، وهي ب حـ ، ء هـ ، ز ح ، أو كم شينا ، ونجعل ضرب ز ط في ط ح مثل سطح ما ؛ ونجعل ضرب ء ى في ى هـ مثل ضرب ز ط في ط ح ،

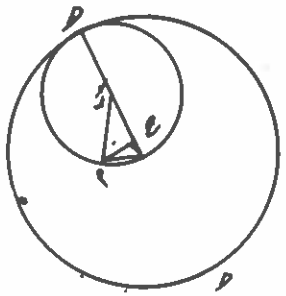
وكذلك ضرب ب ك في ك حـ ، مثل ضرب ز ط في ط ح . ونجعل أيضاً ضرب حـ ل في ل ز مثل ضرب ز ط في ط ح ، وضرب ء م في م هـ مثل ضرب ء ى في ى هـ ، وضرب ب ن في ن حـ مثل هذا السطح . فتصير هذه النقط ، أعني ك ، ى ، ط ، ل ، م ، ن ، في قطع زائد ، وكذلك سائر النقط التي تستخرج على هذه الجهة .



شكل (١٨)

وإن نحن وجدنا دائرة ا ب تماس دائرة حـ ء ، من خارج ، على هـ ، ومركزي الدائرتين ز ، ح ، وعلمنا نقطة ا ، وأخرجنا ز هـ ح ، فإن ز ح يزيد على ز ا بِـ هـ ح .

وكذلك ان رسمنا على نقطة ا دوائر ، بلا نهاية ، تماس دائرة حـ ء ، وأخرجنا من نقطة ح إلى مراكزها خطوطاً ، وأخرجنا من ا خطوطاً الى مراكزها . [ص ١١] كان | الفضل أبداً بينهما خطوطاً مساوية هـ ح ، فيصير كل خطين يلتقيان على نقطة ما ، يكون مخرجهما من نقطتي ا ، ح : فضل أحدهما على الآخر : مثل هـ ح . فتكون هذه النقطة التي عليها تلتقي الخطوط الخارجة : على قطع زائد ، كما بين في كتاب المخروطات .



شكل (١٩)

وإن جعلنا هذا الكلام بعينه في صورة تكون فيها الدائرتان متماستين من داخل ، صار مجموع كل خطين يخرجان من ا ، ح مثل خط ما ، وهو هـ ح ، فيصير ملتقى الخطوط على القطع الناقص ، كما بين في كتاب المخروطات .

تمت المقالة لابراهيم بن سنان في رسم القطوع الثلاثة
والحمد لله رب العالمين ، وصلواته على نبيه محمد وآله أجمعين .

التعليقات

(١) الثلاث عشرة مقالة هي كتب ابن سنان في الهندسة ، منها احدى عشرة مقالة يبدو أنها مفقودة ، ومقالتان ستردان هنا ، إحداهما في طريق التحليل والتركيب ، والثانية في مسائل هندسية مختارة .

(٢) ابلونيوس عالم يوناني مشهور ، ولد في برجه في جنوبي آسيا الصغرى ، في النصف الثاني من القرن الثالث قبل الميلاد ، وتوفي في أوائل القرن الثاني قبل الميلاد . وهو واضع كتاب القطوع المخروطية بثمانية أجزاء ، وصل الينا منها الأجزاء السبعة الأولى ، منها الأجزاء الخامس والسادس والسابع بالعربية فقط ، والجزء الثامن مفقود . وقد كان بنو موسى بن شاكر أول من اهتم بترجمة هذا الكتاب الى العربية ، ولكن أعاقهم عن ذلك ان النسخة التي وصلت اليهم منه سيئة ، ثم وجدوا نسخة أخرى فيها الأجزاء الأربعة الأولى فترجمها لهم هلال بن أبي هلال الحمصي ، ثم ترجم الأجزاء الثلاثة الأخرى ثابت بن قرة . وأما الجزء الثامن فيبدو انه فقد من قبل العصر الاسلامي . وقد قام نصير الدين الطوسي بتحرير الكتاب فيما حرره ـ من أخطاء النساخ ـ وقد وصل الينا تحرير الطوسي بنسختين .

(٣) مصطلحات ابن سنان المتعلقة بالقطوع تطابق مصطلحات ابلونيوس ، فمحور القطع يسميه قطراً . وكل خط يوازي المحور هو أيضاً قطر . وإذا كان القطع مكافئاً معادلته $ص^{٢} = ل$ س فضلعه القائم عمود على المحور عند رأس القطع ،

طوله ل . والخطوط التي ترسم موازية للمماس في أي نقطة وتنتهي بالقطع تسمى خطوط ترتيب .

(٤) يبدو ان المؤلف يعني بالعمل المجرد ، عملاً مجرداً من الشروح والإيضاحات والمبررات .

(٥) «نضع» بمعنى « نفرض » ، والموضوعة هي الفرضية . و«ننزل» تستعمل أيضاً بمعنى «نفرض » .

(٦) هذه هي القاعدة ، كما عبر عنها ابلونيوس ، ويسهل أن نبين انها تقابل $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢} - \text{س}^{٢}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

(٧) «يجوز» و«يمر» بمعنى واحد

(٨) جعل الناسخ القطع في الشكل ١٣. دائرة

(٩) تقابل هذه القاعدة : العلاقة $\text{ص}^{٢} / (\text{س}^{٢} - \text{ب}^{٢}) = \text{أ} / \text{ب}$

(١٠) جعل الناسخ كلاً من القطعين في الشكلين ١٥ ، ١٦ نصف دائرة .

الرسالة الثالثة

في مساحة القطع المكافئ

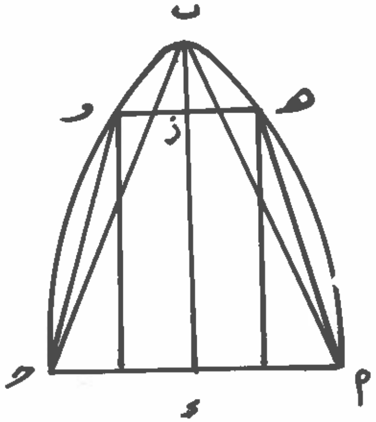
الرسالة الثالثة

في مساحة القطع المكافىء

تقع هذه الرسالة في المخطوطة في الصفحات ١٣٢ظ إلى ١٣٤ظ ، وتأتي في الكتاب المطبوع في احدى عشرة صفحة .

يثبت المؤلف أن نسبة مساحة القطعة هـ ب و إلى مساحة القطعة أ ب حـ (أنظر الشكل) كنسبة مساحة المثلث هـ ب و إلى مساحة المثلث أ ب حـ . وذلك ، على غرار طريقة ارشميدس في التكامل .

ثم يثبت أن نسبة مساحة القطع أ ب حـ الى مساحة المثلث أ ب حـ كنسبة ٤ : ٣ ويستند المؤلف إلى علاقة ينقلها عن ابلونيوس تقتضي أن هـ ز^{٢} : أ ء^{٢} ، في القطع المكافىء ، تساوي ب ز : ب ء



شكل (٢٠)

3. The Area of the Parabola

= Hyderabad ms.

This tract covers five pages of the Compendium, viz. 132r to 134r. It states and proves the rule that the area of any parabolic segment is to that of the triangle whose base is the chord of the segment and vertex the origin of its diameter. is in the ratio 4:3. All lines that originate from the parabola parallel to its axis of symmetry are called diameters. Chords parallel to the tangent line at the origin of the diameter are perpendicular to the diameter and are called order lines, with respect to that diameter.

In proving the 4/3 rule, the author draws an n-gon in the segment, and in an Archimedian way, shows that by increasing n, the difference between the area of the n-gon and that of the segment can he made smaller than any assumed small quantity. He makes use of a rule given by Apollonius, namely, that the squares of any two parallel order lines are in the ratio of their intercepts from their diameter.

بسم الله الرحمن الرحيم
كتاب ابراهيم بن سنان بن ثابت
في مساحة القطع المخروط المكافىء

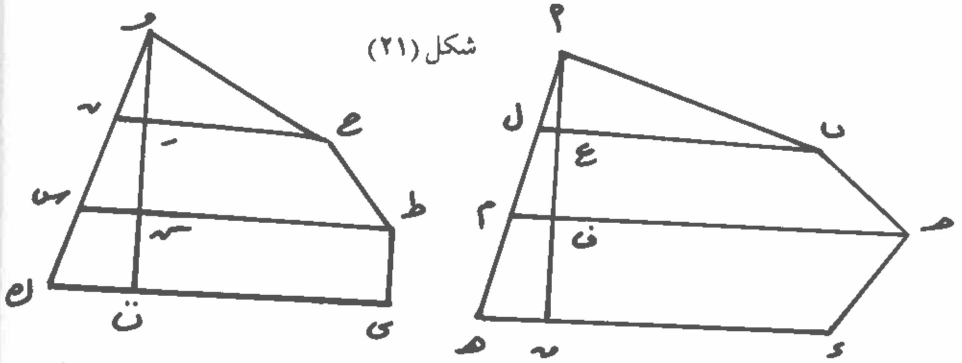
[١٣٢ ظ]

قد كنت عملت كتاباً في مساحة هذا القطع ، قديماً . وغيرّت في شكل منه شيئاً . ثم ضاعت النسخة المصلحة ، والنسخة القديمة . فاحتجت إلى إعادة ما استخرجته من ذلك ، في هذا الكتاب . فإن وقعت نسخة تخالف ألفاظها هذه الألفاظ ، في شيء منها معنى يخالف بعض معاني هذه النسخة ، فهو إحدى النسختين اللتين ذكرتها .

وقد عمل جدي ، ثابت بن قرة ، في ذلك ، والماهاني(١) ، أعمالاً .

ا . إذا كان شكل ا ب ح د ه كثير الزوايا ، وشكل و ح ط ى ك أيضاً كثير الزوايا [الشكل ٢١] ، وأخرجت خطوط ب ل ، د م ، ح ن ، ط س : توازي خط د ه وخط ى ك ، فكانت نسب خطوط ا ل ، ل م ، م ه : على نسب خطوط ن و ، ن س ، س ك ، ونسب خطوط ب ل ، ح م ، د ه : على نسب خطوط ح ن ، ط س ، ى ك ، ووصل ا د ، ى و :

فإن نسبة مثلث ا د ه إلى مثلث و ى ك : كنسبة شكل ا ب ح د ه إلى شكل و ح ط ى ك


شكل (٢١)

[ص ٣] | برهان ذلك أنا نخرج عمود ا ع ف ب على خطوط ب ل ، ح م ، د ه ، المتوازية ، وعمود و ر س ت [على خطوط ع ن ، ط س ، ى ك] .

فنسبة ا د ه إلى سطح ح د ه م هي كنسبة ضرب ا ب في نصف د ه : إلى ف ب في نصف د ه ، ح م . وذلك ان مساحتها مساوية لضرب الخطوط التي ذكرنا ،بعضها في بعض .

فاذن نسبة مثلث ا د ه إلى سطح ح م د ه مؤلفة من نسبة ا ب إلى ف ب ، ومن نسبة نصف د ه إلى نصف د ه ، ح م .

وأيضاً نبين أن نسبة مثلث و ى ك إلى سطح ى ك ط س : مؤلفة من نسبة و ت إلى ت س ، ومن نسبة نصف ى ك إلى نصف ى ك ، ط س .

فأما نسبة ا ب إلى ف ب فكنسبة ا ه إلى ه م ؛ لتوازي خطي [١٣٣ و] د ه ، ه م ؛ وكنسبة و ك | إلى ك س ، لأنا فرضنا نسب هذه الخطوط ، في البدء متساوية ؛ وكنسبة و ت الى ت س .

وأما نسبة نصف د ه إلى نصف د ه ، ح م ، فهي كنسبة د ه إلى د ه ، ح م . وهذه النسبة مثل نسبة ى ك إلى ى ك ، ط س ، لأنها ، على التفصيل ، فرضت كذلك . وتلك النسبة كنسبة نصف ى ك إلى نصف ى ك ، ط س . فإذن نسبة نصف د ه إلى نصف د ه ، ح م ، كنسبة نصف ى ك الى نصف ى ك ، ط س .

فإذن النسب التي تؤلف منها نسب مساوية لنسبة مثلث ا د ه الى سطح ح د ه م : مساوية للنسب التي تؤلف | منها نسب مساوية لنسبة مثلث [ص ٤] و ى ك إلى سطح ى ك ط س . فلذلك تكون نسبة مثلث ا د ه إلى سطح د ه ح م : كنسبة مثلث و ى ك إلى سطح ك ى ط س . وكذلك نسبة مثلث ا د ه إلى سطح ب ح ل م : كنسبة مثلث و ى ك إلى سطح ح ن ط س . وذلك أن السطوح القائمة الزوايا المساوية لها : أضلاعها تأتلف منها نسبة واحدة . كأنا قلنا : نسبة ا ف الى ع ف : كنسبة و س الى ر س ؛ ونسبة نصف د ه الى نصف ح م ، ب ل : كنسبة نصف ى ك إلى نصف ع ن ، ط س .

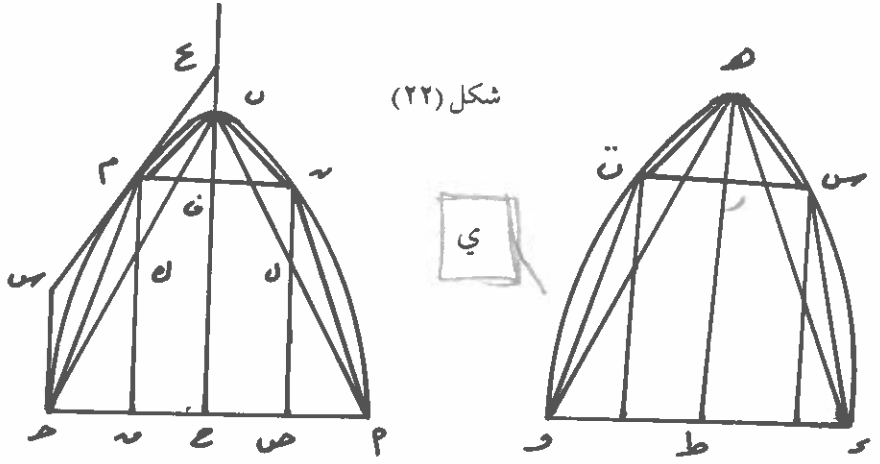
وكذلك نسبة مثلث ا د ه إلى مثلث و ى ك : كنسبة مثلث ا ب ل إلى مثلث و ع ن ، لأن نسبة عمود ا ب إلى ع ا : كنسبة و ت إلى ر و ، ونسبة د ه إلى ب ل ، كنسبة ى ك إلى ع ن .

فإذن نسبة المثلثين الكبيرين : كنسبة السطحين ، كل واحد إلى نظيره . فإذا جمعنا صارت نسبة سطح ح م د ه إلى سطح ط س ى ك : كنسبة شكل ا ب ح د ه إلى شكل و ع ط ى ك ، وكانت كنسبة مثلث ا د ه إلى مثلث و ى ك .فإذن قد تبين لنا ما كنا قصدنا أن نبينه .

ب ـ وإذ قد تبين ذلك فانا نبين أن : **كل قطعتين من قطع القطع المكافىء نسبة احداهما إلى الأخرى كنسبة المثلث الذي قاعدته قاعدتها | ورأسه رأسها : إلى المثلث** [ص ٥] **المعمول في الأخرى على هذه الصفة :**

فلتكن قطعة ا ب ح [الشكل ٢٢] من قطع مكافىء ، وقطعة د ه و من قطع مكافىء ، وقاعدتاهما ا ح ، د و . ونقسمهما بنصفين على ح ، ط . وليكن قطرا القطعتين ب ح ، ه ط ، ونصل ا ب ح ، و ه د ، فاقول :

شكل (٢٢)



إن ما ذكرناه حق ، فإن كان باطلاً ، فلتكن نسبة مثلث و ه ء إلى مثلث ا ب حـ : كنسبة قطعة ء ه و إلى سطح أقل من قطعة ا ب حـ ، وهو سطح ى .

ونقسم ب حـ بنصفين على ك ، ا ب بنصفين على ل ، ونخرج قطري ك م ، ل ن موازيين لقطر ب ح ، ويقعان على نقطتي م ، ن من القطع . ونصل ا ن . ، ن ب ، ب م ، م حـ .

فكل واحد من مثلثي ا ن ب ، ب حـ م أعظم من نصف القطعة التي هو فيها : وذلك أنا أن أخرجنا خطاً يماس القطع ، من نقطة م ، كخط س م ع ، كان موازياً لخط ب ك حـ ، الذي هو خط ترتيب⁽²⁾ على قطر م ك . وإن أخرجنا قطر حـ س ، كان موازياً لخط ب ح ، فليلتق ح ب ، م ع على ع .

[١٣٣ ظ] فمثلث ب حـ م نصف سطح ب ع حـ س ، المتوازي الأضلاع | والسطح أعظم من قطعة ب م حـ ك ، فنصفه ، أعني مثلث ب م حـ ، أعظم من نصف القطعة .

ولا نزال ننصف خطوط ا ن ، ن ب ، م ب ، حـ م ، ونظائرها ، ونخرج أقطاراً على الأنصاف ، ونصل خطوطاً تحدث مثلثات هي أعظم من نصف [ص ٦] القطع | التي هي فيها⁽³⁾ ، الى أن يبقى فضلة أقل من زيادة قطعة ا ب حـ عل

سطح ى . فليكن المقدار الباقي ا ن ، ن ب ، ب م ، م حـ . فيكون سطح ا ح حـ م ب ن اعظم من سطح ى . فإذن نسبة مثلث ء ه و إلى مثلث ا ب حـ : كنسبة قطعة ء ه إلى سطح أصغر من سطح ا ن ب م حـ ح .

ونصل م ن ليلقى قطر ع ح على ف ، فيكون خط ترتيب . وكذلك نجعل قطر م ك يلقى ح حـ على ه ، وقطر ن ل يلقى ا ح على ص .

فلأن ا ل مثل ل ب ، وقطر ل ص يوازي قطر ح ب ، يكون ا ص مثل ص ح . وكذلك ح ه مثل ه حـ . لكن ا ح مثل ح حـ ، فيكون ح ص مثل ح ه . فالخط الخارج من ن إلى قطر ب ح على ترتيب ، يقع على قطر ب ح ، ويكون مثل ح ص . وكذلك خط الترتيب الخارج من م : مثل ح ه فخط الترتيب الخارج من ن مثل الخارج من م . فهما يقعان على نقطة واحدة . فلتكن ف .

ونقسم ه ط على نسبة ب ف إلى ب ح ، على نقطة ء ، ونخرج خط ترتيب س ت ، يوازي ء و ، ونصل ء س ، س ه ، ه ت ، ت و .

فلأن نسبة ح ب إلى ب ف : كنسبة ه ط إلى ه ء ، تكون نسبة مربع ء و إلى مربع س ت : كنسبة مربع ا حـ إلى مربع ا م ن . وذلك أن [ص ٧] ابلونيوس قد بيّن في كتاب المخروطات أن نسبة مربع خطوط الترتيب ، في القطع المكافىء ، كنسبة ما تفصله من القطر الذي هي على ترتيب عليه .

فإذن نسبة خطوط ء و ، س ت [إلى] ا حـ ، م ن ، في الطول ، متساوية . فإذن قد قسم خطا ه ط ، ب ح ، على نقطتي ء ، ف ، بنسب متساوية ، وأخرج ء و ، س ت متوازيين ، وأخرج ا حـ ، م ن متوازيين ، فكانت نسبة ء و إلى س ت مثل نسبة ا حـ إلى م ن . فإذن نسبة مثلث ء ه و إلى مثلث ا ب حـ : كنسبة سطح د س ه ت و إلى سطح

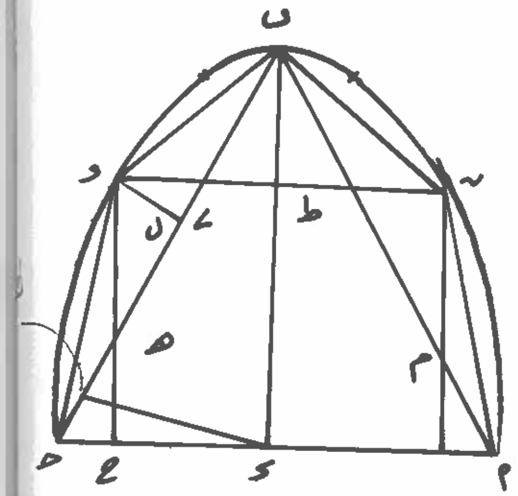
ا ن ب م ج ، كما بينا في الشكل الأول . وقد كانت [مثل] نسبة قطعة د ه و إلى سطح أقل من ا ن ب م ج . وهذا محال ، بين الاستحالة ، ظاهر أنه خلف ، لا يمكن ، لأن قطعة د ه و أعظم من د س ه ت و .

فليس نسبة مثلث د ه و إلى مثلث ا ب ج : كنسبة قطعة د ه و إلى سطح أصغر من قطعة ا ب ج . وإن أمكن فليكن إلى سطح أعظم منها . فإذن نسبة مثلث ا ب ج إلى مثلث د ه و : كنسبة قطعة ا ب ج إلى سطح أصغر من قطعة د ه و . وهذا بين أنه محال ، كما تبين قبله ، في عكس هذا الذي نحن فيه .

فإذن نسبة مثلث د ه و إلى مثلث ا ب ج مثل نسبة قطعة د ه و إلى قطعة ا ب ج . وهذا ما أردنا | أن نبينه . [ص ٨]

ج ـ فأقول : ان كل قطعة من قطع مكافىء : نسبتها الى المثلث الذي على قاعدتها ، وفي ارتفاعها : | كنسبة الأربعة الى الثلاثة(٤) . [١٣٤ و]

برهان ذلك أنا نضع القطعة ا ب ج ، وقاعدتها ا ج ، ونصفها د ، والقطر ب د ، ونخرج خطي ا ب ، ب ج . ونقسم ب ج بنصفين على ه ، ونخرج و ه ح يوازي ب د ويلقى القطع على و ، ونصل ب و ، و ج ، ونخرج خط ترتيب و ي ط يلقى قطر ب د على ط ، وخط ب ج على ي .



شكل (٢٣)

فلأن نسبة د ج الى ط ي كنسبة د ب الى ب ط ، التي هي كنسبة مربع

د ج الى مربع ط و ، كما تبين في خطوط الترتيب ، في كتاب المخروطات ، يكون خط ط و وسطاً في النسبة بين د ج ، ط ي ، لأن نسبة د ج الى ط ي : كنسبة مربع د ج الى مربع ط و ، كما بينا

لكن لأن ب ه مثل ه ج ، وقطر ه ح يوازي قطر ب د ، يكون د ح مثل ح ج . فإذن ح ج مثل ط و ، إذ كان مثل د ح المساوي ، ولأن سطح و ط د ح متوازي الأضلاع ، لتوازي خطوط الترتيب وتوازي الأقطار في القطع المكافىء .

لكن نسبة د ج الى ط و كنسبة و ط إلى ط ي . فَ و ط مثلا ط ي . فإذن ط ي مثل ي و . فيكون د ج ، الذي هو ضعف و ط ، أربعة أمثال ي و .

| وإن نحن أخرجنا عمود د ك على ب ج ، وعمود و ل على ب ج ، [ص ٩] فزاوية د ك ج مثل زاوية و ل ي ، لأن د ك ل مثل و ل ك المتبادلتين ، وزاوية ~~فزاوية~~ د ج ك مثل زاوية و ي ل . فمثلثا و ي ل ، د ك ج متشابهان . فنسبة د ج الى و ي مثل نسبة د ك الى و ل . فإذن لأن د ج أربعة أمثال و ي ، يصير د ك أربعة أمثال و ل .

فإذن ضرب د ك في نصف ب ج ، أعني مثلث ب ج د : أربعة أمثال ضرب و ل في نصف ب ج ، أعني مثلث ب و ج .

فإذن مثلث ا ب ج ، إذ هو ضعف مثلث ب د ج ، لأن خط ا ج ضعف خط ج د : ثمانية أمثال مثلث ب و ج . فمثلث ب و ج ثُمن مثلث ا ب ج .

لكن لأن ب د قطر ، و ح قطر ، تصير نسبة قطعة ا ب ج من القطع ، الى قطعة ب و ج من القطع : كنسبة مثلث ا ب ج الى مثلث ب و ج . فإذن قطعة ب و ج من القطع ثُمن قطعة ا ب ج .

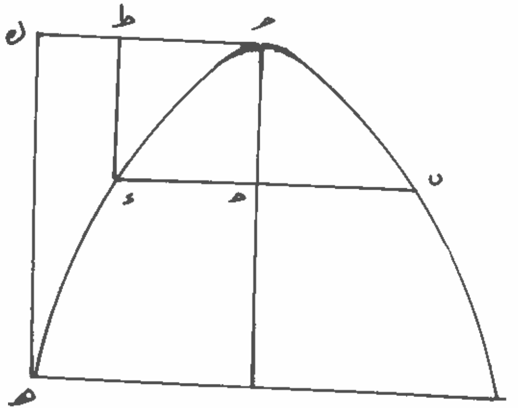
وعلى هذا المثال إن قسمنا أ ب بنصفين على م ، وأخرجنا قطر م ن ، بينا أن نسبة مثلث أ ب ح الى مثلث أ ن ب : كنسبة قطعة أ ب ح الى قطعة أ ن ب . ونبين أيضاً أن مثلث أ ن ب ثمن مثلث أ ب ح . فإذن قطعة أ ن ب ثُمن قطعة أ ب ح .

[ص ١٠] فإذن مجموع قطعتي أ ن ب ، ب و ح ربع قطعة أ ب ح . ا فإن نحن جعلنا قطعة أ ب ح أربعة ، كان مجموع قطعتي أ ن ب ، ب و ح واحداً ، وبقي مثلث أ ب ح : ثلاثة . فإذن نسبة قطعة أ ب ح الى مثلث أ ب ح : كنسبة الأربعة الى الثلاثة .

فإذن كل قطعة من قطع المخروط المكافي نسبتها الى المثلث الذي على قاعدتها وفي ارتفاعها : كنسبة الأربعة الى الثلاثة . وذلك ما أردنا أن نبين .

د. فأقول: ان كل قطعتين من قطع مخروط مكافي ، قاعدتاهما متوازيتان : فنسبة احداهما الى الأخرى ، كنسبة ارتفاعها الى ارتفاعها ، مثناة بنسبة إذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة ارتفاعها الى ارتفاعها(٥) .

فلتكن قطعة من القطع المكافي أ ب ح ء ه ، وليكن أ ه يوازي ب ء ، والقطر القاطع لخطي أ ه ، ب ء بنصفين : ح و ع . [الشكل ٢٤] . فنخرج خطاً يوازي [١٣٤ ظ] أ ه ، ب ء ا وهو ح ط ونخرج خطي ء ط ، ه ك يوازيان ح ع .



شكل (٢٤)

فسطح ء ح مثل المثلث الذي قاعدته ب ء ، ورأسه ح ، لأن ب ء ضعف و ء .

وأيضاً سطح ع ه ح ك مثل المثلث الذي قاعدته أ ه ، ورأسه ح ، فلذلك تكون نسبة قطعة أ ح ه الى قطعة ب ح ء : كنسبة سطح ك ع إلى سطح و ط

لكن هذه النسبة ، من قبل تساوي زوايا هذين السطحين ، هي مثل نسبة ع ح إلى و ح ، زمثناة بنسبة ع ه الى و ء .

ومن البين ان نسبة ع حَ الى ا و ء ، إذا ثنيت بالتكرير ، كانت كنسبة [ص ١١] مربع ع ه الى مربع و ء . التي هي مثل نسبة ح ع الى ح و .

فإذن نسبة قطعة أ ح ه الى قطعة ب ح ء كنسبة ح ع الى ح و مثناة بنسبة إذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة ع ح الى ح و .

وعلى هذا المثال نبين كل قطعتين من قطع مكافي هذه حالها . وذلك ما كان غرضنا أن نبينه .

تم كتاب ابراهيم بن سنان بن ثابت في مساحة القطع المكافي
والحمد لله رب العالمين حمد الشاكرين وصلواته على نبيه سيد
المرسلين محمد وعترته الطاهرين وحسبنا الله ونعم الوكيل .

التعليقــات

(١) جدهُ ثابت بن قرة هو ابو الحسن ثابت بن قرة الحراني ، ولد سنة ٢٢١/ ٨٥٣ ومات سنـة ٢٨٨/ ٩٠١ كان طبيباً رياضياً فلكياً ، من أعظـم المترجمين عن الأغريقية والسريانية . ترجـم أولاً لبنـي موسى بن شاكر ، ثم دخـل في جملـة منجمي الخليفة فأسس مدرسة للترجمة ترجمت معظم كتب الـرياضيات والفلك والطب .

تنسب له الكتب العربية مؤلفات كثيرة منهـا كتـاب في قطـع المخـروط المكافىء وكتاب في مساحة الأجسام المتكافئة .

والماهاني هو ابو عبدالله محمد بن عيسى الماهاني . ظهر حوالي سنة ٢٢١/ ٨٥٣ ومات صغيراً بعد سنة ٢٤٣ / ٨٧٤ . كان رياضياً فلكياً عمل ارصاداً قيمة وشرح كتباً لاقليدس وارشميدس وأصلح ترجمة اسحق بن حنين لكتاب الأكرلمنيلاوس .

(٢) مما يذكره المؤلف عن خطوط الترتيب ، هنا وفي غـير هذا المكان، يتبـين ان خط الترتيب في القطع وتر يوازي مماساً لهذا القطع ، وأنه خط ترتيب بالنسبة لمحور القطع المار بنقطة التماس .

(٣) يتضح هنا أن طريقة ابن سنان تبين ان بالإمكان زيادة المضلع المرسوم داخل القطع الى أن يبقى الفرق بين مساحته ومساحة القطع أقل من أي مقدار مفروض ، هو مقدار زيادة مساحة القطع على المساحة المعطاة ى .

(٤) من السهل التحقق من صحة هذا بطرق التكامل الابتدائية .

(٥) هذه عبارة مطولة معناها أن النسبة بين المساحتين كالنسبة بين مربعي الارتفاعين .

الرسالة الرابعة

طريقة التحليل والتركيب

الرسالة الرابعة

طريق التحليل والترْكيب

مقدمة المحقق

تقع هذه الرسالة في المخطوطة في الصفحات ٢١و الى ٣٩ظ ، كاملة غير منقوصة. وموضوعها ، كما يبدو من اسمها هو التحليل والتركيب .

أما التحليل فيعني البحث عن الحل ، أو تصيد الحل ، كما يسميه المؤلف في احدى عباراته . ويتم بأن تعتبر المسألة محلولة ثم تستنتج من مفروضاتها نتائج متتابعة تفضي الى استنتاج أن ما يطلب معرفته يمكن ، أو لا يمكن ، أن يعرف . فإذا كان لا يمكن أن يعرف فالمسألة محال ، وإذا كان يمكن أن يعرف، يأتي دور التركيب وهو عمل ما يلزم من انشاءات وأعمال اقتضاها التحليل الى أن يعرف المطلوب معرفته . وينتهي الحل ببرهان أن ما وجد يحقق شروط المسألة .

ويستهل المؤلف بحثه بالأشارة الى أنه يطرق موضوعاً لم تتداوله أقلام كثيرة ، فلذا قد لا يخلو من تقصير .

ثم يقسم المسائل الى ثلاثة أقسام : قسمان انشائيان وهما ما يعني بهما في هذه الرسالة ، والثالث برهاني يتطلب إثبات حقائق معينة ، وهو خارج عن موضوع رسالته .

أما الإنشائيان فمسألة تتطلب انشاء شكل هندسي يحقق شروطاً معينة ، ومسألة تفرض شكلاً وتتطلب إيجاد معلومات محددة عنه كقطر أو مساحة أو طول ضلع .

ومسائل هذين النوعين عنده انواع ، فمنها المسائل المستوفاة الشروط والمفروضات وهي ثلاثة أنواع : محال أي لا حل لها ، وذات حل واحد أو حلول محدودة العدد ، وسيالة أو ذات حلول لا حصر لها .

ثم قد تكون هذه المسائل غير مستوفاة الشروط والمفروضات ، بل تحتاج إلى مزيد من الشروط أو الى استثناء ، وبذا فهو يوصل أقسام مسائله الإنشائية الى ثمانية .

وفي بحث التحليل تصدر من المؤلف عبارات قد يقولها معلم اليوم لطلابه ، كألحاحه بأن يستعمل الطالب جميع المفروضات وجميع ما يستنتجه عنها ، وبأن يستوحي من الحقائق المختزنة عنده ما هو ذو صلة بالشكل الذي يعالجه ، ففي شكل مربع قل أن تفيد الخصائص المتعلق بالدائرة أو المثلث .مثلاً، وكإلحاحه بألا ينتقل الباحث من العام الى الخاص أو من الخاص الى العام إلا بحذر ، كيلا يحل مسألة غير المطلوبة منه .

وينهي بحثه بمثال يحلله ويركبه ويبرهن على صحة عمله ، ويدرسه من نواحي متعددة . والمثال ذو قيمة تاريخية لأنه ينمُّ عن اتجاه يبدو أن الفكر الرياضي الاسلامي اتجه فيه انطلاقاً من كتاب الأصول لأقليدس ، وهو حل مسائل معقدة بطرق هندسية جبرية ، وذلك قبل أن يرسخ الجبر والمثلثات وقبل أن يتطوروا فتنجم عنهما الهندسة التحليلية .

إلا أن المؤلف يسترسل في الشرح إلى درجة قد تبدو للقارىء المعاصر مملة ، ويكرر أفكاره ، ربما أكثر مما تتحمله الأذن في هذه الأيام . لذا لجأت الى تقسيم بحثه بوضع عناوين فرعية ، او الأشارة الى فقرات جديدة . وقد لا تكون العناوين دقيقة أو أنسب ما يمكن أن يوضع ، وقد لا تكون الأشارات في أنسب الأوضاع ، الا أنها للقارىء الحديث محطات تساعده على أن يلتقط أنفاسه في مضيه مع المؤلف في بحثه .

مصطلحات المؤلف
في هذه الرسالة

استخراج المسألة : حلها أو طريقة حلها . واستخرج الحل بمعنى « توصل اليه »
أضعف : بمعنى ضاعف . وأضعفه اذا ضربه في ٢ .
أنزل : بمعنى فرض ، وننزل أي نفرض .

الباطل : ضد الصحيح . فيقال مسألة باطلة ، وقول باطل بمعنى انه لا يصح .
تحليل المسألة : البحث عن حل لها ، بدءاً باعتبار انها محلولة ، ثم استنتاج نتائج تفضي الى ايجاد الحل .
تركيب التحليل : حل المسألة بالفعل ، وهي عملية تعقب التحليل وتحتذي خطواته رجوعاً من آخر خطوات التحليل الى أوله .

التسمح : التجاوز عن بعض الفروق أو الاعتبارات ـ التساهل .
التماسّ: أي نقطة التماسّ
الحكم : انظر القضية .
خروج المسألة : حصول حلها. (انظر استخراج)
الخط: تعني دائماً الخط المستقيم ، إلا إذا أشير الى غير ذلك.
ذو الأربعة اضلاع : ما نسميه اليوم بالشكل الرباعي ، ويشمل المربع .
سيالة : المسألة السيالة هي التي لها حلول لا حصر لها .
الضعف: ضعف العدد مثلاه. والأصح ضعفان.
عاميّة: يستعملها المؤلف بمعنى «عامة». فيقول طريقة عاميّة اي عامّة

الفصول بين الأقسام : الفوارق التي تفصلها بعضها عن بعض .

الفصول بين الأعداد : الفروق

القضية والحكم : اسمان يعطيهما للنظرية الهندسية فعندما يقول المثلث المتساوي الأضلاع زواياه متساوية : فالقضية هي المثلث المتساوي الأضلاع ، والحكم هو تساوي زواياه .

مِثْل : ا مثل ب أي انهما متساويان

معلوم القدر والوضع والصورة والحلقة : الخط المعلوم القدر هو المعلوم الطول ، والمعلوم الوضع يعرف موضعه فقط ، والمثلث المعلوم الصورة هو الذي علمت النسبة بين أضلاعه ويسمى أيضاً معلوم النسبة ، ومعلوم الحلقة ، أي أضلاعه معلومة .

مسألة محال : أي يستحيل حلها .

مفروضات المسألة : أي معطياتها . والقيمة المفروضة هي المعطاة .

المهندس : العالم بهندسة اقليدس .

نصف الضلع : يستعملها بمعنى المنتصف . فنصف الخط نقطة عليه .

---

4. On Analysis and Synthesis
MS 21v-39r.

This comes complete in both the Compendium and the printed form.

The author starts by pointing out that the subject he is dealing with has not been widely treated; therefore others may find chance to correct, or to add, to his work.

He goes on to classify problems into three categories. One, which does not concern him here is problems that call for a proof. The other two are construction problems and those that require finding out some elements related to given constructions.

A more elaborate classification, into eight categories, comes in dealing with problems with respect, to their solution sets. These are the empty set, a definite set, i.e. having one solution or more, and the indeterminate. But these are further differentiated as having just the necessary and sufficient conditions and data, or having either an excess or deficiency of these conditions.

Analysis is the search for solution. It starts with assuming the problem solved, and goes on to derive relations which lead to a solution. Synthesis is exploiting the findings of analysis to give the solution. This is followed by a proof which shows that the solution satisfies the stated conditions.

The work is, generally speaking, wordy, and repetitive. Occasionally it sounds modern and reminiscent of some books of today, like . Polya's **How to Solve It.** A query that seems to bother the author much is "Why should synthesis be different from analysis." He justifies that by saying that in analysis you find out the solution for yourself, and thus leave things implied, whereas in synthesis, you explain your steps to others. But he blames geometers for making their analysis too concise.

But the work has a great historical value for it uncovers a development of Euclidean geometry that makes it much algebraic, apparently before algebra, trigonometry and analytical geometry were developed. This idea will appear better in the coming work , but here are given some examples worked out in this tract, with the detailed solutions of one of them.

1. AB and CD are two lines intersecting at E.F is a given point in their plane. Required to construct a line FDB such that FD.FB is equal to a given area.

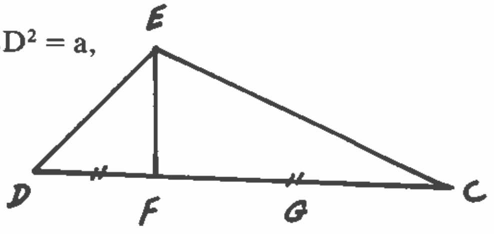
2. Required to find two line segments so that the difference between their lengths is equal to a given length l, and the rectangle of which they are the sides has a given area a.

3. Construct a triangle on a given base and having a given height with respect to that base, provided the product of the other two sides is equal to a given area.

4. How to find two line segments the difference of their squares being a, and their product being b.

5. AB is the diameter of a given circle, and C is a point outside it, along AB. CDE and CFG are two lines that intersect the circle at D, E, and F, G, on the same side of AB, so that angles BCD, DCF are equal. H is the mid-point of ED. Prove that the distance of H from AB cannot be equal to half the radius of the circle.

Let us consides no.4 above:
Required CE,ED, given $CE^2 - ED^2 = a$,
$CE.ED = b$.
Algebraically, this is $x^2 - y^2 = a$, $xy = b$, giving
$x^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2 + 4b^2} + a\right)$,
$y^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2 + 4b^2} - a\right)$.



شكل (٢٥)

The analysis of the author runs as follows:

Let CE and ED be the two lines, placed at right angles, forming a right triangle, hypotenuse CD, and altitude EF. Take FG = FD.
$a = CE^2 - ED^2 = CF^2 - FD^2 = CD.GC$
$b = CE.ED = CD.EF$

Hence CG / EF and therefore GG^2 / EF^2 can be found.
But $EF^2 = CF.FD$. Thus $CG^2 / 4\ CF.FD$ can be found,
and thus $(CG^2 + 4\ CF.FD) / CG^2 = CD^2 / CG^2$ can be found.
But CD.CG is known.
Hence CD, and thus CG can be found.
Thus all the other elements of the triangle, including CE,ED can be found.

The solution requires the following geometrical constructions:

1. Construct a square, area a, and let l be its side. $[Y = \sqrt{a}]$
2. Construct a square, area b, and let m be its side. $[m = \sqrt{b}]$
3. Let n be third proportional between l and m. $[n = b/\sqrt{a}]$
4. Let p be third proportional between l and n $[p = b^2 / a\sqrt{a}]$
5. Let $q = 4p$, $s = l + q$, and r be mean proportional betwen s and l $[r^2 = (a^2 + 4b^2)/a]$
   Then $l^2 : CD^2 = l : r$, giving CD : $[CD^2 = a^2 + 4b^2]$
   The other elements follow.
   The proof shows that CE and ED satisfy the given conditions.

بسم الله الرحمن الرحيم [٢١ و]
مقالة
لابراهيم بن سنان
في طريق التحليل والتركيب
وسائر الأعمال في المسائل الهندسية

[مقدمة]

إني وجدت أكثر من رسم طريقاً للمتعلمين ، في استخراج المسائل الهندسية ، [ص ٣] من المهندسين : قد أتى ببعض الأمر المحتاج اليه في ذلك . ولم يأتِ بجميعه ، لأن كل واحد منهم كان يخاطب من قد أمعن في الهندسة ، وارتاض في استخراج مسائلها ، وبقيت عليه بقايا ، فكان يقصد لأيقافه عليها ، وإرشاده اليها ، فقط . فرسمت في هذا الكتاب طريقاً للمتعلمين يشتمل على جميع ما يحتاج اليه في استخراج المسائل الهندسية ، على التمام ، بحسب طاقتي ، وبينت فيه أقسام المسائل الهندسية ، بقول مجمل ؛ ثم قسّمت الأقسام ، وأوضحت كل قسم منها بمثال ، ثم أرشدت المتعلم الى الطريق الذي يعرف به في أي قسم منها يدخل ما يلقى عليه من المسائل ، ومع ذلك كيف الوجه في التحليل ، وما يحتاج اليه في التحليل ، من التقسيم والاشتراط ؛ والوجه في تركيبها ، وما يحتاج اليه من الاشتراط فيه ، ثم كيف يعلم هل المسألة مما يخرج مرة واحدة ، أو مراراً(١) . وبالجملة سائر ما يحتاج اليه في هذا الباب . وأومأت الى ما يقع

[ص ٤] للمهندسين(٢) من الغلط في التحليل ، باستعمالهم عادة قد جرت | لهم في الاختصار المسرف . وذكرت أيضاً لأي سبب يقع للمهندسين . في ظاهر الأشكال والمسائل ، خلاف بين التحليل والتركيب ، أنه ليس يخالف تحليلهم التركيب الا باب الاختصار ، وأنهم لو وفوا التحليل حقه ، لساوى التركيب ، وزال الشك عن قلب من يظن بهم أنهم يأتون في التركيب بأشياء لم يكن لها ذكر في التحليل ، من قبل ما يرى في تركيبهم ، من الخطوط والسطوح وغيرها ، مما لم يكن له ذكر في التحليل . وبينت ذلك وأوضحته بالأمثلة ، وأتيت بطريق يكون التحليل به على جهة يوافق التركيب ، وحذرت من الأشياء التي يتسمح المهندسون بها في التحليل ، وبينت ما يلحق من الغلط اذا تسمح بها .

ولعل ما أتينا به في هذا الكتاب غير مقصر عن شيء مما يحتاج اليه في هذا المعنى ، وأن يكون في هذا الكتاب منفعة ، لمن عُني باستخراج المسائل إذا تأمله ، وكانت له قريحة وطبع محمود ، أن شاء الله تعالى .

وقد ينبغي لمن نظر في هذا الكتاب ، ان وجد فيه تقصيراً أن يعلم ان الانسان ، إذا ابتدأ بمعنى لم يكثر غيره الخوض فيه(٣) ، لم يخلُ من بعض التقصير ، لأن العلوم انما تُنمّى وتتزيد بأن يبتدىء واحد من الناس بشيء منها ، ثم يزيد من بعده فيه ، ويصححه ويقوّمه . فقد يجب على من وقف على تقصير ، أن يقول فيه بما يوجبه الحق
[ص ٥] وأن يزيد | إذا اقتضى الأمر زيادة ، أو ينقص ، أو يعمل لنفسه كتاباً في هذا المعنى ، يستوفي فيه الأمر على حقه ، فيحوز الجمال لنفسه ، وشرف الإصابة له دون غيره ؛ فإني ما أخلو من تقصير ، في كثير مما أعمله ، لأشغال تتقسمني ، وتعوقني عن المواظبة على هذه الأشياء وما أشبهها . والله الموفق

[أقسام المسائل]

[٢١ ظ] مسائل الهندسة تخرج في القول على ثلاث جهات ، اثنتان منها ، وان اختلفتا في ظاهر القول، فهما ترجعان الى أمر واحد ، والثالثة غير موافقة لهما :

فإن المهندس يسأل عن هذه الجهة : كيف تعمل مثلثاً مساوياً لمثلث معلوم ، ويكون شبيهاً بمثلث معلوم ؟ وقد يسأل المهندس على جهة ثانية ، فيقال له : إذا كان مثلث معلوماً ، كيف تعلم اضلاع المثلث ؟

وسنبين مستأنفاً أن هذين القولين يرجعان الى معنى واحد .

ويسأل المهندس على جهة أخرى ، وهي هذه : كيف تبين ان كل خطين يتقاطعان في دائرة ينقسمان بأقسام تحيط بسطوح متساوية؟ وهذا يسمى عندهم ، إذا تبين : الحكم والقضية . وكقولك : كيف تبين أن كل مثلث متساوي الأضلاع ، فالأعمدة الثلاثة التي تخرج من نقطة في داخله ، مثل عمود من أعمدته؟(٤)

والغرض في هذا الكتاب هو المعنيان الأولان .(٤)

| **فالمسائل التي تخرج** بالسؤال على أحد هذين الوجهين ، منها ما تكون [ص ٦] شرائطه ومفروضاته مستوفاة،(٦) لا تحتاج في أن تخرج المسألة منها ، أولا تخرج ، الى استثناء فيها ، ولا زيادة ، ولا نقصان ، ولا تغيير لها . فمن التي لا تحتاج إلى زيادة في الشرائط والمفروضات ، ولا نقصان ، ولا تغيير ، ما هو صحيح ، يخرج كيف صرفت أحواله خروجاً محدوداً . ومنها ما لا يخرج ولا يصح ، بوجه ولا سبب ، كيف صرفت أحواله

أما ما يخرج من المستوفاة، الشروط والمفروضات ، فكقولك : كيف تقسم خطاً مفروضاً على نسبة معلومة : فان هذه المسألة مستوفاة الشروط والمفروضات ، تخرج كيفما وضع الخط ، وبأي مقدار فرض ، وكيفما كانت أحوال النسبة ، من نسبة الأعظم الى الأصغر ، أو عكس ذلك ، أو نسبة المثل .

وأما ما لا يخرج البتة من المستوفاة الشروط ، فكقولك : نريد أن نقسم خطاً بقسمين يكون ضرب أحدهما في الآخر مثل مربع الخط كله . فإن هذه المسألة محال(٧) ، كيف قسم الخط ، وبأي مقدار كان ، وكيف تصرفت به الحال .

وعلى هذا المثال أيضاً لو قيل : كيف نخرج من نقطة خارج دائرة خطاً يقطعها ،
[ص ٧] وإذا أضعفت الزاوية التي بين القطر الذي يمر بتلك | النقطة ، وبين الخط الخارج ،
كانت أقل من الزاوية التي يحيط بها الخط المماس للدائرة ، مع ذلك القطر ، وإذا قسم الخط الذي يقع في الدائرة ، من الخط الخارج من تلك النقطة بنصفين ، وأخرج من نصفه عمود على ذلك القطر كان مساوياً لخط معلوم ، هو ربع القطر . فإن هذه المسألة محال ، لا حيلة فيه .(٨)

وإنما قلنا في المسائل التي تدخل في هذا القسم الأخير انها مستوفاة الشروط والمفروضات ، وهي مما لا تحتاج بوجه ولا سبب ، لأن ما فيها من الشروط كافٍ وحدهُ ، في الاّ تخرج المسألة ، ليس يحتاج الى زيادة ولا نقصان حتى تصير المسألة مما لا يخرج .

فأما المسائل التي هي بزيادة شروط لا تخرج ، فإنما يكون نعتها هذا النعت؛
[٢٢ و] أعني أنها لا تخرج بشرط ، إذا أخذت عليه السؤ ال ، وليست | اذا أخذت عامية(٩) ،
مما لا يجوز ان يقال فيه أنه لا يخرج جزماً ، لأن شروطه ليست كافية بعد ، لأنه لم يوجد فيها الشيء الذي بسببه لا تخرج ، وتحتاج الى أن تصير بهذه الحال الى زيادة وتغيير ما . فإنها إذا جعلت عامية السؤ ال ، مبهمة ، فيمكن أن تخرج وأن لا تخرج . فأما إذا خصص السؤ ال ، بأن يضاف إليه الشيء الذي به تخرج المسألة ، فإن المسألة تكون من الصحيحة على الإطلاق ، وإن خصصت بالتصريح في السؤ ال ، بما به لا تخرج المسألة ، جرت مجرى هذه المسائل المحال التي يجري ذكرها ، ودخلت معها .

[ص ٨] **ومنها المسائل التي** يحتاج الى تغيير شيء من مفروضاتها أو شروطها ، بزيادة
شيء لم يكن في السؤ ال ، أو نقصان شيء ، وهي ثلاثة أصناف :

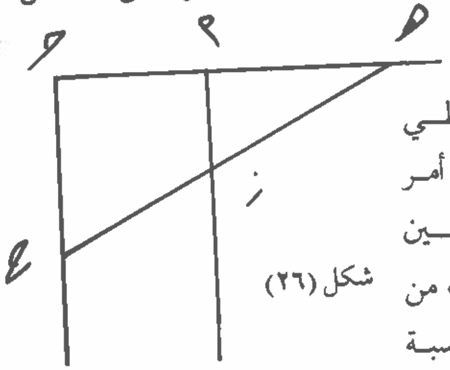
من ذلك المسائل التي تسمى **السيالة** ، ولها قسمان : أحدهما ما يخرج من المسائل خروجاً لا يلزم منه أن يكون شيء ما معلوم القدر والوضع والنسبة ، أعني الصورة ، أو غير ذلك من أصناف التحديد ، بلا شرط ولا استثناء ، ومتى أصلح السؤ ال ، ورد ما

نقصه إلى موضعه ، صارت المسألة من المسائل الصحيحة التي ذكرناها أولاً : كقولك :

خطا أ ب ، حـ ء متوازيان ، وقد وصلنا أ حـ الى نقطة هـ ، وهي مفروضة ، ونريد أن نخرج خطاً يقطع خطي أ ب ، حـ ء ، كخط هـ ز ح ، حتى تكون نسبة هـ ز الى ز ح كنسبة هـ أ الى أ ح . فإن هذا السؤ ال إذا حلل لم يلزم أن يكون خط هـ ح مفروض الوضع والقدر ، وذلك أن سائر الخطوط التي تقطع خطي أ ب ، حـ ء ، من نقطة هـ ، تقطع على هذه النسبة .

فأما أن أضيف الى ذلك شيء آخر ، حتى تصير المسألة مما يجري مجرى المسائل الصحيحة التي في القسم الأول ، فانه يصير لنا خط هـ ح مفروضاً بالوضع والمقدار ، كقولك في الزيادة على السؤ ال: أن يكون فضل ما بين خطي أ ز ، حـ ح مفروضاً . وإن انت حذفت السؤ ال ، واقتصرت على الاستثناء في هذه المسألة ، وهو أن يكون فضل ما بين | أ ز ، حـ ح معلوماً(١٠) ، تمت المسألة [الشكل ٢٦] [ص ٩]

وكقولك : نريد أن نجد خطين نسبة احدهما الى الآخر معلومة : فإن هذه المسألة سيالة ؛ إلى أن نقول : ويكون مجموعهما معلوماً ، فتكون من المسائل الصحيحة .

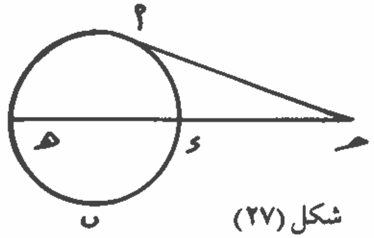


شكل (٢٦)

وبين هذه المسألة وبين أمر خطي أ ب ، حـ ء فرق ، وهو أنك لو حذفت أمر النسبة من السؤ ال ، وبقي لك فضل ما بين أ ز ، حـ ح صحت المسألة ، وصارت من القسم الصحيح . وأما هذه فلو حذفت أن نسبة أحد الخطين الى الآخر معلومة . واقتصرت على أن يكون مجموعهما معلوماً ، لم يكفِ .

وقد ينبغي أن يحفظ عني مثل في القسم الذي بعدها من المسائل السيالة .

[٢٢ ظ] **والقسم الآخر** من المسائل السيالة هو ما كان | من المسائل محتاجاً في أن يصير في
القسم الذي ذكرناه بديًّا من قسمي المسائل السيالة إلى ذكر شيء آخر ، كقولك : دائرة
أ ب ⁽¹¹⁾ مفروضة ، وخط حـ أ يماسها . كيف تخرج من حـ خطاً يقطع الدائرة ،
[ص ١٠] كخـط | حـ د هـ ، حتى
يكون ضرب هـ حـ في حـ د
معلوماً ، أعني مثل سطح معلوم؟
[الشكل ٢٧].



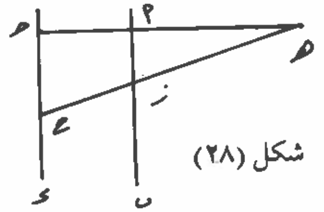
شكل (٢٧)

فإن ذلك مما يحتاج أن يقال فيه : على أن يكون ذلك السطح المعلوم مثل مربع حـ أ . فإذا استثنينا بهذا ، كانت المسألة مما يجري مجرى القسم الأول ، من قسمي المسائل السيالة .وكان هذا الاستثناء هو الفصل بين هذين القسمين . ومتى فرض أن هذا الاستثناء في هذه المسائل غير موجود ، كانت المسألة محالاً يجري مجرى المسائل المحال التي ذكرناها بديًّا . ومتى استثني بما ذكرناه ، وأضيف الى المسألة شيء مما يحددها رجعت الى المسائل الصحيحة التي سميناها أولاً .

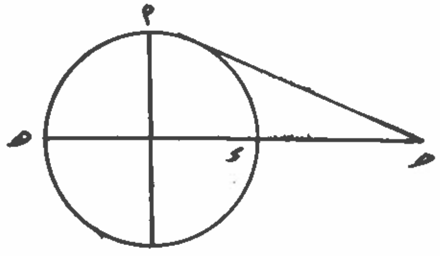
ثم من المسائل التي تحتاج الى تغيير ، ما ليس في مفروضاته نقص ولا زيادة :
كقولك : نريد أن نعمل مثلثاً مساوية أضلاعه لثلاثة خطوط معلومة ، كل واحد منها
لواحد . فإنه لا حاجة بنا الى زيادة في هذه المفروضات ، وإنما تحتاج هذه المسألة الى
شرط : أن يقال : ويكون كل خطين من الخطوط المفروضة أطول من الثالث . فإنه متى
[ص ١١] استثني هذا | جرت المسألة مجرى المسائل الصحيحة ، التي ذكرناها أولاً . ومتى كان
هذا غير موجود في المسألة كانت المسألة باطلة ، من الصنف الذي ذكرناه بديأ .

ثم من المسائل التي نحتاج الى تغيير ، ما في مفروضاته زيادة . ولذلك أصناف :

منها المسائل التي إذا أسقطت الزيادة من مفروضاته ، رجعت الى المسائل السيالـة . وهذه المسائل لك أن تقول انها من جنس باقي المسائل ، كقولك في الخطين المتوازيين اللذين رسمناهما [الشكل ٢٨] نريد أن نخرج من هـ خطاً ينقسم بتلك النسبة التي قلنا ، ومع ذلك يفصل خطين كخطي حـ ع ، ز أ تكون نسبة ز أ الى حـ ع كنسبة هـ حـ الى حـ أ ⁽¹²⁾



شكل (٢٨)



شكل (٢٩)

أو في الدائرة التي فرضناها : نريد أن نخرج
من نقطة حـ [الشكل ٢٩] خطاً يقطع الدائرة حتى
يكون ضرب حـ هـ في حـ د مثل سطح معلوم ، على
أن يكون القطـر أ ب ، ويكون د هـ ضعف
أ ب ⁽¹²⁾ . فإن هذه | الزيادة ، والزيادة في الخطين [٢٣ و]
المتوازيين إذا أسقطت ، رجع السؤ ال الى المسائل السيالة التي ذكرناها .

| ومنها ما يرجع إذا نقصت الزيادة منه الى المسائل التي تحتاج الى أشراط ، وهو [ص ١٢]
القسم الأوسط من المسائل التي تحتاج الى تغيير . كقولك : نريد أن نعمل مثلثاً تكون
أضلاعه مساوية لثلاثة خطوط مفروضة في دائرة معلومة . فإن هذه المسألة إذا سقطت
رجع السؤ ال الى القسم الأوسط ، من المسائل التي تحتاج الى تغيير .

وأما ما يصير مع الزيادة سيالاً ، فلا خلاف بينه وبين السيال الذي تقدمنا فجعلناه قسمين . وما يزاد على السيال أيضاً ، إذا صير المسألة أما صحيحة وأما باطلة ، أو غير ذلك ، فهو من جنس سائر المسائل .

ومنها ما يرجع إذا نقصت المفروضات الى المسائل التي هي صحيحة ، وهي التي ذكرناها أولاً . كقولك : نريد أن نقسم خطاً معلوماً بقسمين تكون نسبة احدهما الى

الآخر معلومة ، وضرب احدهما في الآخر معلوم . فإنك إذا سقطت « ضرب أحدهما
[ص ١٣] في الآخر معلوم » كانت المسألة من المسائل الصحيحة التي ذكرناها بدياً . | وليس لك أن تقول : ان ها هنا قسماً آخر لهذا الصنف الثالث ، وهو المسائل التي هي محال ، أعني التي ذكرناها بدياً ، ويزاد فيها شرط آخر ، فإنه إذا زيد ذلك الشرط كانت أيضاً في الزيادة مستحيلة ، كما كانت قبل الزيادة .

ولهذا القسم الأخير من المسائل التي تحتاج إلى تغيير أن الزيادة التي في المفروضات ربما كانت ممكنة ، بشرط أو بغير شرط ، وربما لم تكن ممكنة أصلاً . كقولك في الزيادة التي تحتاج نفسها إلى شرط : نريد أن نقسم خطاً بقسمين تكون نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة ، على أن يكون ضرب أحدهما في الآخر مثل سطح معلوم . فإن ذلك السطح قد يمكن أن يكون مثل السطح الذي يحيط به قسما الخط ، أن اتفق ذلك ، ويمكن أن لا يكون ، لأن مساواة السطح لضرب القسمين ، احدهما في الآخر ، ليس هو من الأشياء الداخلة في المسألة . وإنما هو زائد ، والشرط الذي تحتاج اليه الزيادة ، هو أن يكون السطح ليس بأعظم من ربع مربع الخط .

وربما كانت الزيادة نفسها مستحيلة ، بأن تقول : نريد أن نقسم الخط بقسمين ، نسبة أحدهما الى الآخر معلومة ، وضرب أحدهما في الآخر مثل مربع الخط كله ؛ فان هذه الزيادة مستحيلة ، لا يمكن أن تكون بوجه ولا سبب .

وربما كانت الزيادة نفسها غير محتاجة الى شرط ، لكن اجتماعها مع شروط المسألة قد يجوز أن يتفق ، الا انه ليس من اضطرار . وليس كل زيادة في السؤال تجعل المسألة
[ص ١٤] بعد | الزيادة محالاً ، فان الزيادة في المسائل السيالة إذا أجريت على الصواب ، كانت مما تصحح المسألة ، أو مما تقويها من الصحة . ومتى لم يجرِ على الصواب ، كانت جارية مجرى ما قد شرحناه في هذا القسم من المسائل التي تحتاج الى تغيير .

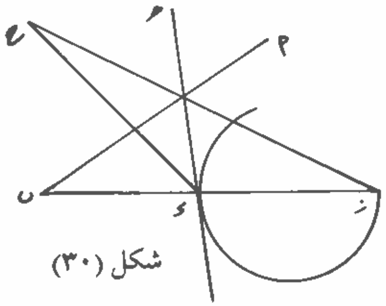
[٢٣ ظ] | فهذه جل أقسام المسائل الهندسية(١٣) ، ليس يكاد أحد أن يجد قسماً يضيفه الى

هذه . وقد ذكرنا الفصول بينها ، إذا حذفت منها ، أو زيدت عليها ، ورجع بعضها إلى بعض ، بعد حذفها أو زيادتها ، وأتينا عليه بأمثلة واضحة . وليس ينبغي أن تظن ان المهندس مستغنٍ عن معرفة هذه الأقسام ، إذا رأيت هذه الأمثلة واضحة ، وتتوهم أن سائر المسائل ، المستحيلة ، والمحتاجة إلى تغيير ، والسيالة ، أو الصحيحة ، على هذه الحال من الظهور والبيان ، يميز بعضها من بعض ، من أول وهلة ، لأني انما اخترت الأمثلة الواضحة لأقرب عليك الأمر ، وأصوره لك بسهولة . فانه قد يجوز أن يقع كل واحد من هذه الأقسام في مسائل مشكلة ، غير واضحة ، لا يتميز أمرها الا لمن كان دربا ، بعد أن يطيل الفكر فيها . وأنا أبين لك كيف يستخرج كل صنف منها اذا ألقيت عليك المسألة، وآتي على ذلك ، وعلى الطريق الذي به يعرف كل واحد منها ، بأمثلة ، حتى يتبين لك السبيل ، ويصح أن شاء الله .

[تحليل المسائل] :

| وهذا المعنى يحتاج إلى أن يوقف قبله على الوجه في التحليل ، بجملة من [ص ١٥] الفول يأتي تفصيلها وشرحها على ما يستأنف ، عند الحاجة إلى الشرح . فنقول :

إن تحليل المهندس هو الذي يؤديه إلى أن يكون الشيء الذي يراد منه في المسألة ، عند حدود مفروضة ، كقولك: خطًّا أ ب ، ح ء يتقاطعان على نقطة ه ، ونقطة ز معلومة نريد أن نخرج من نقطة ز خطاً ، كخط ز ء ب ، حتى يصير ضرب ب ز في ز د مثل سطح معلوم . [أنظر الشكل ٣٠]



شكل (٣٠)

فإن تحليل هذه المسألة هو الذي يؤديك الى أن تكون نقطة ء معلومة، أو ب ، أو أن يكون خط ز ء ب مفروض الوضع والمقدار .

وهم يتوصلون الى هذه الحال بأن يجمعوا مفروضات المسألة كلها . ويقرنون بعضها ببعض ، ويستعملون القضايا التي قد بينت ، من القضايا الهندسية ، كل واحدة منها في المسألة التي تصلح أن تستعمل فيها ، وتليق بها ، وتحتاج اليها . وينظرون ما يجب منها ، الى أن ينتهي بهم الأمر الى أن يكون الحد الذي به تخرج المسألة ، من خط أو نقطة أو غير ذلك ، مفروضاً بالوضع أو بغير الوضع .⁽١٤⁾ .

ولا ينبغي أن يضايق في هذا الموضع بأن لا يطلق لنا أن نسمي النقطة حداً . فأنا ليس نسميها بذلك لأنها شاملة أو محيطة ، وإنما نسميها حداً لأنه ينتهي اليها الخط الذي يفعل المسألة ، ولا ضرر في ذلك .

[ص ١٦] | كأني أقول : انهم يقولون : ضرب ب ز في زد مثل سطح معلوم . فإن نحن أضفناه الى خط معلوم ، كان الضلع الثاني معلوماً . فنصل خط ز ه فهو
[٢٤ و] معلوم ، لأنه بين نقطتين معلومتين . فإن | صار ضرب ز ح في ز ه مثل ذلك السطح المعلوم ، كان خط ز ح معلوماً ، ونقطة ز معلومة ، وخط ز ه موضوعاً ، ونقطة ح موضوعة .

وإن نحن وصلنا خط ء ح كان ، من أجل أن ضرب ب ز في ز ء مثل ضرب ز ه في ز ح ، نسبة ب ز إلى ز ه كنسبة ز ح الى ز ء ؛ وزاوية ب ز ه مشتركة . فمثلثا ب ه ز ، ز ء ح متشابهان . فزاوية ز ه ب المعلومة مثل زاوية ز ء ح . فإن نحن عملنا على ز ء ح دائرة ، كانت معلومة
[ص ١٧] الوضع ، لأن خط ز ح معلوم ، وقد عملت عليه قطعة من دائرة | تقبل زاوية معلومة ، وهي زاوية ز ء ح . فنقطة ء معلومة.

فهكذا يجري الأمر في تحليل المهندسين الذي يستعملونه على جهة الاختصار⁽¹⁵⁾ . ونحن نقول في المستأنف كيف ينبغي أن يكون على الاستقصاء ، ومن

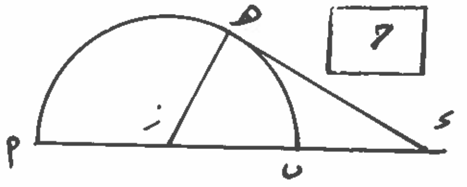
أي الأشياء ينبغي أن نحذر فيه ، إن شاء الله .

وأما الآن ، فاذ قد أومأنا الى التحليل بجملة من القول ، وبمثال أسلوبه ، فإن سائر المسائل يميز بعضها من بعض ، حتى يعلم في أي قسم يدخل من التحليل والتركيب ، فجميع الأقسام التي مضت هي هذه : ١) المسائل الصحيحة بلا شرط ولا استثناء ولا زيادة ولا نقصان . ٢) الباطلة من [كل] الوجوه . ٣) السيالة بلا شرط . ٤) السيالة بشرط. ٥) المحدودة ، وهي التي تحتاج أن تقرَّ بمفروضاتها على جهتها ، ويزاد فيها شرط. ٦) التي تحتاج الى نقصان من المفروضات لترجع إلى المسائل الصحيحة . ٧) التي ترجع بالنقصان الى صنفي المسائل السيالة . ٨) التي ترجع بالنقصان الى المحدودة . فذلك ثمانية أصناف . وذلك ان بعدها سبعة ، أن جعلت ما يرجع بالنقصان الى السيال في جنس باقي المسائل . ولنسمٍّ هذه التي ذكرت قُبيلَ: الزائدة ، ونسمي السيالة الناقصة : لأن الزائدة تحتاج الى نقصان الى أن ترجع الى الأصناف التي تخرج ، والسيالة تحتاج الى زيادة ، حتى تصير مما يخرج خروجاً محدوداً .

فنضع مسألة من **المسائل الصحيحة** التي ذكرناها ، وننظر كيف يؤدينا التحليل الى عملها ، وأن علامة صحتها أن التحليل | ينتهي الى شيء معلوم ، يخرج المسألة [ص ١٨]
بلا شرط ولا تغيير . وهي هذه :

ليكن خط ا ب معلوماً ، وسطح ح معلوم . ونريد أن نعمل سطحاً يكون ضلعاه يحيطان بسطح ح ، ويكون الفضل بينهما خط ا ب ⁽١٦⁾

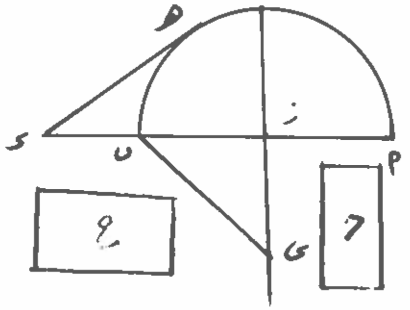
تحليل ذلك الذي نعمل به المسألة وليس يحتاج إلى شريطة ولا تغيير ، بوجه ولا سبب : أن نقول : لنضع ان ذلك قد وجد ، وأن الخطين [هما] ا ء ، ء ب ، حتى يكون ضرب ا ء في ء ب مثل مسطح ح . فان نحن عملنا على خط ا ب نصف دائرة ، كنصف دائرة ا ه ب ، وكان خط ء ه مماساً ، كان ضرب



شكل (٣١).

ا ء في ء ب مثل مربع ء ه ، ومثل سطح حـ المعلوم . فإذن مربع ء ه معلوم ، فَ ءه معلوم . وأن نحن جعلنا المركز نقطة ز ، ووصلنا ز ه ، كان عموداً على ه ء ، لأنه مماس . فزاوية ز ه ء قائمة ، وخطا ز ه ، ه ء معلومان ، لأن ء ه قد بينا انه معلوم ، ز ه هو نصف قطر دائرة معلومة . فخط ز ء معلوم ، ونقطة ز معلومة ، فنقطة ء معلومة . فلم يؤدِّ هذا الى محال
[٢٤ ظ] ظاهر ، ولا إلى | محال غير ظاهر .

وأبين ما يعرف به هذا . إذا ركبت هذه المسألة على هذه الجهة : ليكن الخط المفروض اب [الشكل ٣٢] ، والسطح المعلوم سطح حـ . ونقسم اب بنصفين
[ص ١٩] على | ز ، ونعمل مربعاً مساوياً لسطح حـ ، وهو مربع ع ، ونعمل على اب نصف دائرة ، وهو اهب . ونخرج من ز عمود ز ط على اب ، وليكن ز ى مثل ع . ونصل ى ب . وليكن ز ى مثل ى ب ، فهو بينّ أن ى ب أطول من ب ز ، فنقطة ء نقع خارج الدائرة . فأقول أن خطي ا ء ، ء ب هما الخطان اللذان طلبناهما .



شكل (٣٢)

برهان ذلك انا نخرج من ء خط ء ه يماس الدائرة ، ونصل ه ز . فلأن ى ب مثل ز ء ، يكون مربع ب ى ، أعني مربعي ب ز ، ز ى ، أو

مربعي ع ، ب ه ، مثل مربع ء ز ؛ فمربعا ز ه ، ع مثل مربع ز ء ، أعنى مربعا ز ه ، ه ء . فمربع ه ء اذن مثل مربع ع ، أعنى سطح جـ .

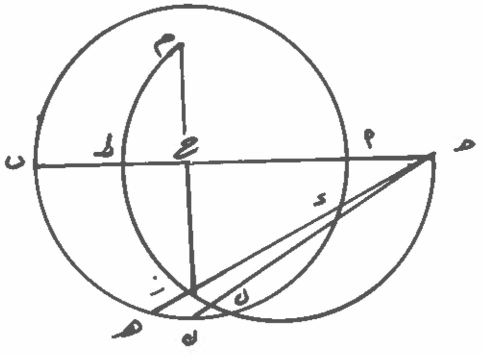
ولكن ضرب ا ء في ء ب مثل مربع ء ه . فضرب ء ا في | ا ب ء مثل [ص ٢٠]
سطح حـ .

فلم يدل التحليل ولا التركيب على شيء يحتاج اليه في المسألة .

وكذلك سائر ما يجري هذا المجرى ، ما أشكل عليك أمره ، في التحليل والتركيب ، نبين لك أمره ونوضحه .

وأما المسائل الباطلة من كل جهة ، فالتحليل والتركيب يبين لك ما يقع فيها من الغلط :

مثال ذلك : لتكن دائرة ا ب معلومة ، وخط ا ب قطرها ، ونقطة حـ خارجة وهي [على] استقامة اب . ونريد أن نخرج خطاً من نقطة حـ يقطع دائرة اب ، كخط حـ ء ه (١٧) ومتى قسمنا خط ه ء بنصفين ، وأخرجنا من نصفه عموداً على اب ، كان ذلك العمود مثل ربع خط اب .



شكل (٣٣)

| وتحليل ذلك الذي به نبين أن هذه المسألة محال ، هكذا : [ص ٢١]

ننزل أن خط ء هـ قد قسم بنصفين وأن نقطة ز تقسمه بنصفين ، وأن العمود
الخارج من ز إلى خط أ ب أن هو ز ح ، مثل ربع خط أ ب . وليكن مركز الدائرة
ط . فإن نحن وصلنا ز ط كان عموداً على هـ ء ، لأنه من المركز إلى نصف الوتر .
وإن نحن عملنا على ط جـ نصف دائرة ، مرت بنقطة ز . وليكن النصف دائرة
ط ز جـ .

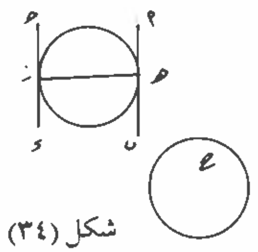
[٢٥ و] وليقل قائل ان زاوية ك جـ ط ضعف زاوية ز جـ ط ، وخط ك جـ |
يقطع الدائرة كما طلبت منا ، وليكن خط ك جـ [يقطع] نصف دائرة ط ز جـ على
ل . فلأن زاوية ك جـ ب ضعف زاوية ب جـ هـ ، يكون قوس ل ط ضعف
قوس ز ط . ولأنا نحتاج في التحليل أن نستعمل جميع المفروضات والشروط
والمطلوبات ، نقول : ان خط ز ح ربع القطر ، فان نحن أضعفناه كان مثل نصف
القطر ، وان أخرجناه إلى أن يلقى محيط دائرة ط جـ من الجانب الآخر ، على م ،
كان ز ح نصف خط ز م ، لأن قطر جـ ط في دائرة جـ ل ط ، وقد قسم
خط ز م على زوايا قائمة ، كما أخرجناه ، فهو يقسمه بنصفين . فلأن خط ز ح
ربع القطر ، وهو مثل م ح ، يكون ز م نصف قطر دائرة أ ب . ولأن ز ح
[ص ٢٢] مثل ح م ، ونقطة ح قد خرج منها عمود ح ط | على ز م ، يكون قوس
ط م مثل قوس ز ط ، فقوس م ز ضعف قوس ط ز ، لكن قوس ل ط
ضعف قوس ط ز ، فقوس ل ط مثل قوس ز م ، فخط ل ط مثل خط
ز م . وخط م ز نصف قطر دائرة أ ب ، ونقطة ط المركز ، فنقطة ل على
المحيط . ولأن زاوية ط ل جـ في نصف دائرة جـ ل ط ، تكون قائمة . فقد خرج
من طرف قطر دائرة أ ب ، وهو ط ل ، خط ك جـ على زوايا قائمة ، فهو مماس
للدائرة . ولكنه قاطع ، لأنا قد قلنا أن الخط الذي يحيط مع خط جـ ب ضعف زاوية
هـ جـ ب يقطع الدائرة .

فقد أدى التحليل الى الباطل والمحال الذي في هذه المسألة .(١٧)
ونستغني ببيان ذلك عن ذكر التركيب . ومع هذا ، إن وقعت مسألة ليس يظهر

من تحليلها ، لمن لم يرتض ولم يتدرب ، انها محال ، فسيظهر من تركيبها ، لأنه يطالب
نفسه في التركيب بأسباب ما يعمله ، | والبرهان عليه ، ولِـمَ صار ما يعمله كما [ص ٢٣]
يعمل ، وهل هو حق أو باطل ، وهل له أن يفعله ، أم ليس له أن يفعله ، أكثر مما
يطالب نفسه بذلك في التحليل .

فأما المسائل السيالة فالتحليل أيضاً يوقفك على حالها ، وبه تميز أمرها من أمر
غيرها ، كقولك : نريد أن نجعل بين خطين متوازيين دائرة تماس ذينك الخطين
< وتكون مثل دائرة مفروضة > (١٨) فإن تحليل ذلك يوقفك على أن هذه المسألة
سيالة ، وذلك أنه ليس ينتهي بك الى شيء معلوم ، بوجه ولا سبب ، وإنما ينتهي الى
أشياء ليس لها احصاء .

وقد ينتهي في بعض الأوقات إلى ما يحتاج إلى شريطة ، كما قسمنا صنفي المسائل
السيالة . فنضع على سبيل المثال خطي أ ب ، جـ ء المتوازيين ، ودائرة ح ،
نريد أن نعمل دائرة تماسهما ، وتكون مثل دائرة ح . فننزل على سبيل التحليل أن
ذلك قد وقع ، وأن الدائرة هـ ز . فإن وصل بين تماسيهما بخط ، كان قطراً ، كما
تبين في كتابنا في الدوائر المماسة ، وكان مثل قطر دائرة ح المعلومة فإذن خط هـ ز
معلوم ، وهو | عمود على كل واحد من خطي [٢٥ ظ]
أ ب ، جـ ء لأنه قطر في طرفه خط مماس . فإذن
خط هـ ز هو مثل العمود الخارج من خطي
أ ب ، جـ ء . فلم يؤدِّ هذا الى شيء معلوم
الوضع والقدر . | وذلك انك لو



شكل (٣٤)

[ص ٢٤] رسمت دوائر بلا نهاية ، بين هذين الخطين ، لكانت هذه حالها . بيد أنه قد أوجب
التحليل شريطة ، وهو أن يكون العمود الذي بين الخطين المتوازيين مثل قطر الدائرة
المفروضة ، أعني ح .

وقد تبين ذلك بالتركيب أجود ، كأنا قلنا : نضع الخطوط كما كانت ، والدائرة ،
ونقول : نريد أن نجد الدائرة : فنعلم على خط أ ب نقطة ، ونخرج منها عموداً بين

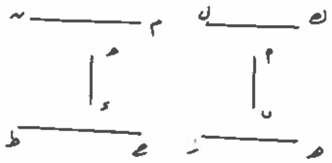
خطي أب ، حء المتوازيين ، وهو هز ، ونعمل على هز ينصف دائرة ، ونتممه . فتبين أن هذين الخطين يماسان هذه الدائرة ، وأن هز قطرها . فإن كان وضع في مفروضات المسألة أن العمود الخارج بين خطي أب ، حء مثل قطر دائرة ع ، وأخذت في هذه المسألة هذه الشريطة ، تبين أن دائرة هز مثل دائرة ح ، كما أردنا أن نجد .

ولأنا لم نعمل هذه الدائرة في موضع بعينه أوجبه التحليل ، قد يمكننا أن نعلم نقطاً كثيرة غير نقطة ه ، ونخرج منها أعمدة ، ونعمل عليها أنصاف دوائر ، فيكون عملها بلا نهاية ، وتكون كل دائرة منها مثل دائرة ع .

وإن لم يكن العمود مثل قطر دائرة ع ، فليس يمكن ذلك ، لأن جميع الدوائر المماسة لخطي أ ب ، حء تكون أقطارها مثل الأعمدة بين خطي أ ب ، حء ، فتكون جميع الدوائر المماسة لخطي أ ب ، حء غير مساوية لدائرة ع .

[ص ٢٥] فإذن إنما يتم أمر هذه المسألة بهذه الشريطة ، | وإذا أخذت الشريطة كانت المسألة سيالة ، لا تقف عند عدد محصور ، وإن لم تكن الشريطة كانت المسألة محالاً .

وقد تكون المسائل السيالة على وجه آخر هكذا : ليكن خطا أ ب ، حء مفروضين . نريد أن نجد خطين على نسبتهما . فننزل أن ذلك وجد ، وهما خطا هز ، طع . فبين أنه ليس إذا حلل ممكناً ان يكون شيء مفروض المقدار أو الوضع ، لأن خط طع رابع خطوط أ ب ، حء ، هز في النسبة .



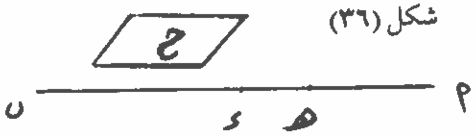
شكل (٣٥)

فكأنه إذا ركبت المسألة تبين لك انها سيالة أجود . كأنك تقول : ليكن الخطان أب ، حء ، وتخط خطاً ، وهو هز ، وتأخذ لخطوط أب ، حء ، هز رابعاً في

النسبة ، وهو ع ط ، فقد وجدنا خطي هز ، ع ط على نسبة خطي أب ، حء ، وكذلم أيضاً لو وضعنا بدل خط هز : ك ل ، أوم ن ، أو غير ذلك من الخطوط المختلفة ، ثم أخذنا رابعاً لها ، لكان الأمر على ذلك ، أعني أن نكون قد وجدنا خطين على نسبة أب ، حء .

| **وأما المسائل التي تحتاج الى تحديد** : كقولك : خط أ ب معلوم وسطح ح [٢٦ و]
معلوم . | نريد أن نقسم أ ب بقسمين يكون ضرب أحدهما في الآخر مثل سطح [ص ٢٦]
ح . فإن التحليل يؤديك الى موضع الشريطة ، كقولك : لنعمل على أن ذلك قد وجد ، وأن القسمة على نقطة ه ، حتى يكون ضرب ب ه في ه أ مثل سطح ح . فنقسم خط أ ب بنصفين . فإن وقع النصف على ه ، وجب أن يكون ضرب ب ه في ه أ ربع مربع أ ب . فيكون سطح ح ربع مربع أ ب . فهذه شريطة.

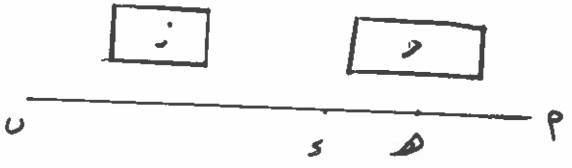
شكل (٣٦)



أو تكون القسمة على غير ذلك : فيكون ضرب ب ه في ه أ المعلوم مع مربع ء ه : مثل مربع ء أ المعلوم فيصير مربع ء ه معلوماً فَ . ء ه معلوم ، فنقطة ه معلومة . فقد أداك التحليل الى أن تكون النقطة معلومة ، ولكن قد أخذت أن ضرب أ ه في ه ب ، أعنى سطح ح ، صار مع مربع ء ه مثل مربع ء أ ، وهي ربع | مربع أ ب . فقد أخذت ان سطح ح أقل من ربع [ص ٢٧]
مربع أ ب . فإذن المسألة أنها تخرج متى كان سطح ح ليس بأعظم من ربع مربع أ ب .

وبيان ذلك من التركيب هكذا : نريد أن نعمل ما قلناه قبل في التحليل ، فأقول : أنه إن كان ح ربع مربع أب ، أو أقل منه ، فإن المسألة تخرج .⁽¹⁹⁾

برهان ذلك انه إذا كان ربعه ، فإنا نقسم خط أ ب بنصفين ، على ء ،



شكل (٣٧)

فيكون ضرب ء أ في ب ء ربع مربع أ ب ، وسطح ح ربع مربعه ، فإذن
ضرب أ ء في ء ب مثل سطح ح .

وإن كان أقل من الربع ، قسمنا أ ب بنصفين على ء ، وجعلنا مربع أ ء
يفضل على سطح ح بسطح ز وجعلنا مربع ء هـ مثل سطح ز ، وقلنا أن نقطة
[ص ٢٨] هـ هي النقطة | التي تقسم الخط كما أردنا .

برهان ذلك ان مربع ء هـ مثل سطح ز ، فإذن سطح ح مع مربع ء هـ
مثل مربع أ ء ، لأنا جعلنا فضل مربع أ ء على سطح ح هو سطح ز ، أعنى
مربع ء هـ . لكن ضرب أ هـ في هـ ب مع مربع ء هـ مثل مربع أ ء . فإذن
ضرب أ هـ في هـ ب مثل سطح ح ، وذلك ما أردنا .

فأقول : إنه ان كان سطح ح أعظم من الربع لم يمكن أن تخرج المسألة . فإن
أمكن ، فلنقسم خط أ ب في هذه الحال بقسمين على ما أردنا ، على هـ ، فيكون
ضرب أ هـ في هـ ب ، مع مربع ء هـ مثل سطح ح ومربع هـ ء . لكن
سطح أ هـ في هـ ب مع مربع هـ ء مثل مربع أ ء ، فمربع أ ء مثل مربع
ء هـ مع سطح ح فاذن مربع أ ء أعظم من سطح ح . ومربع أ ء ربع مربع
[ص ٢٩] أ ب . فاذن ربع مربع أ ب أعظم | من سطح ح . لكن ح كان وضع أعظم
منه . فإذن هذه الشريطة ، إن كانت موجودة ، فالمسألة صحيحة ، تخرج ؛ وإن لم
تكن موجودة فالمسألة باطلة .

فبالتحليل أيضاً والتركيب يبين ذلك

[اختبار الشريطـة]

وقد ينبغي أن يكون ما يحلل من هذه المسائل ، إذا أدى الى شيء يحتاج الى
شريطة ، أن يختار المهندس شريطة في مفروضات المسألة ، من غير أن يعمل شيئاً ،
فإن ذلك أحسن ، كاشتراط اقليدس في المثلث الذي أراد أن يعمل أضلاعه مثل ثلاثة
خطوط | معلومة : أن يكون كل خطين منها أعظم من الآخر . فهذا أخذه في [٢٦ ظ]
مفروضات المسألة ، من غير أن يُعمل شيء آخر نقيسه بها ، أو نقيسه بشيء نعمله . أو
نختار الشريطة في شيء قريب من مفروضات المسألة ، من غير تطويل ؛ فإن ذلك
أقرب . وأما من يبعد الاشتراط من مفروضات المسألة ، فقد يخطىء في بعض
الأوقات ، حتى يظن أن الشيء يحتاج الى شريطة ، من غير أن يحتاج . وينبغي أن
نستقصي الأمر الى آخره ، حتى نصل الى الموضع الذي لا بد من الاشتراط فيه . فإنه قد
يجوز أن لا يستقصى ويظن أنه محتاج الى شريطة ، وليس كذلك . فإنما ينبغي أن نسوق
الشريطة التي يظن انه محتاج اليها ، إلى مفروضات المسألة ، فإن أوجبتها ، فالمسألة
ليست محدودة ، وإن | لم توجبها ، بوجه ولا سبب ، لم تكن المسألة صحيحة . [ص ٣٠]
وإن كانت تحتمل أن يكون معها ، وتحتمل أن لا يكون ، كانت محدودة تحتاج الى
شرايط . فلهذا نشير بأن نجعل التحديد في شيء من مفروضات المسألة أو فيما يقرب
منها ، كما فعلنا في المقالة الخامسة من كتاب الدوائر المتماسة ، فإنا استخرجنا من نسبة
مفروضة ، وخط مفروض ، خطاً تكون نسبته الى الخط المفروض مثل النسبة
المفروضة ، ومن نسبة أخرى مفروضة وخط مفروض ، خطاً آخر ؛ ثم قسنا الخطين
المستخرجين ، بخط كان في المسألة مفروضاً، فقلنا : إن كانا أصغر منه ، كانت المسألة
صحيحة ، وإن كانا مثله ، لم تكن المسألة صحيحة ، في أقسام بأعيانها ، وقد ذكرناها
هناك ذكراً مستقصى ، فلم نتجاوز مفروضات المسألة الى شيء بعيد . إنما نأخذ خطاً
رابعاً في النسبة ، ونأخذ خطاً آخر رابعاً في النسبة ، وقسنا مجموعهما الى خط معلوم .
وليس هذا بعيداً مثل أن نقيس خط ع وخط هـ ز في المسألة التي ذكرناها فيما تقدم ،
في الشكل السابع ، فإن نقطة ز وخط ع استخرجناهما بعمل طويل ، وبينهما وبين

مفروضات المسألة أعمال كثيرة .

وقد يجب عليه أن يستقصي الأمر الى آخره ، حتى يعلم هل المسألة محتاجة الى
شريطة ، فقد تنتهي المسألة الى مسألة محتاجة الى شريطة ، وتكون المسألة غير محتاجة الى
[ص ٣١] شريطة ، فيخفف المهندس عن نفسه | ، اذا انتهت به المسألة الأولى الى الثانية
المحتاجة الى شريطة ، ويقف عندها ويقول : فهذه المسألة تحتاج الى شريطة .

كقولك : نريد أن نعمل دائرة تماس خطين يلتقيان ، ودائرة معلومة . فهذا قد
بينا في كتاب الدوائر المماسة أنه ينتهي الى أن يخرج من مركز الدائرة المعلومة خط الى خط
معلوم الوضع ، محدود من إحدى نهايتيه ، يقطع منه خطاً تكون نسبته اليه معلومة .
وهذه المسألة محتاجة إلى شريطة ، إن وجدت ، تمت المسألة ، وإن لم توجد لم تتم .
واستقصينا الأمر الى أن حللنا هذه المسألة الأخيرة إلى موضع الشريطة ، فوجدنا
مفروضات المسألة الأولى ، أعني قولنا : نريد أن نعمل دائرة تماس خطين متلاقيين
ودائرة معلومة ، توجب أن تكون الشريطة التي بها تتم المسألة التي انتهى اليها
التحليل ، أعني التي هي إخراج خط يقطع قطعة تكون نسبتها الى الخط الخارج
[١٧ و] معلومة ، موجودة فيها . وقلنا هناك : إن هذه المسألة ، وإن انتهت في | ما يوجب
شريطة ، فليست محتاجة الى شريطة ، لأنا أوضحنا هناك ان المسألة الأولى انتهت الى
القسم الذي فيه الشريطة موجودة ، لا إلى القسم الذي ليست الشريطة فيه موجودة -
الذي لا يمكن [به] خروج المسألة .(٢٠)

ولو أمن الانسان ، إذا لم يجعل الشريطة عند المفروضات في المسألة ، أو ما
يقرب منها ، من جميع هذا الغلط ، لكان في تحديده الشرط ، بعد أعمال كثيرة ، قباحة
[ص ٣٢] في اللفظ ، كأنه يقول في الشريطة : وهذه | المسألة محدودة ، لأنه إذا استخرجنا
لخطوط كذا رابعاً في النسبة ، ووصلنا خط كذا ، وقسمناه بنصفين ، وفصلنا منه مثل
الخط الرابع ، وأخرجنا من موضع الفصل عموداً يلقى خطاً لنا مفروضاً ، وجعلنا نسبة
ذلك العمود الى خط ما ، كنسبة الخط الرابع الذي استخرجناه أولاً الى العمود ، ثم

جعلنا مربع ذلك الخط مثل ضرب خط آخر ، نستخرجه بعمل آخر ، في العمود ، واستخرجنا سطحاً آخر ، بعمل طويل أيضاً - فاذا عملنا ذلك كله ، ووكان السطحان متساويين ، كانت المسألة صحيحة ؛ وإن لم يكن السطحان متساويين ، كانت المسألة باطلة . وهذا قبيح مهما قلنا أنه لا يؤمن أن يقع فيه الغلط ، ببعده عن مفروضات المسألة . وذلك أنه إذا بعد عن مفروضات المسألة ، صعب أن يعلم : هل المسألة الأولى داخلة في أحد قسمي المسألة الثانية ، التي انتهى اليها العمل الذي لا يمكن أن يخرج ، أو في القسم الآخر الذي يمكن أن يخرج .

بل يتعذر علم ذلك البتة ، وذلك أنه إذا طال العمل جداً ، ثم كانت الشريطة
بعد ذلك عند أشياء بعيدة جداً من مفروضات المسألة ، لم يعلم : هل توجب
مفروضات المسألة أحد قسمي ما انتهت اليه ، أو القسم الآخر . وإذا جهل الانسان ما
توجبه مفروضات المسألة ، وقال عند الشريطة البعيدة : إن كذا وكذا ، إن كان بصفة
كذا وكذا ، خرجت | المسألة ؛ وإن لم يكن بهذه الصفة لم تخرج - كان بمنزلة [ص ٣٣]
القائل : إن هذه المسألة إما أن تخرج ، وإما أن لا تخرج . ولا فائدة في ذلك ، لأن ما
انتهى اليه إنما يكون واجباً أو ممتنعاً أو ممكناً ؛ ويتحصل لنا أمره من أحوال ما يكون
لمفروضات المسألة عنده ؛ وذلك الذي ينتهي اليه هو متعلق بالمفروضات راجع اليها .
وإذا قال القائل : إن الشريطة هي كذا وكذا ، وجعلها في مفروضات المسألة ، كان
أحسن من هذا ، ووثق الإنسان بأن الشريطة صحيحة ، وإن المسألة محتاجة إلى
شريطة .

كقول القائل في هذه المسألة : نريد أن نقسم خطاً بقسمين : ضرب أحدهما في الآخر ، مثل سطح معلوم ؛ والشريطة أن يكون السطح المعلوم ليس بأعظم من ربع مربع الخ . فهذا أسهل وأخف ؛ وإن لم يكن الا أن يعمل بعمل ، فيكون عملاً لا يبعد عن مفروضات المسألة - كما عملنا في المقالة الخامسة من كتاب الدوائر المماسة .

وليس ينبغي أيضاً ، في المسائل التي تحتاج الى شريطة ، أن يغلط الإنسان ، إذا انتهت به المسألة إلى شيء لا يحتاج الى شريطة ، فيظن أنها ليست محتاجة الى شريطة :

[٢٧ ظ] فإنه قد يكون خروج | المسألة بعملين ، أحدهما محتاج إلى شريطة ، والآخر غير
محتاج ، فيظن انها انتهت الى الذي لا يحتاج ، ويحكم بأنها ليست مما يحتاج إلى شريطة ،
حكم بذلك ، وان كان [حكم بأنها] مما يحتاج الى شريطة ، أدخلها في المسائل
[ص ٣٤] المحدودة . وكل ذلك | يتبين من التحليل ، والتركيب يبينه ، ويكون العمل فيه
أوضح . لأنك اذا أخذت شيئاً أو عملت عملاً ، نظرت : هل هو شيء واجب ، أو
شيء قد يجوز أن يكون ، غير واجب . وإن كان جميع ما نعمله ونوقعه ، من أوضاع
الخطوط ومقاديرها ، وغير ذلك ، واجباً . فليس يحتاج الى شرط ، وإن كان جائزاً الاّ
يوجد ، فيما [إذا] كانت تلك الحالة من المفروضات ، فالمسألة محدودة .

وهكذا ينبغي ، في المسائل السيالة ، ألا تغلط ، بأن لا ينتهي بك التحليل الى شيء معلوم الوضع والقدر ، فتكون المسألة سيالة عندك : فإن ذلك يكون بعد أن تستوفي حق التحليل ، بأن تأخذ في جميع ما شرط في المسألة وفرض وغير ذلك من حقوق التحليل .

واما المسائل الزائدة فقد ينبغي أن تفهم أن ما كان زائداً على مسائل المحال ليست
مما يخرج الى زيادة قسم آخر ، لأن المسائل المحال إذا زيد غليها شرط أو مفروض ،
بقيت الاستحالة فيها ، وجرت مجرى التي هي مستحيلة . وليس ينبغي أن يظهر أني
أعني بالمستحيلة : التي هي من وجه من الوجوه مستحيلة ؛ بل التي هي مستحيلة من
جميع الوجوه . فإن هذه إذا زيد عليها أي شرط كان ، بقيت الاستحالة فيها كما كانت .
وأما التي هي محال من وجه ، فقد يجوز أن يزاد في شروطها أو مفروضاتها ما به تتم
المسألة وتصير حقاً ، متى كان المزيد هو اشتراط الشرط الذي به تصير المسألة حقاً ، أو
[ص ٣٥] حذف الشيء الذي به تصير محالاً . فما كان | من المسائل ، إذا زيد عليه ، وكان أصله
محالاً ، صار بعد الزيادة حقاً ، أو ممكناً أن يكون حقاً ، فإنه لم يكن محالاً بالكلية في
الأصل . وطريق تعرُّف ذلك بالتحليل ، كما تعرف المسائل المحدودة . وما كان من
المسائل إذا زيد عليه شيء بقيت الاستحالة فيه ، وكان مستحيلاً في الأصل قبل
الزيادة ، فتعرفه بالتحليل ، كتعرف المسائل المستحيلة بالتحليل ، إذ كان هذا وذاك

شيئاً واحداً .

وأما الزيادات على الواجب ، فإنها إن كانت في المسائل الصحيحة ، وهي التي
بلا شرط ، وهي التي بدأنا بذكرها ، فقد تكون الزيادات نفسها واجبة أو باطلة أو
بشريطة ما ممكنة ، وبشريطة باطلة . إلا أنها كلها تعرف بأنك تحلل المسألة ، فيخرج
الذي تريده معلوم الوضع أو القدر أو الصورة أو جميع هذه الأحوال ، ببعض
المفروضات في المسألة ، ويكون الآخر غير محتاج اليه في المطلوبات . وذلك ينقسم على
ثلاثة أقسام : إما أن تكون الزيادة ممكنة في كل حال ، فتكون المسألة تتم ببعض
المفروضات ، بلا شرط ولا استثناء. وإما أن تكون الزيادة باطلة ، فتتم المسألة إذا
أسقط الشرط الباطل ، أو لا تتم إذا ترك الشرط الباطل وأسقط بعض الشروط الحق ،
وأما أن تكون الزيادة ممكنة ، فمتى تمت المسألة تمّ التحليل ببعض الشروط ، ولم يحتج
[٢٨ و] الى الباقي . أما متى استعملت شروطها الأولى | فتخرج بلا استثناء. وأما متى
[ص ٣٦] أسقطت شيئاً من شروطها التي كانت | أولاً ، وأدخلت مكانه الشرط الذي يحتاج
الى استثناء ، فتخرج المسألة باستثناء.

مثال ذلك : المسألة الصحيحة : نريد أن نعمل دائرة على مثلث مفروض . هذه هي الأصل ، وهي صحيحة من كل وجه . فإن زيد عليها : « ويكون محيط تلك الدائرة مثل قطرها » . فهذه زيادة في الشروط إن أسقطتها تمت المسألة بلا استثناء . وإن أسقطت شيئاً من مفروضات المسألة : كأنك تقول : نريد أن نعمل دائرة تمرُّ بنقطتين في زاويتي مثلث ، ويكون قطرها مثل محيطها ، لم تتمَّ المسألة ، فكانت محالاً ، وكل ذلك فإنما نعلمه بالتحليل ، كما علمنا بالتحليل المسائل الباطلة ، متى لم يكن [بطلانها] ظاهراً بنفسه .

أو نزيد على المسألة : « وتجوز على نقطة مفروضة» . وهذه زيادة ليست محالاً ، متى كانت النقطة ليست في استقامة أضلاع المثلث . فإنك متى أسقطت بعض مفروضات المسألة ، تمت بالباقي ، وهو أنها تجوز على ثلاث نقط المثلث، أو تجوز على

نقطتي المثلث والنقطة الباقية مكانها، تتم [بأي] ثلاث نقط كانت : إما الأولى وإما اثنتين من الأولى ، والرابعة . وهذا أيضاً نعلمه بالتحليل ، بأن يكتفي في أن تكون الدائرة مفروضة بالمقدار ، من بعض النقط التي فرضت ، أيها اتفق .

وإما أن تكون الزيادة ممكنة بشرط ، كقولك : نريد أن نخرج من نقطة الى
[ص ٣٧] خط ، خطاً يحدث عنده زاوية معلومة . هذا هو | الأصل . وأما الزيادة على ذلك فهي أن تكون نسبته إلى ما يفصله، مما يلي طرف الخط الواقع عليه ،معلومة . فإن هذه الزيادة ممكنة بشرط ، وكل ذلك يعلم بالتحليل . فإن اقتصرت على أمر الزاوية ، خرجت المسألة بلا استعمال أمر النسبة ، بلا شرط . وإن استعملت أمر النسبة فقط ، خرجت المسألة بشرط ، ولم يحتج إلى الزاوية .

وقد يعرض في الزائدة على الحق أن يمكن أن تصح إذا كانت الزيادة غير ممتنعة ، مع سائر مفروضات المسألة ، إلا أنه ليس من اضطرار . كأنك قلت : نريد أن نعمل دائرة على مثلث ، وتجوز على نقطة . هذا قد قلنا أن المسألة تخرج ببعض هذه المفروضات ، لا بجميعها . الا أنه ممكن إذا مرت الدائرة بالمثلث أن تمر بالنقطة ، وليس ذلك ممتنعاً من جميع الوجوه . إلا أنه ليس من اضطرار . لأنه قد يجوز أن يكون وضع المثلث عند النقطة وضعاً لا يكون معه مرور الدائرة بالأربع نقط ممكناً . فقد قلنا أن ذلك كله يعرف بالتحليل ، بأن يكتفى في التحليل ببعض المفروضات ، في أن يؤدي الى علم الشيء المطلوب ، أعني أن يصير ذلك الشيء مفروضاً أو معلوماً ، أو صورته معلومة ، أو وضعه ، على حسب ما يطلب الشيء .

فجميع ما قلناه ليس محتاجاً فيه الى مثال ، لأنا قد قلنا لك أنك متى اقتصرت على بعض مفروضات المسألة صار الذي تريده معلوماً | بالوضع أو المقدار أو الصورة أو بها كلها . وإن اختلف ذلك فصار بعضه معلوماً بشرط ، وبعضه بغير شرط ، فالذي يعمها هو أن المسألة تستغني ببعض مفروضاتها عن بعض .

وأما المسائل التي هي | في الأصل محدودة ، وتزيد عليها شرطاً أو مفروضاً ،

فإن الطريق في تعرّف ذلك منها ، هو الطريق في تعرف أمر التي هي في الأصل صحيحة . وذلك أن هذه أيضاً تكفي بعض مفروضاتها في علم الشيء المطلوب ، وترجح، بحسب ما تقتصر عليه ، إلى ما يحتاج الى شريطة أو ما يستغني عنها . كأنك إن زدت زيادة محال ، وحللت مقتصراً على بعض شروط المسألة مع المحال ، أداك التحليل الى المسائل المحال التي قلنا فيها ، فيما تقدم . وإن اقتصرت على شروط المسألة ، دون المحال ، أخرجت باستثناء وشريطة . وإن كانت الزيادة ممكنة بشريطة ، فكيفما اقتصرت وعملت تخرج المسألة بشريطة ، في أكثر الأمر ، إلا أن تكون الزيادة زيادة تخرج أصل المسألة عن أن تحتاج إلى استثناء ، ولذلك قلنا : على أكثر الأمر .

ومتى كانت الزيادة واجبة ، وممكنة ، بغير شريطة ، كان خروج المسألة ببعض المفروضات ، إن أنت اقتصرت على مفروضاتها التي هي في الأصل ، خرجت بشريطة . وإن أخذت بعضها ، مع الزيادة التي لا تحتاج الى شريطة ، فقد تستغني في أكثر الأوقات [عن] شريطة .

| وقد [اكتمل] أيضاً هذا القول ، ولا حاجة بك الى مثال ، لأنك إذا حللت [ص ٣٩]
فاستغنيت ببعض المفروضات عن بعض ، علمت أن في المسألة زيادة . وإنما تختلف الحال في انتهائك الى علم الشيء المطلوب : فإنه أحياناً يكون معلوماً بشريطة ، وأحياناً بغير شريطة .

وأما المسائل الزائدة على المسائل السيالة ، فليس تخلو الزيادة ، إذا كانت زيادة واجبة أو ممكنة بشريطة ، فلم تكن في نفسها محالاً ، من أن تكون المسألة بعد الزيادة تصير إلى أن تكون كاملة ، أو تكون بعد سيالة ، أو غير ذلك . فإن كانت سيالة ، فقد قلنا كيف تتعرفها بالتحليل . وإن كانت قد انتهت وكملت ، فقد قلنا ، فيما تقدم من المسائل الكاملة ، كيف تميز بينهما بالتحليل ، وتعلم كل واحدة منها به . وإن كانت قد زادت على الواجب ، فقد قلنا في المسائل الزائدة على الواجب ، في جميع أصنافها .

فأنت تعلم في المسائل السيالة ، بعد الزيادة عليها ، إذا كانت الزيادة ممكنة في كل حال ، أو ممكنة بشرط ، هل المسألة بعد سيالة بشرط ، أو مطلقة ، أو صحيحة ، أو محدودة ، أو زائدة الشروط ـ بالتحليل ، على ما قلنا في سائر الأقسام التي هذه ترجع اليها .

ومتى كانت الزيادة محالاً ، لا يمكن . فإن المسائل السيالة إذا زيد عليها شرط لا يمكن ، كان تعرفها بالتحليل أيضاً ، وكانت داخلة فيما لا يمكن ، وهو محال من المسائل .

[ص ٤٠] | **ولا تظن ان المسائل المحال** هي التي جميع شروطها محال ، فتقول : كيف
تكون المسائل السيالة ، وفيها شروط بحسبها تخرج المسألة خروجاً بلا نهاية ـ محالاً؟
فإني لست أقول أن المسائل المحال هي التي جميع شروطها محال ، بل هذه ، والتي فيها
شرط إذا أخذ فيها لم يمكن أن توجد جميع تلك المفروضات مع ذلك الشرط . فافهم
هذا ، ولا تخل أنه يخالف ما قلناه ، من أن المسائل المحال هي التي كيفما قلبتها لم يمكن
[٢٩ و] أن تخرج | وتعارض ذلك بأن تقول إن السيالة وغيرها ، مما فيه شرط ممكن وشروط
غير ممكنة ، إذا أسقطت من شروطها ما لا يمكن ، صحت وأمكنت . فإني إنما أردت
أنك كيف قلبتها ، وشروطها باقية ، لم يمكن . وإلا ، فمتى أسقطت من شروطها ،
أو زدت ، لم تكن المسألة الأولى باقية ، وقد تشبه المسائل الصحيحة التي فيها زيادة
مفروضة ، وإن كان ممكناً في كل حال للمسائل الباطلة . كقولك : نريد أن نعمل
دائرة على مثلث ، ويكون قطرها كخط معلوم . فإن هذا قد يجوز أن يتفق ، وإن كان
تمام أمر الدائرة المعمولة على المثلث ليس مما يحتاج فيه الى أمر القطر . ولذلك قلنا أنه
بطريق العرض ، ومن خارج ، يجوز أن يكون قدر الخط المفروض ، مساوياً لقطر
الدائرة التي تعمل على المثلث ، إذا عملت . ومتى لم يتفق ذلك فالمسألة محال باطلة .

فمن ها هنا قلنا إن بين القسمين تشابهاً . وليس تُشاكِلُ هذه الشريطة ، في هذا
[ص ٤١] الموضع الشريطةَ في المسائل التي سميناها محدودة ، وإلا | فماذا يشبه قولناها هنا :

« إذا عملنا الدائرة على المثلث ، ولم يبق علينا في عملها شيء ، أنه إن كان قطر الدائرة مثل خط كذا المفروض ، فقد صحت المسألة . وألا فليس تصح » . من قولنا : « إن المثلث الذي نريد أن تكون أضلاعه مثل ثلاثة خطوط مفروضة ، إنما يتم بأن يكون كل خطين منها أطول من الثالث »؟ هذا شرط لا يمكن أن تعمل المسألة إلاّ به ، وذاك شرط لا يحتاج في المسألة اليه ، وإنما يقال عند استتمام عملها ، والفراغ منها ، إنه إن اتفق بالعرض ، فقد استوفت المسألة شروطها ، وإن لم يتفق ، فليس هو من الأمور الاضطرارية فيها .

وافهم عني ، إنما أريد أن أوضح لك هذه الأشياء وما شاكلها ، بأمثلة قريبة . فلا تظن ان جميع المسائل الداخلة في صنف صنف ، من هذه الأصناف ، على هذه الحال من الوضوح ، فلا يقع هذا الكلام الذي أطلناه ، منك موقعه ، فقد تلقى عليك مسائل هي حق ، ومسائل باطلة ، ومسائل بشروط ، وسيالة ، وغير ذلك ؛ أمرها مشكل مشبه ، تحتاج في تمييز بعضها من بعض، وإدخال كل صنف منها ، فيما هو من جنسه ونظيره ، إلى عمل ونصب ، وتحليل وتركيب ، فقد عرفناك ان التحليل يؤدي إلى علم صنف صنف ، من أصناف ما يلقى عليك من المسائل . ولم نكتفِ بالتحليل دون التركيب ، طلباً للإيضاح والبيان ، فاعمل بذلك فيما يلقى عليك ، إن شاء الله تعالى .

[البحث عن الحل] :

وإذ قد أرشدنا الى الوجه في الوقوف على هذه المعاني | بالتحليل والتركيب ، [ص ٤٢]
فقد ينبغي أن نقول كيف يعمل المهندس ، إذا ألقيت عليه المسألة ، وكيف يرتب
أعماله :

[١ ـ تقسيم المسألة]

فأول ذلك أنه لو كانت سائر المسائل تخرج بالقول مخرج مسألة واحدة ، لكان

ينبغي أن نبتدىء بالتحليل ، لكن أكثر المسائل تخرج مخرجاً عامياً . فقد يجب على
المهندس أن يقسم السؤال مبتدئاً بذلك ، إن كان السؤال محتملاً للقسمة . كقولك :
كيف تعمل دائرة تماس خطين ودائرة . فإن هذه المسألة تحتاج أن تقسم أولاً : فيقال :
الخطان إما أن يكونا متوازيين ، أو لا يكونا كذلك . وإن كانا متوازيين ، فإن هذه
الدائرة لا تخلو من أن تكون خارج الخطين ، غير ملاقية لأحدهما ، أو خارجهما مماسة
[٢٩ ظ] لأحدهما ، أو قاطعة لأحدهما غير ملاقية للآخر ، أو قاطعة | لأحدهما مماسة
للآخر ، أو قاطعة للخطين جميعاً ، أو مماسة للخطين جميعاً ، أو واقعة فيما بينهما ،
مماسة لأحدهما ، أو واقعة فيما بينهما غير ملاقية لواحد منهما . ثم إن احتيج أيضاً ، إذا
شرعت في التحليل ، إلى قسمة شيء من هذه الأقسام ، قسمته ، كأنك إن احتجت الى
أن تقول في بعض الأقسام إنه إما أن يكون مركز الدائرة المعلومة واقعاً في الوسط بين
الخطين المتوازيين ، وإما أن لا يكون كذلك . هكذا ينبغي أن يجري الأمر في
التقسيم .

ثم نقول : وإن كان الخطان غير متوازيين : فإما أن يكون مركز الدائرة في
موضع التقاطع ، وإما أن يكون على أحد الخطين ، وإما أن يكون على الخطوط التي
[ص ٤٣] تقسم بنصفين الزوايا التي عند التقاطع ، وإما | أن يكون فيما بين ذلك من
المواضع .

بل نقول : إما أن تقع نقطة التقاطع في داخل الدائرة المفروضة ، وإما على
محيطها ، وإما خارجها . ثم نقول في وقوع المركز على التقاطع ، أو أحد الخطوط
المفروضة أو القاطعة للزوايا بنصفين ، ما قلناه قبل .

ثم أن احتجت أيضاً الى تقسيم شيء منها : قسِّم . كقولك في بعض الأقسام :
إما أن تكون الدائرة مماسة للخطين ، أو لأحدهما ، أو غير ذلك ، مما يوجبه الحال
ويقتضيه .

وأما المنفعة [المحوجة] للقسمة فهي ما أقول : أن بعض الأقسام يخرج بغير

الطريق الذي يخرج به بعض الأقسام ، وأن بعض الأقسام صحيح وبعضها باطل ،
فإن بعض المسائل قد يكون لها أقسام بعضها حق وبعضها باطل وبعضها بشروط هي
حق أو باطل . والذي يكره في التقسيم أن يُخلَّ ببعض الأقسام ، فاحذر أن يقع لك
ذلك ، وأخطر ببالك جميع الأقسام والوقوعات والأوضاع .

[٢ ـ الحل]

ثم بعد التقسيم ينبغي أن تحلل قسماً قسماً على حدته . وقد أومأنا الى الوجه في
التحليل فيما تقدم . وهو أنك تبتدىء فتضع الشيء الذي تطلبه موجوداً . ثم تنظر في
جميع شروط المسألة ، والمفروضات فيها ، وما طلب منك وضعته على أنه موجود .
فتجمع منها بالتحليل . من غير أن تحذف شيئاً منها أصلاً ، إن الذي طلب منك
معلوم : إن كان مما تريد أن تجد وضعه ، فتبين أنه معلوم | الوضع ، وإن كان مما [ص ٤٤]
تريد قدره فتبين أنه معلوم القدر ، وإن كان المطلوب الصورة منه ، فتبين أنه معلوم
الصورة .

هكذا يفعل المهندسون في التحليل . وإذا تأملت غرضهم فيه تأملاً شديداً ،
وجدته يؤدي إلى طريق التحليل الصحيح الذي يستعمل في سائر العلوم . وسنقول في
ذلك مستأنفاً قولاً تاماً .

فإن خرج لك الذي تريد أن تعمله ، معلوم الوضع أو القدر أو الصورة ، في
أول ما يحلل ، وإلا احتجت الى أن تعمل أعمالاً ، وتنقل مفروضات المسألة من شيء
إلى شيء ، إلى أن تنتهي الى الشيء الذي تريد أن تعمله . وإن احتجت الى استعمال
شيء من قضايا الهندسة التي في كتاب اقليدس ، أو غيرها ، استعملت في كل مسألة ما
يصلح أن تستعمله فيها ، كأن المسائل التي في الدائرة تستعمل فيها القضايا التي تقع في
الدائرة ، مثل أن كل خطين متقاطعين فيها تحيط أقسامهما بسطوح متساوية ، وأن كل
خط يخرج اليها من خارج يكون ضربه في القسم الخارج عن الدائرة مثل مربع الخط

ولا تستعمل شيئاً من
المماس ، وغير ذلك من سائر القضايا التي تقع في الدائرة . ولا تستعمل شيئاً من
القضايا التي تقع في المثلث أو المربع ، إلا أن يكون ذلك في أصل المسألة ، أو أن يكون
[٣٠ و] قد وقع لك في | ما حدث من العمل ، مربع أو مثلث . | وتأخذ القضايا القريبة
[ص ٤٥] أبداً ، المشاكلة المجانسة للشيء المطلوب ، والأعمال التي تقرب بها مما تريده . وليس
تحتاج أن نشرح لك شرحاً أكثر من هذا ، إن كنت قريب الفهم . وإن كنت ليس
كذلك ، تتأتى عليه .

وكلما كان لك في المسألة شرط أو مفروض فاقرنه بمفروضات المسألة ، ليخرج لك ما تريده مفروضاً . وينبغي أن تكون ، إذا وجدت مفروضاً في المسألة لم يكن لك ، ولا هو الذي تريد علمه ، أو عملت عملاً ، أن تحفظه وتضيف اليه ، إما شرطاً آخر أو مفروضاً أو قضية ، وتستعمله ، فإنك متى تركته ، ولم تستعمله ، لم تنتفع به . وإنما تحتاج أن تربط عملك بعضاً ببعض ، على الاتصال والتوالي .

ومما ينبغي أن تتجنبه في التحليل أن شيئاً عاماً [تعدُّه] خاصاً : كأنه يجيئك في
التحليل خطّان يبين التحليل أن كل واحد منهما معلوم ، فتقول : فإذن الفضل بينهما
معلوم . فإن هذا عام قد أخذته خاصاً . وإنما الوجه أن تقول : فإن كانا متساويين ،
كانا على سبيل كذا وكذا ، وإن كانا مختلفين ، كان الفضل بينهما معلوماً . ومما يدخل
في هذا أنك إذا أوقعت خطاً أو دائرة أو غير ذلك ، في التحليل وقوعاً تخرج به المسألة
على الأطلاق ، أو تخرج به المسألة على جهة ، أن توقع ذلك الذي أوقعته على تلك
الجهة ، على سائر جهات الوقوع ، لئلا تكون ببعضها تخرج المسألة ، وببعضها لا
[ص ٤٦] تخرج ، أو ببعضها | تخرج على جهة ما ، وببعضها على جهة أخرى . كأنك إذا
أوقعت خطاً تخرجه من نقطة إلى نقطة ، وكانت [هناك] نقطة أخرى ، فينبغي أن تضع
في التحليل أنه جاز على تلك النقطة ، ثم أنه وقع في جانب عنها ، ثم أنه وقع في الجانب
الآخر ، وتنظر كل واحد من الوقوعات لأي حال يتبع . كما عملنا في كتابنا في الدوائر
المماسة : أخرجنا خطين موازيين لخطين ، وكان لنا نقطتان فقلنا : إن وقع الخطان على
النقطتين كانت النسبة مفروضة هناك متساوية ، وإن وقع أحدهما على الواحدة والآخر

لم يقع ، كانت واحدة من النسب متساوية ، كنسبة أخرى كانت هناك مفروضة ، وكانت النسبة الأخرى مخالفة .

وهكذا في جميع الأوضاع والأقسام ، لا تغفل هذا ، بوجه ولا سبب ، فإنك متى
أغفلت هذه الأشياء وأشباهها ، ربما خرج لك في التحليل غير ما أردت . فإني أعرف
رجلاً من الفهماء المقدمين في الهندسة حلَّل تحليلاً في مسألة ، انتهى فيه الى خطين كانا
معلومين ، فقال : والفضل بينهما معلوم ؛ وكانت مفروضات تلك المسألة توجب أن
يكون ذانك الخطان متساويين ؛ وتمَّم التحليل الى آخره . فهو في الحقيقة قد حلَّل غير
المسألة التي كان فيها ، لأنه لو انكشف له أن ذينك الخطين مختلفان ، لما انتفع بشيء مما
حلَّله . وكذلك في الباب الذي قبل هذا : إعلم أن رجلاً حلّل هذه المسألة بعينها ،
واستخرج شيئاً | وزعم أنه معلوم ، بعمل عمله ، فكان ذلك كذلك ؛ ثم ترك ما به [ص ٤٧]
خرج ذلك الشيء الذي كان مجهولاً فصار معلوماً ، ولم يستعمله ، ولا أوجب منه شيئاً
آخر ، ولم يضف اليه شيئاً من الشروط أو المعلومات في المسألة ، ولا ربط بعض العمل
في التحليل ببعض ، فلم تتركب له المسألة .

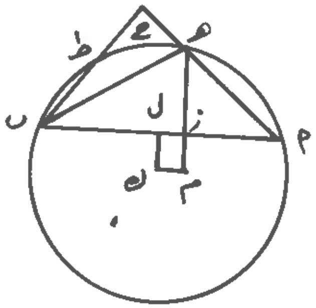
وكل ما أشرنا اليه للتحرز منه | قد تبين في الأعمال أنه إن لم يتحرز منه ، وقع [٣٠ ظ]
على الإنسان خطأ من حيث لا يعلم . وتحرَّز أيضاً أن تترك شيئاً من شروط المسألة أو
مفروضاتها ، فإنك إن فعلت ذلك وكانت المسألة من المسائل الصحيحة ، لم تنتهِ الى
أن تعلم شيئاً ، إذ كان ذلك الشيء المجهول إنما يعلم بالأشياء التي تأخذها في المسألة
أجمع . وقد ينبغي الا يذهب عليك ، إذا وضعت ما تريد أن تجده في التحليل ،
موجوداً ، أنه يجب عليك أن تضع أنه قد وجد في جميع المواضع التي يسبق الى ظنك أنه
قد يمكن [أن] يوجد فيها . فإنك إن لم تفعل في التحليل ، جاز أن يكون فيما تعمل
مرتين أو ثلاثاً أو أكثر من ذلك ، فتعمل بعض المرار وتترك باقيها . فافهم عني كل ما
أوصيك به في التحليل في هذه الأمثلة :

[مثال] :

نريد أن نعمل مثلثاً على خط معلوم ، يساوي عمودُه الذي يقع على الخط المعلوم

لخط آخر معلوم ، ويكون ضرب ضلعيه الباقيين ، أحدهما في الآخر ، معلوماً :

[ص ٤٨] هذه المسألة ليس تحتاج أن تقسم ، كما احتاجت الدائرة التي | تماس دائرة
وخطين . فليكن الآن ، بعد علمنا بأنها لا تنقسم ، غرضنا التحليل :



شكل (٣٨)

فلننزل أن الخط المعلوم ا ب ،
والخط المفروض الذي يطلب أن يكون
العمود مثله ح ، والسطح المعلوم
سطح ء [الشكل ٣٨] فننزل انا قد
وجدنا المثلث المطلوب ، وهو ا ب ه ، حتى يكون ضرب ا ه في ه ب مثل
سطح ء . وقد قلنا إنه ينبغي أن نستعمل في التحليل جميع شروط ومفروضات
المسألة ، ونجمع منها أن الشيء الذي نطلبه معلوم . فغرضنا أن يكون مثلث ا ب ه
معلوم الأضلاع . وقد قلنا إنه إذا جمعت مفروضات المسألة وشروطها ، فلم يخرج بها
الشيء المطلوب معلوماً ، فأضف اليها أحكاماً وقضايا تشاكل الأمر الذي نظرك فيه .
ومن البين ان الأمر الذي نحن فيه ليس ينبغي أن يضاف اليه شيء من الأحكام التي تقع
في الدائرة . ولا من التي تقع في المربع ، إذ ليس لنا واحد منهما . وإنما ينبغي أن
نستعمل ما يشاكل ما نحن بسبيله ويقاربه أيضاً ، ويمكن أن نجمع منه ومن هذا
قضية . كأنا نقول : فإن نحن توهمنا عمود مثلث ا ه ب هو ه ز ، فهو مثل
ح المعلوم . فإذن ضرب ه ز في ا ب معلوم . وإن نحن توهمنا عموداً آخر وهو
[ص ٤٩] ب ح كان ضرب ه ز في ا ب المعلوم مثل ضرب ب ح | في ا ه ، لأن كل
واحد منهما ضعف مثلث ا ب ه . فضرب ب ح في ا ه معلوم . وقد كان
ضرب ب ه في ا ه مثل سطح ء المعلوم . فنسبة ضرب ب ح في ا ه الى
ضرب ه ب في ا ه معلومة . إذن إجعل ا ه ارتفاعاً لهما ، فتصير لك نسبة
ح ب الى ه ب مفروضة لأنها مساوية لنسبة السطحين اللذين ارتفاعهما ا ه .

لكن زاوية ح قائمة . فمثلث ب ح ه معلوم الصورة ، فزاوية ا ه ب معلومة ،
وخط ا ب معلوم . فإن عملنا عليه قطعة دائرة تقبل زاوية مثل زاوية ا ه ب
كانت معلومة ، لأن القطع التي تقبل زوايا معلومة إذا عملت على خطوط معلومة كانت
معلومة . وقد تبين في كتاب اقليدس كيف نعمل ذلك .

فلتكن تلك القطعة ا ط ب ⁽²¹⁾ ، وإن تممت الدائرة ، ووجد مركزها ،
كنقطة ك ، وأخرج منه عمود على ا ب ، كان معلوم القدر ، لأن الدائرة معلومة
وفيها وتر ا ب معلوم . فليكن عمود ك ل . ونخرج ه ز وهو موازٍ له لأنهما
عمودان على خط واحد . ونخرج | منه عمود ك م ، فيكون م ز مثل ك ل [٣١ و]
المعلوم ، ه ز معلوم ، فجميع ه م معلوم ، فضعفه معلوم ، فالعمود الخارج
عليه من المركز معلوم ، لأنه في دائرة معلومة . فإذن ك م معلوم ، فخط ل ز
معلوم ، ل ب ، الذي هو نصف ا ب المعلوم ، معلوم ، فـ . ب ز معلوم ، ز ه
| معلوم ، وزاوية ز قائمة . فخط ه ب معلوم . ويصير خط ا ز معلوماً لأنه [ص ٥٠]
باقي خط ا ب المعلوم إذا أسقط منه ب ز المعلوم ، وزاوية ز قائمة ، وخط
ز ه معلوم ، فخط ا ه معلوم . فأضلاع مثلث ا ه ب معلومة .

[ملحوظـات]

[أ] : أفلا ترى أنا قد استخرجنا أضلاعه بأن استعملنا جميع المفروضات
والشروط؟ أما أن ه ز معلوم ، أي مثل خط ح المعلوم ، ففي مواضع كثيرة . وأما
أن ضرب ا ه في ه ب معلوم ، أي مثل سطح ء ، ففي موضع واحد . وأما أن
ا ب معلوم ففي مواضع كثيرة . وأما أن سطح ا ب ه مثلث فقد استعملنا فيه
قضايا كثيرة من قضايا المثلث ، منها أنه نصف السطح المعمول على قاعدته
[وارتفاعه] ، ومنها أن له قاعدة إذا عمل عليها قطعة دائرة ، مرّت برأسه ، وضرب
عموده في قاعدته مثل عموده الآخر في ضلعه الآخر ، وغير ذلك . | وقد أريناك أيضاً [ص ٥١]
كيف تضيف الى المعلومات والشروط في المسألة : أشياء من جنسها وأشكالها ، لا غيرها

وما لا يشاكلها . ولو اقتصرت على بعض مفروضات المسألة وشروطها ، لم تعلم أضلاع المثلث بوجه ولا سبب ، لأنه ليس تجمع المفروضاتُ التي تأخذها شيئاً فتكون منه أضلاع المثلث معلومة ، وإنما تجمع بعض ما به تعلم أضلاع المثلث . وبيان ذلك يكون واضحاً اذا اقتصرت على البعض وسلكت هذه الطريق من التحليل التي كنا فيها ، فإنك إذا انتهيت الى ما تنتفع معه بالشروط الباقية أو المفروضات الباقية التي لم تأخذها ، وقفت فلم يكن لك وراء ذلك مذهب .

[ب] : وأما كيف ينبغي إذا عملت شيئاً في المسألة ، من قسمة أو نقل نسبة من مقادير الى مقادير ، أو غير ذلك ، أن تستعمل ذلك العمل وتنظر كل ما يلزمه ، فإنه شيء قلّ ما يقع في المسائل سهو فيه ، وليس يجوز الآ على من لم يكن محمود الطبع ، وما أعلم أني وجدت من فعل ذلك من المشهورين الا رجلاً جرى منه على سبيل السهو . وقد ذهب عني ما كان وقع له فيه الخطأ من ذلك ، ولو ذكرته لأتيت بقوله مثالاً على ما ذكرناه ها هنا . إلا أنه ينبغي لك أن تتحفظ في مثل هذه المواضع من هذا الخطأ ، وإذا
عملت شيئاً في تحليل ، مثل أن تقسم خطاً على نسبة معلومة | ، إذا مرّ ذلك في عرض [ص ٥٢]
التحليل ، أو غير ذلك من الأعمال ، فلا تقتصر على ما يخرج بذلك من المجهولات ويصير معلوماً ، دون أن تستعمله في شيء آخر ، وتوجب عنه كل ما يجب عنه . كأنك
قلت : فنجعل نسبة أ ح الى ح ب كنسبة ح ل الى ط م ، فيكون | كل [٣١ ظ]
واحد من خطي أ ح ، ح ب معلوماً من ذلك ، ومن شروط أخرى لك في المسألة ، [فلا] تقتصر على هذا دون أن تقول : ونسبة ح ل الى ط م كنسبة أ ح الى ح ب ، يوجَبُ منه غير ما أوجبه علم كل واحد من خطي أ ح ، ح ب ، وإن كان يلزم من ذلك أيضاً شيء آخر ألزمته حتى يخرج لك فعلك في التحليل ، من أن يكون باطلاً لا معنى له ، اللهم إلاّ أن يكون ما يخرج لك بذلك هو الذي غرضك من أول الأمر أن تعمله . فإنه قد يجوز في بعض الأوقات ، إذا انتهيت اليه بهذا الطريق ، ان تستغني عما قلنا . إلا أن ذلك في الأقل . وجملة الأمر أن ما تفعله من ذلك بغير علم ، ويجوزك ما فيه من تفريط ، فاذا ركبت مسائل تبينّ لك موضع

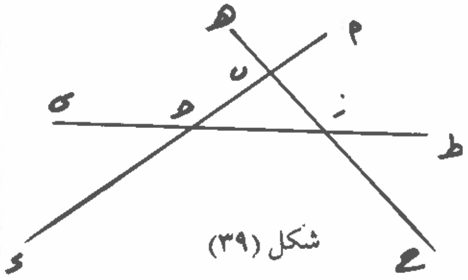
الخطأ لأنك تطالب نفسك بِلِمَ وكيف صار ، ولا يجوز هناك بوجه ولا سبب ، فيخرج كل ما في المسألة من خطأ وصواب .

[ج] : وأما كيف ينبغي أن تعمل إذا انتهى بك التحليل الى شيء أن لا تأخذ
خاصاً بموضع العام فذلك أظهر من أن يحتاج أن يبين | وذلك أن رجلاً من الفهماء [ص ٥٣]
وضع في مسألة حللها ما أراده ، وألزم منه أن يكون خطّان هناك معلومين ، ثم قال : فالفضل بينهما معلوم . وكانت شروط المسألة توجب أن يكون ذانك الخطان متساويين؛ فوجدنا أنه حلَّل غير ما غرضه فيه .

[د] : وإذا لم يكن لك بدّ من التخصيص ، فانظر : فإن كانت المسألة ومفروضاتها تحتمل أن يكون ذلك الخاص الذي تأخذه موجوداً ، فاستعمله ، واستعمل كل ما توجبه المسألة وتحتمله . أما أن تخصص غير ما توجبه المسألة فلا يجوز .

مثال ذلك في هذه المسألة : لو كان ذانك الخطّان يجوز أن يختلفا لكان لتحليل هذا الرجل معنى ، وكان يحتاج اليه ، ويجب حينئذ عليه أن يضع أنهما متساويان ، ثم يحلّل ، فيفرِّع من المسألة ، ويأتي على جميع أقسامها . فأما إذ هما متساويان ، فلا يجوز بحسب مفروضات المسألة أن يختلفا ، فكان قولُهُ : « فخطًا كذا وكذا معلومان فالفضل بينهما معلوم » قولاً لا يجوز أن يصير حقاً . ولو أنه كان ممكناً أن يختلفا ، وحلَّل على أنهما غير متساويين ، ولم يحلّل على انهما متساويان ، لكان قد عمل صواباً ، الا أنه ناقص .

[هـ] : فهذا مبلغ الخطأ إن ترك التحرز في هذا الموضع . ومما يدخل في هذا أن
يقع ما تعمله ، في نفس عمل التحليل الى آخره ، وقوعاً يحتمل | أن يكون الأمر على [ص ٥٤]
غير جهة ذلك الوقوع ، فيفضل أن يأتي على جميع ما يحتمله الأمر . وهذا أعظم الخطأ ، لأنه ربما عملت شيئاً وتركت شيئاً ، فكان ذلك مؤدياً الى تقصير في العمل .



شكل (٣٩)

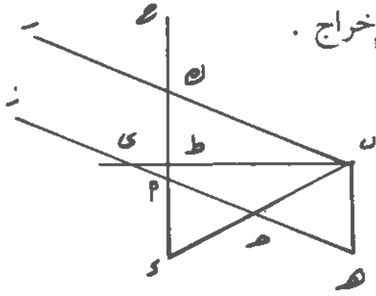
مثال ذلك حيث فرضنا في كتاب الدوائر المماسة خطوطاً كخطوط أ ب ح ء ، ه ب ز ح ، ط ز ح ى ، وأردنا أن نعمل دائرة تماس خط ط ى ، ويفصل منها خط أ ء قطعة شبيهة بقطعة مفروضة : لم نقتصر حيث حللنا وجعلنا مركز الدائرة المطلوبة في الموضع الذي يحيط به خطوط ح ز ، ز ح ، ح ء . لما احتجنا إلى
إخراج خطين موازيين لخطي أ ء ، ه ح من مركز الدائرة المطلوبة ، على أن
[٣٢ و] جعلنا ذينك الخطين يقعان على خط ط ى على نقطتي | ز ، ح ، لا خارج خط
ز ح ، ولا بين نقطتي ب ، ح ، بل أوقعنا ذلك هناك ، وقوعات كثيرة ،
استغرقت أصناف الوقوع . وتبين هناك أن كل واحد من أصناف الوقوع يقع حالاً من
أحوال المفروضات خاصاً به ، وبينا أنه بحسب بعض الأحوال تخرج المسألة ،
وبحسب بعضها وشروط أخرى لا تخرج المسألة . فأي خطأ كان أعظم من أن تستعمل
بعض أصناف الوقوع ! فإنا لو استعملنا الوقوع الذي بحسبه لا يمكن خروج المسألة ،
وقلنا فهذه مسألة باطلة ، لكنا قد أبطلنا شيئاً بالكلية قد يجوز أن يصح في بعض
[ص ٥٥] الأوقات | ولو أوقعنا الخطوط وقوعاً تخرج به المسألة لقلنا : فهذه المسألة صحيحة في
كل حال . وكان ذلك محالاً ، لأنه قد يجوز أن يعرض ألا يكون ذلك . فلهذا ينبغي ألا
تترك حالاً من الأحوال يمكن أن تقع إلا أوقعتها .

ومع ذلك فقد يجوز أن يختلف طريق التحليل بحسب وقوع ما يعمل في المسألة من إخراج خط ، أو غير ذلك .

[و] : ومما ينبغي ، كما قلنا ، ألا تفعله : أن تكون ، إذا حُلَّت المسألة ، ألاّ تختار إيقاع المطلوب في جهة على إيقاعه في جهة ، بل انظر كيف يمكن أن يقع من كل جهة ، فأوقعه ، فانظر بعد ذلك ، فإن كانت كلها تجمع فاجمعها في التركيب ، وإن لم يكن ممكناً أن تجمع فبين في التركيب انه لا يمكن أن تجتمع .

[ص ٥٦] **مثال ذلك** في هذه المسألة التي عملناها في كتاب الدوائر المماسة | أوقعنا أولاً
مركز الدائرة في مثلث ب ز ح ، ثم قلنا : ولنحلل المسألة على أن المركز في موضع
الذي تحويه خطوط ه ب ، ب ح ، ح ى ؛ وفي الموضع الذي تحويه خطوط
ط ز ، ز ب ، ب أ ، ثم في زاوية ه ب أ ، وفي باقي المواضع . فلما
ركبنا بينا كم يمكن أن يجتمع من هذه الدوائر ، وكم لا يمكن أن يجتمع ، وكم منها
وجوده لازم ، وكم منها عدمه لازم ، في أحوال ما هناك شرحناها واشترطناها . ولو أنا
اقتصرنا في التحليل على الدائرة التي كان وضع مركزها في مثلث ب ز ح ، لكنا قد
أخللنا بدائرتين أخريين لا تخلو الصورة منهما ، أو بثلاث دوائر آخر أمكن أن تجتمع .
وفي الإخلال بذلك أعظم الضرر .

وستقول : ما الضرر الذي يكون من ترك بعض وجوه المسألة ، والعمل على
بعضها مستأنفاً . وأما الآن فحسبك ها هنا ما قلناه . وإن أردت زيادة فانظر الى المسألة
التي في الدوائر المماسة ، التي بينا فيها كيف تعمل دائرة تماس خطين ودائرة . فإنا بينا
أن هناك أقساماً يجتمع فيها ثماني دوائر . فلو أنا وضعنا في التحليل والتركيب واحدة
فقط ، أليس كنا قد أخللنا بأكثر الواجب ؟ أو ليس لو ألقى علينا ملقٍ مسألة ،
[٣٢ ظ] كقوله : كيف تخرج من نقطة ب إلى خطي ح أ ، أ ء خطاً يقطع الخطين على
نسبة مفروضة ، مما يلي أ ، فحللنا ذلك بأن نخرج خطاً يقطع الخطين من جهة
[ص ٥٧] ح ء ، فأدى التحليل الى المحال ، وقلنا له : ان مسألتك | باطلة ، كنا قد أخطأنا
في ذلك ، من قِبَل أنه قد يجوز أن نخرج الخط على سبيل التحليل إلى الجهة المقابلة لجهة
نقطتي ح ، ء ، فتصح المسألة بحسب هذا الإخراج .



شكل (٤٠)

مثال ذلك أنا نخرج خطاً يوازي أ ء وهو ب ه ، ولتكن النسبة المفروضة : ب ه الى خط أعظم من ه أ ، كخط ه ز ، ونريد أن نخرج من ب خطاً يفصل من خطي ح أ ز ، ء أ ح : خطين ، نسبة أحدهما

وهـو المنفصـل من ا ء ، الى المنفصل من ا ح ، كنسبة ب هـ الى هـ ز .

فننزل أن ذلك قد كان ، وأن الخطب ح ء . ولا نخرج هذا الخط في جميع المواضع التي يجوز أن يقع فيها ، بل نجعله الى ناحية هـ ، كخط ب ح ء ، حتى تكون نسبة ء ا الى ا ح كنسبة ب هـ الى هـ ز المفروضة . لكن نسبة ء ا الى ا ح كنسبة ب هـ الى هـ ح . فنسبة ب هـ الى هـ ح كالنسبة المفروضة . لكن نسبة ب هـ الى هـ ح أعظم من نسبة ب هـ الى هـ ا . فينبغي أن تكون النسبة المفروضة أعظم من نسبة ب هـ إلى هـ ا ، لكنها أصغر منها ، لأن نسبة ب هـ الى هـ ح أصغر من نسبة ب هـ إلى هـ ا . فماذا نقول؟ ونكون محقين إن قلنا إن هذه المسألة محال ، إذ قد أدت الى محال؟ أو نقول إنا مقصرون إذ أوقعنا الخطين من جهة وأخرجناهما على جهة أخرى أخللنا بها ، ولم نذكرها؟

الأمر الآن بيِّن : إنا قصرنا | وذاك أنا لقد أخرجنا الخط من الجهة الأخرى ، كخـط ب ط ى حتى تكون نسبة ط ا الى ا ى كنسبة ب هـ الى هـ ز ، فصحت المسألة ، ولم تؤدِّ إلى محال . لأنا كنا نقول : نسبة ا ط الى ا ى كنسبة ب هـ الى هـ ز المفروضة . ونخرج ب ك يوازي هـ ز ، فتكون نسبة ط ك إلى ك ب مثل ط ا الى ا ى المفروضـة . فَـ . ط ك مفـروض ونقطـة ك مفروضة ، فنقطة ط مفروضة . وكان ذلك تابعاً لأن تكون نسبة ط ك الى ب ك المفروضة أقل من نسبة ا ك الى ك ب . فإذن نسبة ب هـ إلى هـ ز أقل من نسبـة ا ك الى ك ب . لكن لأن ب ك يوازي هـ ز ، ب هـ يوازي ا ء ، تكون نسبة ك ا الى ك ب كنسبة ب هـ الى هـ ا . فالنسبة المفروضة أصغر من نسبة ب هـ الى هـ ا . وهي كذلك لأن نسبة ب هـ الى هـ ز أصغر من نسبة ب هـ الى هـ ا . فقد صح التحليل من هذه الجهة ، وتبين لك أنه ليس ينبغي أن تقتصر في التحليل على شيء نعمله ، يجوز أن يقع غيره . فإنك لو اقتصرت [على] إخراج الخط في هذه المسألة من جهة ح لأدى الى محال ، لعمري وكان قولك إن هذه المسألة محال باطلاً ، لأنه إذا أُخرج الخط من الجهة الأخرى صحت المسألة[٢٢] .

| **فهذه الأشياء وأشباهها** ينبغي أن تراعيها في التحليل ، وتأخذ نفسك بها . [ص ٥٩]
وإن كنا قد تركنا شيئاً فلعلَّه ليس مما يعتدُّ به . ولعمري إن أكثر ما يفعله الإنسان في التحليل إذا أراد أن يركب يبين له أنه مخطىء فيما يركبه ، لأنه حينئذ في التركيب يطالب نفسه بِلِمَ وكيف صار ، ولا يعمل إلا شيئاً هو له ،وإلا عورض وأبطل عليه عملـه.
| وبعض الأشياء هي كهذا الذي كنا فيه ، إن أغفله الانسان في التحليل ، [و] [٣٣ و]
لم يفطن في التركيب للخطأ الذي عرض له فيه ، وكأشياء قد تقدم القول فيهـا . فليكن تأملك لما قلناه في التحليل ، وأوصيناك بالنظر فيه ، تأملاً شديداً ، لتقع على الصواب وتكون جارياً على السداد إن شاء الله . ثم ركِّب وانظر ما يوجبه التركيب ، لئلا يكون شذ عليك في التحليل شيء من الأشياء ، حتى لا يفوتك شيء مما في المسألة . وإذا انتهيت الى آخر التحليل ، فانظر الآن إن كنت تأديت الى حق فقل إن ما انتهيت اليه حق ، وإن كان محالاً فقل إنه محال . وإن كان يحتاج الى شريطة ، أو كان سيالاً ، أو غير ذلك ، مما قد تقدم تقسيمه ، فخبِّر بما انتهيت اليه ، واذكر ما ينبغي أن يكون فيه ، من شريطة ، على ما ذكرناه فيما قبل من أخذ الشريطة بالقرب من مفروضات المسألة ، لتعلم أن أمر المسألة يتعلق بشريطة . وإلا فمتى أخذت الشريطة بالبعد من
[ص ٦٠] مفروضات المسألة ، كان في ذلك ما تقدم القول فيه من العيوب . ومع | ذلك فقد
يوهمك ما تعمله بالبعد من مفروضات المسألة ، كما قلنا فيما تقدم ، أن المسألة تحتاج الى شريطة ، وليست كذلك . فلا تعمل من ذلك شيئاً إلا بعد أن تطالب نفسك بأن تحيط بالعلم بسببه والعلة فيه . فإذا أتيت على ذلك في قسم من أقسام المسألة ، فإنك قد فرغت من التحليل .

فأما المنفعة في التحليل فهي واضحة بينة ، وذلك أن بالتحليل تستخرج جميع المطلوبات في هذه الصناعة . ثم من بعد ذلك فالتحليل يوقفك على شيء شيء مما قيل ، أعني صنف المسألة وما تحتاج اليه فيها.

[التركيب] :

فإذا استتممت هذه الأشياء ، فينبغي أن تبتدىء بتركيب ما حللته . فانظر

أولاً : لا تركب شيئاً انتهى بك التحليل فيه الى ما به يبطل المطلوب . أعني لا تركب مسألة قد وضح لك من تحليلها أنها محال . وكذلك في أقسام المسائل . ولكن انظر كل ما سوى المحال فركبه ، فإن كان حقاً مطلقاً فقد ينبغي أن تركبه بلا استثناء ، وإن كان حقاً باستثناء ، فليكن تركيبك اياه هكذا : تذكر الشريطة ثم تقول فيها : إمـا أن [يكون] ذلك موجوداً في هذه المسألة ، أو لا يكون موجوداً . فإن كان موجوداً فنفعل كذا ونصنع كذا . وتركب الى ان تنتهي الى آخر التركيب ـ هو والتحليل . وإما أن لا تكون هذه الشريطة ، وهي كذا وكذا ، موجودة ، فأقول إنه لا يمكن أن يوجد ذلك المطلوب . فإن أمكن فليوضع ، مع | عدم تلك الشريطة ، أنه موجود . وتسلك في مثل طريق التحليل بعينه الذي أوجب وجود تلك الشريطة ، مع وضع ذلك المطلوب ، حتى تنتهي الى الموضع من التحليل الذي أوجب أن تكون موجودة . ثم نقول : لكن لم يكن هذا هكذا ، لأنا فرضنا أن هذه الشريطة معدومة . فإذن ليس يمكن أن يوجد ذلك الأمر .

وسنأتي على التركيب في نوع نوع من هذه الأنواع بأمثلة ، ليتضح لك المعنى [٣٣ ظ] ويتبين . فإن كان ما تريد تركيبه مما قد وضح لك بالتحليل أنه سيال | فقد تعمل كذا ، وتصنع كذا ـ ما به تخرج المسألة ، مما استدللت عليه بالتحليل ، إلى أن يتبين [أن] ما عملته يؤدي الى ما طلب منك . ثم تقول : « وأقول إنه يمكن أن يقع بلا نهاية » ، وتُري ذلك بأن تضع له أمثالاً تبين أنه لا ينتهي إلى عدد محدود ، لكن أي شيء أُخذ ، في أي وضع كان ، أو صورة ، أو حال من الأحوال ، كان فيه ما طلب منك .

وإن كان سيالاً بشريطة ، فافعل في باب الشريطة مثل ما تقدمنا فأشرنا به عليك ، بأن تقول : « فلتكن الشريطة موجودة » ، وتبين أن المطلوب يوجد مرات لا تنتهي إلى عدد محدود . ثم ضع أن تلك الشريطة غير موجودة ، وتبين أنه لا يمكن أن توجد تلك المطلوبات ، في حال من الأحوال .

وسائر (نواع المسائل ، فعلى هذا تجري ، وشبهه .

وإذا انتهيت إلى آخر التركيب ، فقد بقي عليك أن تبين كم | مرة تخرج [ص ٦٢] المسألة ، إن كانت غير سيالة ، كما بينا في أمر الدائرة التي تماس دائرة وخطين : أنها في بعض الأقسام تُعمل في ثمانية مواضع . وإذا استتممتها جميعاً ، وكانت المسألة لا تعمل إلا مرة واحدة ، قُلتَ : « فأقول : إنه لا يمكن أن يوجد المطلوب إلا بهذا العدد الذي ذكرناه . فإن أمكن ، فليوضع أنه وُجد أكثر من ذلك » ، . . . وتسلك طريق التحليل الى ان تنتهي إلى الشيء الذي به خرجت المسألة ، فتنظر ، فإن كنت قد استقصيت عدد المرات ، ولم يذهب عليك منها شيء ، فستجد ما انتهيت اليه ، حيث سلكت طريقاً شبيهة بطريق التحليل ، مما به خرجت المسألة في التحليل ، لا يمكن أن يجتمع مع الأشياء التي بها عُملت المسألة تلك المرار التي عملتها .

مثال ذلك : المسألة أن تخرج من نقطة الى خط : خطًا تكون له نسبة الى ما تفصله منه معلومة . فقد يمكن أن يخرج خطَّان يفعلان هذا ، فتخرج المسألة مرتين . وإذا وضعت أنها خرجت ثلاث مرات ، وسلكت طريقاً مثل طريق التحليل ، أوجبت في آخره أنه قد خرج خط ثالث يفعل ما يلي طرف الخط الآخر خطًّا له إليه نسبة مثل تلك النسبة المعلومة . وليس يمكن أن تخرج خطًّا إلى خط فيفعل هذا الفعل ثلاث مرات . فتقول حينئذ : إن المسألة لا تخرج إلا مرتين فقط .

فإذا فرغت | من ذلك كله ، فإن لابلونيوس(٢٣) عادة ، وهي أن يقيس بين [ص ٦٣] الشيء الذي خرج ، وبين الأشياء الشبيهة به . كأنه ، مثلاً ، اذا أُخرج من نقطة خطاً يفصل من خط مفروض ، مما يلي طرفه ، خطًّا نسبته إليه معلومة ، أخرج عدة خطوط شبيهة بوضعه ، أعني أنها تخرج من تلك النقطة ، فتفصل من ذلك الخط قطعاً ، فبين أنها تحدث عندما تفصله ، مما يلي طرف الخط المفروض ، نسبة أعظم من النسبة المفروضة . فأما أنها تحدث عندما تفصله نسبة أصغر ، فهذا شيء لم أفعله في شيء مما استخرجته من المسائل ، كراهة الإطالة . والأمر في هذا اليك : إن أحببت فعلته ، وإن أحببت لم تفعله ، فإنه ليس مما ينقص تركُه من مسألتك ، لكنه من الأشياء التي يجوز لقائل أن يقول : إنها من جنس المطلوب ، أو مما يجري مجراه .

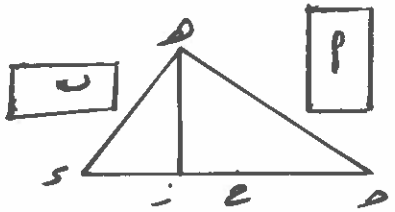
فأما المنفعة في عدد المرار ، وأن تبين أنه لا يجوز أن يوجد أكثر منها ، فظاهرة جداً [٣٤ و] | وذلك إن أردت أن تبين قضية من قضايا الهندسة يقع لك في البرهان عليها عمل مسألة ، فعملت برهانك على صحة تلك القضية ، على أن المسألة تعمل مرة واحدة - أخطأت خطأً عظيماً ، حتى أنك ربما ادّعيت شيئاً في كل حال ، وليس هو كذلك ، بل إنما يكون ما ادعيتَهُ في بعض [الأحوال] ، كما عرض لثاوذوسيوس(٢٤) في كتاب الأكر ، فإنه ادّعى في المقالة الثالثة أشياء زعم أنها في كل حال ، وبرهن ذلك بأن عمل [ص ٦٤] دائرة عظيمة تماس دائرة على كرة ، وتجوز | على نقطة مفروضة ، ليست على محيطها . وهذه تُعمل مرتين ، وذلك أنه تُعمل دائرتان على هذه الصفة ، فاستعمل في برهانه دائرة واحدة ، وأوقعها في جهة تبين له بها ما أراد . ولو عمل الأخرى لوقعت في الجهة الأخرى ، وتبين له أن ما ادعاه ليس هو واجباً ضرورة .

فهذا مقدار المنفعة في ذلك . **وأما المنفعة في التركيب** فأظهر من أن تخفى : لأنك إن اقتصرت على التحليل ، لم تبين شيئاً ، وإنما وضعت وضعاً ونظرت ما يلزمه ، فلزمه شيء ظاهر ، وليس الذي طلب منك ذلك الشيء الظاهر ، إنما طلب منك ذلك الشيء الذي كنت وضعته وضعاً في التحليل ، لا على أنه بيِّن موجود ، لكن على أنه مسلَّم . والتركيب يبتدىء من ذلك الشيء الظاهر ، لا من شيء مسلَّم ، وينتهي إلى ما طلب منك بطريق البرهان ، وبما لا يمكن دفعه .

[مثال] :

فأما الأمثلة على هذه الأشياء ، فنحن نأتي بعون الله بها من ها هنا . ونبتدىء بالتركيب ، **فنحلل أولاً مسألة ، ثم نقول كيف تركيبها .**

فليكن المطلوب كيف نعمل خطين يكون فضل مربع أحدهما على مربع الآخر مثل سطح معلوم ، وهو أ ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح معلوم ، وهو ب .(٢٥)



شكل (٤١)

فليكن **تحليل ذلك** انا قد وجدنا الخطين ، وهما حـ هـ ، هـ ء ، وليكن فضل مربع حـ هـ على | مربع هـ ء مثل [ص ٦٥] سطح أ ، وضرب احدهما في الآخر مثل سطح ب . ولننزل أنهما قد أحاطا بقائمة ، وأن حـ ء وترها ، هـ ز عمودها.

فلأن فضل مربع هـ حـ على مربع هـ ء مثل فضل مربع حـ ز على مربع ز ء ، يكون فضل مربع حـ ز على مربع ز ء معلوماً . لكن ذلك هو ضرب حـ ء في فضل ما بين حـ ز ، ء ز وهو حـ ح . فضرب حـ ء في حـ ح معلوم ، وضرب حـ هـ في هـ ء ، أعني ضرب حـ ء في هـ ز ، معلوم . فنسبة حـ ح الى هـ ز معلومة . ونسبة أحدهما الى الآخر في القوة معلومة . فنسبة مربع حـ ح إلى مربع هـ ز ، أعني ضرب حـ ز في ز ء ، معلومة . ونسبته الى أربعة أمثاله معلومة . وإذا جمعنا ، كانت نسبة مربع حـ ح وأربعة أمثال ضرب حـ ز في ز ء ، أعني مربع حـ ء ، إلى مربع حـ ح معلومة . فنسبة حـ ح الى حـ ء معلومة . وضرب أحدهما في الآخر معلوم . فكل واحد منهما معلوم ، لأن نسبة أحدهما الى الآخر كنسبة ضرب أحدهما في الآخر إلى مربع الآخر . فيصير مربع الآخر معلوماً . ولذلك يصير خط ز ء معلوماً ، وخط ز حـ معلوماً ، ويصير ضرب أحدهما في الآخر ، أعني مربع ز هـ معلوماً ، فمربع ء هـ معلوم .

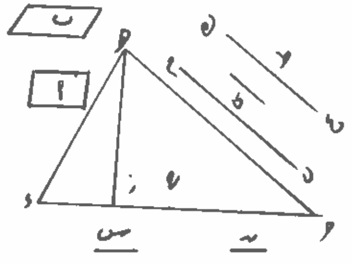
[ص ٦٦] [٣٤ ظ] | وإذ قد علمت التحليل كيف | هو ، **فتركيب ذلك** هو أن تنظر الشيء الذي به خرجت المسألة ، فإن كان لك من أول وهلة ، فعادله ، وارجع في الأشياء التي كانت قبله في التحليل ، واحداً واحداً ، إلى أن تنتهي إلى أول التحليل ، فيكون أولُ التحليل آخر التركيب ؛ وكأن التركيب هو التحليل مقلوباً . وإن لم يكن لك مذ أول وهلة ، فانظر لِما صار لك في التحليل معلوماً ، فإن كان بشيء موضوع لك في المسألة ، وإلا نظرت أيضاً بماذا علمت ذلك . ولا تزال حتى تنظر أي شيء كان لك معلوماً، فاستخرجت به شيئاً شيئاً ، ولا تزال تستخرج تلك الأشياء ، واحداً واحداً ،

إلى أن تنتهي إلى آخرها . فإذا انتهيت إلى الشيء الذي به خرجت المسألة واستخرجت ، قدِّم إقامة البرهان عليها : بأن تبتدىء بآخر ما عملته ، وهو ما كانت المسألة خرجت به في التحليل ، ثم اصعد في شيء شيء على الولاء : تأخذ ما قبل كل شيء ، إلى أن تنتهي إلى أول التحليل الذي هو آخر التركيب ، على توالٍ ونظام مخالف لتوالي التحليل ونظامه ، ولا تتخطَّى شيئاً .

مثال ذلك في هذه المسألة : إنما خرجت المسألة بخط ء ه الذي خرج بكل واحد من مربعي ز ه ، ز ء . وأما مربع ز ه فخرج بكل واحد من خطي ز ء ، حـ ز ؛ وكل واحد منهما خرج بخطي ء حـ ، حـ ح ، وكل واحد من هذين خرج بنسبة أحدهما الى الآخر ، وضرب أحدهما في الآخر ؛ فإنما خرج بأنه فضل ما بين مربعي حـ ز ، ز ء ، أعني حـ ه ، ه ء ، الذي هو أ . فهذا قد انتهى الى شيء في المسألة موضوع . وأما نسبة أحدهما إلى الآخر فخرجت بضرب ء حـ في حـ ح ، وهو لنا في المسألة ، وبضرب حـ ء في ه ز الذي [هو] ضرب حـ ه في ه ء ، وهو لنا في المسألة ، إذ هو سطح ب .

وباستيفاء تركيب وجمع بعضها الى بعض ، وغيرها من أعمال في التحليل ، فقد انتهيت الآن إلى الأشياء الموضوعة في المسألة ، فاستخرجت بها ما به خرجت المسألة . وليس يهنأ بالك إلا بأن تدرج من هذا الموضوع في المسألة ، اليها ، بتلك الوسائط على الولاء فتقول :

إن نسبة سطح أ إلى سطح ب ، إن جعلت كنسبة خط ما الى خط آخر ، أمكن ذلك ، وذلك ان نقدر أن نعمل مربعاً مثل سطح أ ، وهو مربع خط ط ك ، ومربعاً مثل سطح ب ، وهو مربع خط ل م . ونأخذ لخطي ط ك ، ل م خطاً ثالثاً ، وهو : له ، | [ص ٦٨] ولخطي ط ك ، له ثالثاً في النسبة ، وهو : س . ونجعل ط ع



شكل (٤٢)

أربعة أمثال س . ونأخذ بين خطي ك ع ، ط ك وسطاً في النسبة وهو ى . ونجعل نسبة ك ط إلى ى كنسبة سطح أ إلى سطح ما ، وليكن ذلك السطح هو مربع حـ ء . فَـ . ك ط أقل من ى ، فسطح أ أقل من مربع حـ ء . ولكن ضرب حـ ء في حـ ح مثل سطح أ . فأما أن تصير ذلك كذلك فسهل هين ، فأنا نصير نسبة ك ط إلى ى كنسبة سطح أ الى مربع حـ ء ، فذلك ممكن لأن مربع ط ك مثل سطح أ ، فإن أخذنا بين ط ك ، ى وسطاً في النسبة ، وهو ن ، صارت نسبة ط ك الى ن في القوة ، كنسبة ط ك الى ى . فيكون حـ ء هو ن . ونقسم الآن خط ح ء بنصفين على ز ، ونخرج عموداً ، ونعمل مربعاً مثل ضرب حـ ز في ز ء ، وهو مربع ه ز ، ونصل ه حـ ، ه ء .

فأقول : إنهما الخطان اللذان طلبا منا .

فمن ها هنا يستحق هذا العمل أن يسمى تركيباً | وسنذكر لِمَ ذلك فيما [٣٥ و] يستأنف : وهو أن تعكس الآن ما عملته في التحليل وتقلبه . فتقول من ها هنا : لأن ضرب ء حـ في حـ ح مثل سطح أ ، ونسبة ك ط إلى ى كنسبة سطح أ الى | مربع حـ ء ، تكون نسبة ضرب حـ ح في حـ ء إلى مربع حـ ء ، أعني نسبة [ص ٦٩] حـ ح الى حـ ء ، كنسبة ك ط إلى ى . ونسبة مربع ء حـ الى مربع حـ ح كنسبة ك ع الى ك ط ، لأن ى وسط بالنسبة بين ك ع ، ك ط . لكن ان فصلنا النسبة صارت نسبة ك ط الى ط ع كنسبة مربع حـ ح إلى سطح حـ ز في ز ء أربع مرات . فنسبة ك ط الى ربع ط ع كنسبة مربع حـ ح الى سطح حـ ز في ز ء ، أعني مربع ز ه . فنسبة مربع حـ ح الى مربع ز ه كنسبة ط ك الى ربع ط ع ، أعني س . لكن خط له وسط في النسبة بين ك ط ، س . فلذلك تكون نسبة ك ط إلى له كنسبة حـ ح إلى ه ز ، أعني نسبة ضرب حـ ء في حـ ح الى ضرب حـ ء في ز ه . فنسبة ضرب حـ ح في حـ ء الى ضرب ز ه في حـ ء كنسبة ك ط الى له . لكن ضرب حـ ح في ء حـ مثل سطح أ ، أعني مربع ك ط فإذن نسبة مربع ك ط الى ضرب حـ ء في ه ز

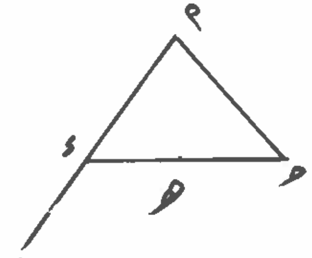
كنسبة ك ط الى له . ونسبة ك ط الى له كنسبة مربع ك ط الى مربع ل م . فنسبة مربع ك ط الى مربع ل م كنسبة مربع ك ط الى ضرب ح ء في
[ص ٧٠] ه ز . فضرب ح ء في ه ز مثل ا مربع ل م ، أعني سطح ب ، وضرب ح ء في ه ز مثل ضرب ح ه في ه ء ، لأن زاوية ه قائمة . إذ كان ضرب ح ز في ز ء مثل مربع ز ه . فإذن ضرب ح ه في ه ء مثل مربع ل م ، أعني سطح ب . وضرب ح ء في ح ع في فضل ما بين مربعي ح ز ، ز ء ، أعني فضل ما بين مربعي ح ه ، ه ء ، وهو مثل سطح أ . فإذن فضل ما بين مربعي ح ه ، ه ء مثل سطح أ ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح ب ، وذلك ما أردنا أن نبين .

فهذا هو طريق التركيب ، وهو السلوك في خلاف الطريق الذي سلكته في التحليل . ألا ترى أنك في التحليل بدأت من قولك أن فضل ما بين مربعي ه ح ، ه ء مثل سطح أ ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح ب . إلى أن انتهيت الى
[ص ٧١] أن نسبة ح ء الى ح ع ا معلومة ، وأن ضرب أحدهما في الآخر معلوم . وها هنا ، في التركيب ، بدأت بنسبة ح ء إلى ح ع ، وبضرب أحدهما في الآخر ، الى أن انتهيت الى أن فضل ما بين مربعي ه ء ، ه ع مثل سطح أ ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح ب - في خلاف ذلك الترتيب والنظام . فافهم الآن أمر التركيب من هذا العمل .

ولما كانت هذه المسألة غير محتاجة الى تحديد فقد خرجت بلا شريطة تستثنى بها . فأما لو كان غير ذلك لاحتاجت الى شريطة .

[٣٥ ظ] **مثال ذلك** : خط أ ب معلوم الوضع ، ونقطة ا ح معلومة . كيف تخرج من ح خطاً يقطع من خط أ ب ، مما يلي ب ، قطعة ، حتى تكون مثله؟

فنضع أن ذلك قد وجد ، على سبيل التحليل ، وان الخط ح ء ، حتى يكون ح ء مثل أ ء . فبين أنه إن وصل أ ح كان موضوعاً ، وكانت زاوية أ مثل



شكل (٤٣)

زاوية ح . وزاوية أ معلومة لأنها عند خطين موضوعين . فزاوية ح معلومة . فخط ح ء موضوع . ونقول ها هنا : لما كانت زاويتا ح ، أ متساويتين ، ومجموعهما أقل من قائمتين ، ينبغي أن تكون زاوية أ منهما أقل من قائمة . فينبغي أن يشترط ذلك .

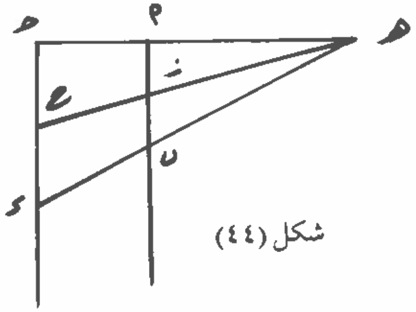
والتركيب في مثل هذه المسألة يكون هكذا :

نضع خط أ ب ونقطة أ ، ونقطة ح . ونريد أن نخرج خطاً يفصل ا مما [ص ٧٢]
يلي أ مثله ، من جهة ب عن أ ، فنصل أ ح . فإن كانت زاوية أ أقل من قائمة ، فأقول : إن المسألة تخرج .

برهان ذلك أنا نعمل على أ ح عند ح زاوية مثل زاوية ح أ ب ، وهي أ ح ه . فزاوية أ أقل من قائمة ، فزاوية ح التي هي مثلها أقل من قائمة ، فخطا ح ه ، أ ب يلتقيان من جهة ب . فليلتقيا على ء ، فأقول : إن ح ء مثل خط أ ء .

برهان ذلك أن زاوية ح مثل زاوية أ ، فخط أ ء مثل خط ء ح .

وينبغي أن تقول في إثر ذلك : فأقول : إن لم تكن زاوية ح أ ب أقل من قائمة ، لا تخرج المسألة . فإن أمكن فلنخرج من نقطة ح خطاً من جهة ب يفصل مثله ، وهو ح ء . فتكون زاوية ح مثل زاوية أ ، وهما أقل من قائمتين ، فزاوية أ أقل من قائمة . وقد كانت ليست أقل من قائمة ا ، هذا خلف . فإذن ليس [ص ٧٣]
يمكن أن تخرج هذه المسألة إذا وقع ذلك .



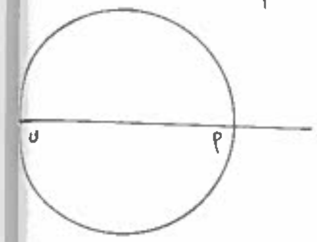
شكل (٤٤)

وأما المسائل السيالة فلها القسمان اللذان ذكرناهما . كأنك قلت في خطين متوازيين ، وهما أ ب ، ح ء ، وقد قطعهما خط ه أ ح : كيف نخرج خطاً يفصل الخطين على نسبة ح ه الى ه أ ؟

فنخرج هذا الخط ، على سبيل التحليل ، وهـو هـ ز ح . ـ وقد قلنا إن أمثال هذه المسائل إذا وضعت ، لم تنتهِ إلى شيء معلوم ـ فتكون نسبة حـ ح إلى ا ز كنسبة حـ هـ إلى هـ ا . وهذا هو كذلك .

فنقول في التركيب : نعلم على خط ا ب نقطة ، كيفما وقعت ، وهي ز ، ونخرج هـ ز ح ، فتصير نسبة حـ ح إلى ا ز كنسبة حـ هـ إلى هـ ا .

وينبغي حينئذ أن تقول : وأقول إن ذلك يمرُّ بلا نهاية . برهان ذلك انا نعلم نقطة أخرى ، وهي ب ، ونخرج خط هـ ب ء ، فتكون نسبة حـ ء إلى ا ب كنسبة حـ هـ إلى هـ ا . هكذا يعمل في سائر النقط التي تعلَّم .

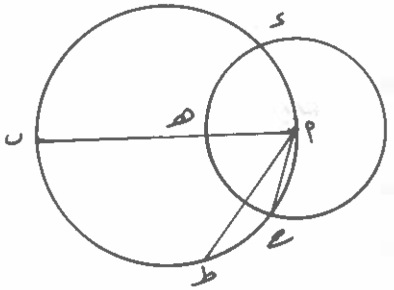


شكل (٤٥)

[ص ٧٤] | **والقسم الآخر هو الذي تكون فيه المسائل سيالة وتحتاج الى استثناء** ، كقولك : دائرة معلومة ، وهي ا ب ، ونقطة حـ خارجها ، ونريد أن نخرج من حـ خطًّا يقطع الدائرة ، فيكون ضرب الخط فيما يقع منه خارج
[٣٦ و] الدائرة | مثل سطح معلوم .

فهذا يحتاج أن يستثنى فيه : بأن يكون السطح المعلوم مثل مربع الخط الخارج من النقطة مماساً للدائرة المفروضة ، فيقال في آخر التحليل كما قيل في الشكل الذي قبل هذا الشكل بشكل : إن هذه الشريطة ينبغي أن توجد في هذه المسألة . ثم يقال في التركيب : إن ذلك يحتاج أن يشترط . وتركب المسألة على أن الشريطة موجودة . ثم يقال : وأقول إنه إن لم يكن ذلك كذلك ، لم يتهيأ خروج المسألة . فإن أمكن ، فلتكن الشريطة غير موجودة ، ولتوجد المسألة على ما طلب ، ثم يساق ذلك إلى المحال ، كما فُعل في الشكل الذي قبل هذا الشكل . فهذا باب التركيب والاستثناء فيه .

[ص ٧٥] | **وأما عدد المرار التي بحسبها تخرج المسألة** ، فإنا نقول فيه هذا القول : لتكن دائر



شكل (٤٦)

ا ب معلومة ، على قطر ا ب ، وخط حـ معلوماً . وهو أقل من ا ب . نريد أن نخرج من ا خطاً يكون مساوياً له وفي هذه الدائرة . فننزل أن ذلك قد وقع ، وهـو ا ء ـ وليس ينبغي أن تترك في التحليل وضعاً من الأوضاع التي يمكن أن تخرج بها المسألة . فتخرج ء ا في الجهتين جميعاً ، ثم تقول ـ فلأن ا ء مثل حـ ، إن نحن جعلنا ا هـ من خط ا ب مثل حـ ، كانت نقطة هـ معلومة ، لأن حـ معلوم ، وكان خط ا هـ مثل خط ا ء . فالدائرة التي ترسم على مركز ا وببعد ا هـ تجوز على ء وتكون معلومة الوضع . فلتكن دائرة هـ ز فقد تقاطعت هاتان الدائرتان على نقطة ء ، فهي معلومة .

وقد وضح لنا من التحليل أن نقطتين تكونان على هذه الجهة ، معلومتي الوضع ، فنقول في التركيب هكذا:

| نفصل من خط ا ب مثل حـ ، وهو ا هـ ، ونجعل نقطة ا مركزاً ، [ص ٧٦]
وندير ببعد ا هـ دائرة ، ولتقطع دائرة ا ب على ء ، ونصل ا ء ، فأقول : اني قد عملت ما طلب .

برهان ذلك ان ا ء مثل ا هـ ، ا هـ مثل حـ ، فـ . ا ء مثل حـ ، وذلك ما أردنا أن نبين .

ثم أقول : وأقول إنه يمكن أن يخرج على هذه الصفة خط آخر . برهان ذلك أنا نجعل هذه الدائرة تقطع ا ب في موضع آخر ، وهو ح ، ونصل ا ح ، ونبين أن ا ح مثل حـ ، بذلك الطريق الذي ركبت به المسألة بعينه .

وقد يكون في بعض المسائل ، بين المرار التي تخرج بها المسألة . خلاف ، بأن
يكون في بعض المرار ، يخرج ما يخرج بتفصيل نسبة ، ويخرج المرة الأخرى بتركيب
نسبة ، وفي بعض المرار بفضل ما بين خطين ، وفي المرة الأخرى بمجموعهما . ويكون
[٣٦ ظ] في بعض المرار ممكناً أن يوجد شريطة | وبعضها بغير شريطة . | فينبغي أن نميز
[ص ٧٧] ذلك ونقسمه ، ونجعل لكل قسم شكلاً نبين فيه ما يلزمه ، كما فعلنا في أمر الدائرة
التي تماس خطاً ، ويفصل منها خطّان قطعتين شبيهتين بقطعتين مفروضتين . وذلك
موجود فيما عملناه في الدوائر المتماسّة .

وإن كانت المسألة تخرج أكثر من مرتين ، لم نزل نعملها مرة بعد مرة الى أن نأتي على آخرها ، ثم نقول : وأقول : إنه لا يمكن أن تعمل المسألة أكثر من هذه المرار . كأنك قلت في هذه المسألة : لا يمكن أن يخرج هذا الخط أكثر من مرتين ، كخطي أ ء ، أ ح . فإن أمكن فليخرج خط آخر . ولا تزال تعمل في ذلك ، كما عملت في تحليل المسألة ، الى أن تنتهي الى الشيء الذي أوجب خروج المسألة ، وهو وجود دائرة ه ز .

فبينٌ أنه لا يمكن أن يكون على تلك الجهة التي وضعت ، من بعد فراغك من جميع المرار ، كأنك تقول : فإن أمكن ، فليكن الخط الآخر الذي يجوز أن يوجد خط أ ط . وقد كان أ ه مثل ح . فَـ. ا ط مثل أ ه فالدائرة التي ترسم على مركز أ ، وببعد أ ه تجوز على نقطة ط . ولكنها قد جازت على نقطتي ء ، ح ، فقد قطعت دائرة دائرةً على ثلاثة مواضع . وهذا محال . فإذن ليس يمكن أن يعمل خط ثالث .

[ص ٧٨] فهذه المطالب هي التي ينبغي أن يبحث عنها في كل مسألة | ، بلا زيادة ولا
نقصان .

أما الطريق الذي يسميه المهندسون تحليلاً ، فقد أومأنا اليه ، وأتينا بمثالات عليه ، وكررنا القول فيه مراراً وقد ينبغي أن يعلم أن بعضاً يطعن على هذا الطريق

ويقول : أنهّم اذا ركبوا ظهر في التركيب ما لم يكن له في التحليل ذكر ، بل إنما سبيل التحليل والتركيب أن يكون الكلام فيهما واحداً لا خلاف فيه ، وإن الخلاف بين التحليل والتركيب إنما هو في الترتيب فقط ، فإن هذا كأنه ذاك معلوماً . ومن يقل هذا القول لا يفهم طريق التحليل الذي يستعمله المهندسون ، ولا يفهم كيف مذهبهم في التحليل . ولو حصل ذلك لما وجد خلاف فيه . إلا أنهم يختصرون التحليل ، لأنه ليس يدرك غرض السائل ، وإنما هو طريق يتصيدون به المطلوب ، لا الفهم ؛ فأما التركيب فبه يستوفي السائل الجواب ، ولذلك يحتاج الى شرح ، وإلا فلو وفوا التحليل حقه من الشرح ، لما وجد أحد خلافاً بين تحليلهم وتركيبهم ، في لفظ ولا معنى ، إلا في الترتيب فقط . والذين يدعون على المهندسين هذا الضرب من التقصير في التحليل والتركيب يقولون إنهم يجدون المهندسين يخطون في التركيب خطوطاً ، ويعملون أعمالاً لم تكن مخطوطة في التحليل ، ويقولون [إنهم] يجدون تركيب المهندسين أضعاف تحليلهم في كثير من المسائل .

| فيقال لهؤلاء إن جُلَّ ما ينكرون إنما هو من سوء التدبير لما يفعله [ص ٧٩]
المهندسون ، ومن عادة أيضاً للمهندسين في الاختصار . أما رسمهم خطوطاً لم تكن
في التحليل ، فليس هو مما يقع فيه خلاف بين التحليل والتركيب . كأني أقول إنه إذا
انتهى بهم التحليل الى أن يكون مثلث ما معلوم الصورة ، لأن زواياه معلومة ، وليس
هو في التحليل على خط معلوم القدر ، إلا أنهم يستخرجون | بنسب أضلاعه ، [٣٧ و]
بعضها الى بعض ، شيئاً به تخرج المسألة ، فهل لهم في التركيب بُدٌّ من وضع مثلث
تكون زواياه مثل تلك الزوايا المعلومة ، حتى تخرج لهم النسبة من أضلاعه ، ويعملوا
منها ما به خرجت المسألة؟ وهل يمكنهم ، وليس الخط الذي كان عليه ذلك المثلث في
التحليل معلوماً ، أن يرسموا هذا المثلث في التركيب على ذلك الخط ، وليس موجوداً
لهم ؟ أفليس تدعو الضرورة إلى أن يخطوا خطاً ما آخر ، لم يكن في التحليل ، ويعملوا
عليه مثلثاً تكون زواياه مساوية لزوايا المثلث التي كانت معلومة ؟ وإذا تفقدت هذا لم
نجدهم أخذوا غير ما كان في التحليل : ذلك أنهم ، وإن كانوا خطوا مثلثاً آخر ، وعليه

حروف غير تلك الحروف وعلامات غير تلك العلامات ، فلم يستعملوا نسبة بين أضلاعه ، مخالفة للنسبة التي كانت بين أضلاع المثلث الذي كان في التحليل ، بل تلك [ص ٨٠] النسبة هي هذه النسبة بعينها . فهم وإن كانوا | أخذوا النسبة في غير تلك المقادير ، فإنهم لم يتجاوزوها ، ولم يأخذوا بنسبة تخالفها . وكل ما يجري من هذا الجنس فهو أمثال ما ذكرناه .

وأيضاً فإنهم إذا حللوا المسألة اختصروا العمل . ولو أراد الإنسان أن يعلم أنه لا خلاف بين تحليلهم وتركيبهم ، وإنما السبب في ما يظن من الخلاف ، بعدما ذكرناه ، إنما هو من قبيل الاختصار والإضمار في القول لما يتمّ به التحليل ، ويوافق به التركيب ، لأمكنه ذلك : بأن يسألهم ، في كل شيء يقولون في التحليل فيه إنه معلوم ، لِمَ صار معلوماً ، ويطالبهم بأن يشيروا إلى ذلك المعلوم ، ولا يستعملوه على سبيل الإضمار ، فإنه كان حينئذ لا يجد بين التركيب والتحليل كبير خلاف ، لسبب سأشرحه ، إذا فعل فيه ما أقوله ، لم يبقَ خلاف البتة .

مثال ذلك في المسألة التي حللناها ، وهي كيف تعمل خطين يكون فضل ما بين مربعيهما مثل سطح معلوم ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح معلوم : عملنا في تحليلها أعمالاً لم تخرج عن الإشارة الى مثلث ء ح ه وخطوط ح ز ، ز ء ، ح ح ، ح ء ، وسطحي ا ، ب . ثم عملنا في التركيب خطوطاً كثيرة ، وتكلمنا بكلام أطول وأكثر مما كان في التحليل ، مما لم يمر في التحليل كثير شيء منه . هذا على ظاهر الأمر ، وإذا أنت تبينته ، لم تجد التحليل خالياً من شيء مما في التركيب [ص ٨١] | فإنه فيه مضمر . فإنا قلنا في التحليل : فنسبة ضرب ح ء في ه ز ، إلى ضرب ح ح في ح ء ، معلومة . فقولنا في هذه النسبة انها معلومة ، لو طولبنا بتفسيره لقلنا إن المعلوم هو الذي يمكن أن يوجد مثله ؛ وقد كنا عند ذلك ، حينئذ ، نطالب بأن نحضر مقدارين فيهما هذه النسبة . لكن لما كان في التحليل إنما الغرض علم الشيء الذي به تخرج المسألة ، لم نحتج إلى الإشارة الى مقدارين فيهما هذه النسبة . وأما في التركيب ، فلما كنا هناك نحتاج إلى إقامة البرهان ، وإلى استخراج شيء من هذه

المقادير بشيء آخر ، وشيء من النسب ، بشيء آخر ، لم يكن بُدٌّ من الإشارة الى المقادير التي توجد فيها هذه النسبة ، فاستخرجنا | هناك المقدارين اللذين هذه النسبة [٣٧ ظ] فيهما ، وهما ضلعا السطحين المربعين اللذين أحدهما مثل سطح ب والآخر مثل سطح ا . وأخذنا في التركيب خطي ل م ، ط ك ، ولو طولبنا في التحليل بالإشارة الى نسبة ضرب ح ء في ه ز الى ضرب ح ء في ح ح ، لم يكن لنا معدل عن مربعي خطي ل م ، ط ك ، اللذين وجدناهما في التركيب . فلهذا وشبهه تكون في التركيب خطوط لم تكن في التحليل .

وأما الكلام فيكثر ، لأنه في التحليل كان يقال : فنسبة كذا إلى كذا معلومة ، وفي التركيب كان يحتاج الى استخراج مقدارين للنسبة ، ويقال في استخراجهما : نفعل كذا ونصنع كذا ، مما يخرج به | أحدهما ، ونفعل كذا ونصنع كذا ، مما يخرج [ص ٨٢] به الآخر . وفي التحليل كان البدل من ذلك أن يقال إن النسبة معلومة . وذلك أنه ليس كل ما كان في التحليل بيناً أنه معلوم : هو شيء من مفروضات المسألة ، بل أكثره إنما يكون معلوماً بأن يستخرج .

مثال ذلك : إذا قلنا في خطين من مفروضات المسألة « إنهما معلومان ، فالفضل بينهما معلوم » ، أليس نكون قد صدقنا؟ أوليس إذا أردنا أن نركب نحتاج أن نفصل من أحدهما مثل الآخر ، ونشير الى الفضل بينهما ونقول إنه خط كذا ، فلذلك ندخل من الكلام في قسمة الخط الأطول ، والفصل منه مثل الأقصر ، والإشارة الى الخط الثاني ، والقول بأنه الفضل بين الخطين ـ كلام أكثر من الكلام الذي قيل عنه : والفضل بينهما معلوم . فهذه الأشياء وما أشبهها هي التي بسببها يقع ما ينكره المنكرون .

ونحن نأتي بتحليل المسألة التي ذكرناها قبيل ، على جهة الشرح ، حتى لا يبقى خلاف فيما بين التحليل والتركيب ، إلاّ اليسير ؛ ثم نقول ما السبب في ذلك اليسير ، وكيف يزول ، حتى لا يبقى بين التحليل والتركيب خلاف . فنبتدىء بالتحليل من ها هنا ونقول :

لنضع أننا استخرجنا الخطين اللذين نريد أن يكونا على تلك الصفة ، وهما خطا
جـ هـ ، هـ د ، على أنهما يحيطان بزاوية قائمة . فإن وصل جـ د ، وأخرج
[ص ٨٣] العمود عليه ، وهو هـ ز ، كان فضل ما بين | مربعي جـ هـ ، هـ د ، أعني
سطح أ ، مثل فضل ما بين مربعي جـ ز ، ز د ، أعني ضرب جـ د في
الفضل بين جـ ز ، ز د ، وليكن ذلك الفضل جـ ح . فضرب جـ د في جـ ح
مثل سطح أ . لكن ضرب جـ هـ في هـ د مثل سطح ب ، ومثل ضرب جـ د في
هـ ز . فإن ضرب جـ د في هـ ز مثل سطح ب . فلذلك تكون نسبة ضرب
[جـ د في جـ ح الى ضرب] جـ د في هـ ز - نقول ها هنا بدل ما كنا نقول في ذلك
التحليل « معلومة » - كنسبة سطح أ الى ب . ولكن نسبة ضرب جـ ح في جـ د
الى ضرب هـ ز في جـ د كنسبة جـ ح الى هـ ز . فنسبة جـ ح الى هـ ز كنسبة
أ الى ب . فإن نحن عملنا مربعاً مثل سطح أ ، وهو مربع ط ك ، ومربعا
مثل سطح ب ، وهو مربع ل م ، كانت نسبة جـ ح الى هـ ز كنسبة مربع
ك ط إلى مربع ل م . وإن نحن جعلنا ن ثالثاً لخطي ك ط ، ل م في
النسبة ، كانت نسبة مربع ك ط الى مربع ل م كنسبة ط ك الى ن . فنسبة
جـ ح الى هـ ز كنسبة ط ك الى ن . وإن نحن أخذنا خط س ثالثاً لخطي
ك ط ، ن ، صارت نسبة مربع جـ ح إلى مربع هـ ز مثل نسبة ط ك الى
[ص ٨٤] س . فهذا بدل من قولنا : نسبة مربع جـ ح الى مربع هـ ز | معلومة ، لأنا قد
[٣٨ و] أشرنا ها هنا الى المقدارين اللذين لهما هذه | النسبة ، وهما معلومان . ومربع هـ ز
مثل ضرب جـ ز في ز د . فنسبة مربع جـ ح الى ضرب جـ ز في ز د مثل
نسبة ك ط الى س ، ونسبة مربع جـ ح الى ضرب جـ ز في ز د : أربعة
مرات كنسبة ط ك إلى أربعة أضعاف س ، وليكن ط ع . فإذا جمعنا صارت نسبة
مربع جـ ح الى مربع جـ د كنسبة ط ك الى ك ع . وإن نحن أخذنا خطاً
وسطاً بين ك ع ، ط ع ، وهو ى ، صارت نسبة جـ ح الى جـ د كنسبة
ط ك إلى ى - وهذا بدلاً من قولنا : نسبة جـ ح الى د جـ معلومة ، وذلك أنا ها
هنا قد أشرنا الى النسبة المعلومة في مقدارين بأعيانها . لكن نسبة جـ ح الى جـ د

كنسبة ضرب جـ ح في جـ د الى مربع جـ د . فنسبة ضرب جـ ح في جـ د الى
مربع جـ د كنسبة ط ك إلى ى . وضرب جـ ح في جـ د مثل سطح ب ، أعني
مربع ط ك . فإذن نسبة ط ك إلى ى كنسبة مربع ط ك الى مربع جـ د .
لكن إن أخذنا وسطاً في النسبة بين ط ك و ى ، وهو ف ، كانت نسبة مربع ط ك إلى
مربع ف كنسبة ط ك إلى ى . فأذن جـ د مثل ف .
[ص ٨٥] وضرب جـ د في جـ ح مثل ب ، ز يقسم ح د بنصفين ، | د هـ عمود ،
ومربعه مثل ضرب جـ د في ز د . وقد وُصل خطًّا جـ د ، هـ د . وكل هذه
الأشياء ممكن أن تعمل .

فعلى هذه الجهة ينبغي أن تكون مطالبة المهندسين بأن يجري تحليلهم . وليس
يمكن المهندس أن يركب تركيبه في هذه المسألة الا بعد أن يعمل أشياء ويستخرج هذه
الخطوط . **فيكون التركيب الآن ، من ها هنا ، على هذه الجهة** :

نعمل مربعاً مثل سطح أ ، وهو مربع ط ك ، ومربعاً مثل سطح ب ،
وهو مربع ل م ، ونأخذ لخطي ط ك ، ل م ثالثاً في النسبة ، وهو ن ،
ولخطي ط ك ، ن ثالثاً في النسبة ، وهو س ، ونجعل ط ع أربعة أمثال س .
ونأخذ بين خطي ك ع ، ك ط وسطاً في النسبة ، وهو ى ، ونجعل نسبة ك ط
إلى ى كنسبة سطح أ الى سطح ما ، وليكن ذلك السطح هو مربع جـ د . ثم نتبع
ذلك بسائر تركيب المسألة الذي عملناه عقب تحليلها ، حرفاً حرفاً . فإذا ركبت المسألة
على هذه الجهة ، فلن يقدر أحد أن يقول : أن في التركيب خطًا ليس في التحليل
مثله . إلا أن لقائل أن يقول : أنا قد رأينا الكلام في التركيب غير الكلام في التركيبات
الصحيحة ، لأن سبيل التركيب أن يكون الكلام فيه هو الكلام في التحليل ، الا أنه
[ص ٨٦] مقلوب . ولعمري إن في | بعض التركيب بعض ما في التحليل مقلوباً ، وفيه زيادة .
وذلك أن هذا الذي اقتصصناه ها هنا من صدر التركيب ، لم يكن لنا في التحليل منه
شيء ، بوجه ولا سبب ، لا على ترتيب هذا الكلام ، ولا على خلاف ترتيبه . أو إن
كان ذلك يوجد في التحليل ، فليس يوجد منتظماً ، كانتظامه ها هنا : شيئاً بعد شيء .

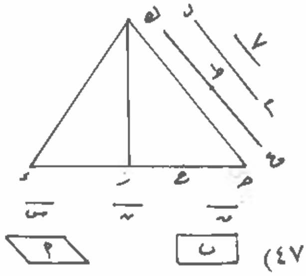
لكن قد يمرُّ في التحليل عمل بعض هذه الخطوط ، واستخراجها ، ثم بعد ذلك كلام ، ثم يمرُّ استخراج بعضها ، ثم يمرُّ بعده كلام . وهكذا يجري الى آخر العمل . فأما ها هنا : ففي صدر التحليل أعمال متصلة ، ليس بين عملين منها كلام ولا حكم ، فما السبب في ذلك؟

[٣٨ ظ] فنقول إن مبدأ التركيب على | الحقيقة هو من عند الموضع الذي يقال فيه : فأقول إني قد وجدت ما طلبت مني ، وهو كذا وكذا ، الى آخر الشكل . فإذا نظرت في ذلك لم تجد خلافاً بين التركيب من ها هنا ، وبين التحليل ، إلا أن يسبق إلى ظنك شيء ليس له حقيقة ، وهو أنا في التحليل نقـول ، في إثـر كل شيء يوجبـه من أمر المسألة : فإن نحن عملنا كذا وكذا . وأما في التركيب الذي يكون على هذه الصفة التي قلتها ، ومن الموضع الذي قلت إن سبيله الابتداء به قبيل ، فليس فيه عمل شيء . فينبغي أن تعلم أن هذا الخلاف إنما هو في الظن ، وأما في الحقيقـة فإنـا في التحليل نقول : فإن عملنا كذا وكذا ـ ما تخرج به الخطوط أو النسب أو غير ذلك مما يؤدي الى [ص ٨٧] خروج المسألة . | وأما في التركيب فنقول بدلاً من ذلك فيما قد تقدمنا فعملناه كذا وكذا على سبيل كذا وكذا .

مثال ذلك في التحليل نقول : فإن نحن جعلنا نسبة أ الى ﺣ كنسبة ب الى د وجدنا د . ونقول في التركيب الذي يكون على الصفة التي قلت : فلأن نسبة أ الى ﺣ كنسبة ب الى د ، لأنها عملت كذلك . فهذا هو السبب في ما قلته .

فإن قال قائل : إن التركيب إذا ابتُدىء به من هذا الموضع ، لم يجد الانسان في المسألة : الخطوط ولا الأشياء التي بها ينظم البرهان على وجود المسألة ـ فلذلك جواب سيأتي .

وأما إذا انتهى الكلام بنا الى هذا الموضع فنقول : كيف ينبغي أن تحلل المسألة وتركب ، حتى لا يقع بين تحليلها وتركيبها خلاف . ونجعـل مثالنـا في تلك المسألـة بعينها :



شكل (٤٧)

فليكن سطح أ مفروضاً، ونريد أن نجد خطين يكون فضل ما بين مربعيهما مثل سطح أ ، وضرب أحدهما في الآخر مثل سطح ب .

فنعمل على أن خطي ه ﺣ ، ه د ، اللذين يحيطان بزاوية قائمـة ، هما الخطان اللذان يعملان ذلك . فإن نحن أخرجنا ﺣ د وعمـود ه ز ، وجعلنـا ح ز مثل ز د ، صار فضل ما بين مربعي ﺣ ه ، ه د مثل ضرب ﺣ د في ﺣ ح . فسطح أ مثل ضرب ﺣ ح في ﺣ د . وكذلك أيضاً ضرب ﺣ د في ه ز مثل سطح ب . فإذن نسبـة ضرب ﺣ ح في ﺣ د الى ضرب ﺣ د في ه ز د مثل نسبة أ الى ب . ولكنها كنسبة ﺣ ح الى ه ز ، فنسبة ﺣ ح الى ه ز كنسبة أ الى ب . فإن نحن عملنا مربعاً مثل سطح أ ، ومربعاً مثل سطح ب ، وهما مربعا خطَّي ك ط ، ل م صارت نسبة مربع ك ط الى مربع ل م كنسبة ﺣ ح الى ه ز . لكن نسبة مربع ك ط الى مربع ل م كنسبة ك ط الى الخط الثالث لِـ . ك ط ، ل م . فليكن ذلك الخط ﻧ . فنسبة ك ط الى ﻧ كنسبة ﺣ ح الى ه ز . وكذلك إن جعلنا نسبة ط ك الى ﻧ كنسبة ﻧ الى س كانت نسبة ك ط الى س كنسبة مربع ﺣ ح الى مربع ه ز ، أعني ضرب ﺣ ز في ز د . وإن نحن جعلنا أربعة أضعاف س هو ط ﻋ ، كانت نسبة ط ك الى ط ﻋ كنسبة مربـع ﺣ ح الى ضرب ﺣ ز في ز د ، أربـع مرات . وإن جمعنا ، صارت نسبة ك ط الى ك ﻋ كنسبة مربع ﺣ ح الى مربع ﺣ د . وإن نحن أخذنا وسطاً في النسبة بين ﻋ ك ، ك ط ، وهو ى صارت نسبة ﺣ ح الى ﺣ د كنسبة ك ط الى ى ، وكنسبة ضرب ﺣ ح في ﺣ د الى مربع ﺣ د . لكن ضرب | ﺣ ح في ﺣ د مثل سطح أ ، أعني مربع ك ط . فنسبة مربع [ص ٨٩] [٣٩ و] ك ط الى مربع ﺣ د ، كنسبة مربع ك ط الى مربع ى . فإن نحن أخذنا وسطا في النسبة بين ك ط ، ى ، وهو ں ، صارت نسبة ك ط الى ں في القوة ،

كنسبة ك ط إلى ى ، أعني كنسبة ك ط في القوة إلى حـ ء في القوة . فإذن ٮ مثل حـ ء . وَ . حـ ء لم يكن لنا ، وَ . ٮ فهو لنا . فإذن يوجد مثل ٮ ، فقد وجد حـ ء . لكن ضرب حـ ء في حـ ح مثل ا . فلذلك يوجد خط حـ ح . وقد قسم الباقي ، وهو ح ء بنصفين على نقطة ز . وخرج من نقطة ز عمود ه ز ، فصار ضرب حـ ز في ز ء مثل مربع ز ه ، ووصل خطًّا ه حـ ، ه ء . فهذه الأشياء توجد هذه الخطوط التي هي حدود المقدمات التي نتج منها ما نريده .

فنركب ذلك هكذا: خطوط ط ك ، ل م ، لہ ، س ، ہع ط ، ٮ ، حـ ح ، حـ ء ، ح ء ، ز ء ، ز ه ، ه حـ ، ه ء . قد كنا استخرجنا بعضها ببعض في التحليل ، فقد اكسبتنا المقدمات لهذا المطلوب .

[ص ٩٠] | أو نقول : ان خط حـ ء وخط حـ ح مستخرجان في التحليل . نقسم ح ء
بنصفين على ز ونخرج عمود ز ه . ونجعل مربعه مثل ضرب ز ء في
حـ ز ، ونصل ه حـ ، ه ء . فأقول إن خطي ه حـ ، ه ء يفعلان ما
قصدنا له .

برهان ذلك : إن خط ٮ في النسبة وسط بين ط ك ، ى . وخط حـ ء
مثله ، فهو وسط بينهما . فنسبة مربع ط ك الى مربع ٮ ، أعني حـ ء ، كنسبة
ك ط الى ى . ومربع ك ط مثل ضرب حـ ح في ء حـ . فنسبة ضرب حـ ح في
ء حـ إلى مربع حـ ء كنسبة ك ط الى ى . وذلك كنسبة حـ ح إلى حـ ء .
فنسبة مربع حـ ح الى مربع حـ ء كنسبة ك ط الى ك ہع . فتصير نسبة ك ط
الى ط ہع كنسبة مربع حـ ح الى ضرب حـ ز في ز ء أربع مرات . فنسبة مربع
حـ ح الى ضرب حـ ز في ز ء كنسبة ط ك إلى س . وضرب حـ ز في ز ء
[ص ٩١] مثل | مربع ه ز . فنسبة مربع حـ ح الى مربع ز ه كنسبة ك ط الى س .
فنسبة حـ ح الى ز ه كنسبة ك ط الى لہ . فنسبة ضرب حـ ء في حـ ح الى

ضرب حـ ء في ز ه كنسبة ك ط الى لہ . لكن ل م وسط في النسبة بين ك ط ، لہ . فنسبة مربع ك ط الى مربع ل م كنسبة سطح حـ ء في حـ ح الى سطح حـ ء في حـ ح ، مثل مربع ك ط . فسطح حـ ء في ه ز مثل مربع ل م . لكن فضل ما بين مربعي حـ ه ، ه ء مثل ضرب حـ ء في حـ ح ، الذي هو مربع ك ط ، أعني سطح ا . وضرب حـ ء في ه ز ، أعني مربع ل م الذي هو مثل سطح ب ، مثل ضرب حـ ه في ه ء . فقد وجدنا ما أردنا .

فليس يقدر أحد أن يوجد خلافاً بين هذا التحليل والتركيب بزيادة أو نقصان .

فأما ما استعملناه ها هنا من هذا التركيب الآخر والتحليل الذي قبله ، من أن
قلنا في التركيب : فنضع سائر خطوط ط ك ، ل م ، لہ ، س ، ى | [٣٩ ظ]
ط ہع ، ٮ وغيرها ، مستخرجاً كما استخرج في التحليل ، فهو بيّنٌ أنه يخالف
عادة المهندسين . إلا أنه إذا نظرت في أمره نظراً حقيقياً ، لم تجدنا تخطَّأنا فيه حق
التحليل والتركيب . وذلك أن التحليل التماس وجود المقدمات التي ينتج منها
المطلوب ، على أن يكون فيها حد أوسط يبين أن المحلل إذا انتهى الى غايته في | [ص ٩٢]
التحليل ، فقد وجد بالتحليل المقدمات ، وعمل ما يسميه أرسطوطاليس في كتاب
أنالوطيقا اكتساب المقدمات . وإذا وجد في التحليل المقدمات ، فحدودها لا محالة
عنده موجودة معلومة مشار اليها . ففي التحليل ينبغي أن تذكر الحدود ويشار اليها .

وأما التركيب فليس فيه استخراج الحدود ولا المقدمات ، وإنما فيه تأليف تلك المقدمات التي وجدت في التحليل . وحمل الحدود بعضها على بعض . فإذن عند التركيب إنما ينبغي أن تقرٌ ما كان استنبط واكتسب في التحليل من حدود المقدمات التي منها يؤلف القياس الذي ينتج المطلوب ، وتعمل على أنها موجودة غير مفقودة ، وتقتصر في التركيب على نظام القياس فقط ، وتنتج منه النتيجة . إلا أن هذا إنما يعمل عند التحليل الصحيح الذي أومأنا اليه قبيل ، لا عند التحليل الذي جرت عادة المهندسين

باستعماله ، مضمراً فيه أمر الحدود ، غير موجود فيه شيء منها . والحدود في قضايا الهندسة هي التي يستعملها المهندسون : من الخط الفلاني ، والسطح الفلاني ، وغير ذلك ، ويحملون بعضها على بعض .

فأما التحليل الذي يستعمله المهندسون ، فليس فيه تصريح بشيء اكتسب ، ولا إيماء اليه ، ولا ذكر حدود المقدمات بأعيان الحدود ، وإنما أكثره مضمر غير ظاهر . وليس هكذا تكتسب المقدمات .

[ص ٩٣] أما الطريق الذي يستعمله المهندسون ، وما يطعن عليهم فيه | وما في الطعن
من باطل ، وما فعل المهندسون مما فيه اختصار ، وما ينبغي أن يجري عليه الأمر في
شرح اختصارهم وتلافيه ، فقد قلنا فيه قولاً كافياً . وإنما أتينا بذلك لئلا نكون قد
تركنا من تمام هذا العرض في الكتاب ما لم نذكره .

وأما صحة هذا القول ، والتمييز بين التحليل الذي أشرنا اليه ، وبين تحليل المهندسين الذي يضمرون فيه الحدود ، والمقدمات ، فليس مما يحتاج المتعلمون اليه ، وإنما يحتاج اليه من سواهم . وحسب المتعلمين أن يفهموا ما يجري عليه التحليل عند المهندسين .

وأما هذا الطريق فليس يصلح لهم ، لأنه لا يعلم المتعلم معنى قولنا في
التركيب : « نقرُّ سائر الأشياء التي تكتسب في التحليل على حالها » . وأقول أني قد
وجدت ما أردت . برهان ذلك كذا وكذا . ولا يتصورون في التركيب أن تلك الأشياء
باقية . والأصلح لهم أن يجروا على عادة المهندسين ، ما داموا مبتدئين ، حتى يفهموا
تحليلهم وتركيبهم حسناً ، ثم يرومون أن يثبتوا ما قلناه ويتأملوه . إلاّ أنه ليس ينبغي أن
يبلغ بالمتعلم التواني الى ما بلغ اليه بالمهندسين في عصرنا ، من التقصير في التحليل
[ص ٩٤] والتركيب الذي جرت به | العادة .

تمت الرسالة بعونه تعالى وحسن توفيقه .

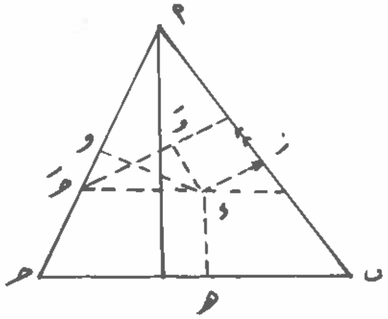
التعليقات

(١) خروج المسألة يعني حلها ، وخروجها مرة أو مراراً هو ما نسميه مجموعة الحل .

(٢) المهندس بلغة المؤلف هو العالم في هندسة اقليدس . والتحليل يعني البحث عن الحل ، غالباً بفرض المسألة محلولة ثم استنتاج علاقات متتابعة تفضي الى وضع حلٍّ لها . فإذا تم ذلك يأتي التركيب ، وهو تتبع هذه العلاقات رجوعاً إلى أن يتم المطلوب . ويظهر من النص أن الفرق بين التحليل والتركيب كان سؤالاً مطروحاً في أيام المؤلف .

(٣) يبدو من هذا النص أن موضوع التحليل والتركيب لم يكن موضوعاً مطروقاً في عهد المؤلف .

(٤) حتى وقت قريب كانت هذه المسألة مما لا يخلو منه كتاب في الهندسة المستوية . فإذا كان ا ب حـ (أنظر الشكل) مثلث متساوي الأضلاع (وإذن فالأعمدة النازلة من رؤوسه على القواعد المقابلة لها متساوية) وكانت د نقطة داخله ، د هـ ، د و ، د ز أعمدة نازلة منها على أضلاعه ، كان مجموع هذه الأعمدة مساوياً لارتفاع المثلث ، ا ع .
والخطوط المنقطة والموجهة تشير الى طريقة للبرهان بأثبات تطابق المثلثين و د حـَ ، وَ دَ حـَ



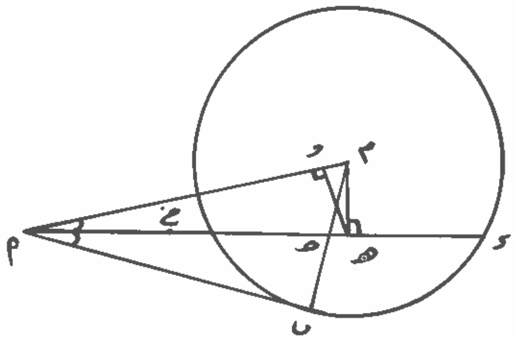
شكل (٤٨)

(٥) خلاصة قول المؤلف ان مسائل الهندسة ثلاثة أنواع : واحد برهاني يطلب فيه اثبات حقيقة تطرح ، وهذا ما لا يهم المؤلف هنا ، واثنان انشائيان ، وهما موضوع اهتمامه في هذا الكتاب : احدهما يطلب فيه انشاء شكل بصفات معينة ، والثاني يعطى فيه شكل ويطلب استنتاج نتائج تعرف ببعض أجزاء هذا الشكل ، كالأبعاد أو المساحة .

(٦) المفروضات هي ما نسميه اليوم المعطيات، والشرائط المستوفاة تقابل ما يسمى اليوم بالشروط اللازمة والكافية .

(٧) المسألة المحال هي المستحيلة الحل .

(٨) هذه مسألة طريفة ذات شقين : فالشق الأول يقيِّد الزاوية ويقتضي أن يكون الخط المطلوب بين م أ ، أ حـ (أنظر الشكل) حتى تكون زاويته مع القطر أقل من θ . والشرط الثاني يتعلق بالعمود النازل من منتصف الخط على القطر هو



شكل (٤٩)

الذي يجعل المسألة مستحيلة ، لأنه ينطبق على حـ أ فيتضح من الشكل ان
أم = س / جا ٢θ

= س / ٢جا θ جتا θ
فيكون هـ أ = م أ جتا θ
= س / ٢ جا θ
فيكون هـ و = هـ أ جا θ = س / ٢
فكل خط بين أ حـ ، أ م يكون منتصفه أقرب الى أ م .

(٩) «عاميَّة» تعني بوجه عام ، أي بدون شرط أو تخصيص .

(١٠) بذا تصبح المسألة : أ ب ، حـ ء خطان متوازيان ، هـ نقطة مفروضة . وصلنا الخط هـ أ حـ والمطلوب أن نخرج قاطعاً هـ ن ع يقطع الخطين المتوازيين في ن ، ع بحيث يكون الفرق بين أ ن ، حـ ع يساوي مقداراً معلوماً . وهذه مسألة من المسائل الهندسية البسيطة .

(١١) ستجد أن المؤلف يشير إلى الدائرة بنقطة عليها أو نقطتين أو أكثر ، وقد يشير الى مركزها دلالة عليها .

(١٢) يبدو أنه يقصد أن المسألة بهذه الزيادة تصبح مستحيلة الحل .

(١٣) نستخلص أن المؤلف يقسم المسائل الإنشائية الى مسائل مستوفاة الشروط والمفروضات وهي صحيحة أو باطلة (محال) أو سيالة ، ومسائل تحتاج الى زيادة في شروطها أو مفروضاتها أو تغيير أو نقصان حتى تلحق بواحد من هذه الأنواع ، وسيأتي تفصيلها الى ثمانية أنواع .

(١٤) ما أشبه هذا القول بما يذهب اليه بوليا في كتابه البحث عن الحل .

(١٥) هذه المسألة وحلها طريفان ، وربما كان أطرف ما في الحل أن المؤلف يقول: ب ن ، ن ء كلاهما مجهولان ولا نعرف عنهما سوى موضع نقطة ن ، وحاصل ضرب ب ن ، ن ء . ولكن نعرف موضعي ن ، هـ فلنجعل

منطلقنا الخط ز ه لأنه معلوم .

وحل المؤلف من الوضوح بحيث لا يحتاج الى مزيد من الشرح .

(١٦) المطلوب هنا رسم مستطيل مساحته مفروضة ، ح ، والفرق بين طوله وعرضه يساوي قطعة خطية طولها ٢ل مثلاً . ونتيجة التحليل والتركيب رسم مثلث قائم أحد ضلعيه ل والآخر $\sqrt{\text{ح}}$ فيكون وتره $\sqrt{\text{ل}^{٢} + \text{ح}}$ ، فبعدا المستطيل $\sqrt{\text{ح} + \text{ل}^{٢}} + \text{ل}$ ، $\sqrt{\text{ح} + \text{ل}^{٢}} - \text{ل}$

وسنجد أن هذا التحليل هو ما يتبعه المؤلف في اكثر مسائله الهندسية .

(١٧) هذه المسألة مكررة ، أنظر التعليق ٨ . ولكن سقط من نصها هنا شرط مثل « بحيث إذا رسمت زاوية ب ح ك ضعف زاوية ب ح ه كان ح ك يقطع الدائرة » . وقد بينا أن شرطي المسألة لا يتحققان إلا إذا كان ح ك مماساً للدائرة . وهذا ما توصل اليه تحليل المؤلف بطريقة هندسية محضة تعتمد على خصائص أقواس الدائرة .

(١٨) لا شك ان ما بين القوسين خطأ من الناسخ لأنه يجعل المسألة هي نفسها المسألة التالية عن المسائل السيالة المشروطة .

(١٩) تلاحظ هنا طريقة المؤلف في إثبات أن السطح ح يجب أن يكون أقل من ربع مربع أ ب . إنها تطابق الطريقة الجبرية $(\frac{\text{ل}}{٢} - \text{ءه})(\frac{\text{ل}}{٢} + \text{ءه}) = \frac{\text{ل}^{٢}}{٤} - \overline{\text{ءه}}^{٢}$ وهذا يفضي الى ل ٢ / ٤ عندما تنطبق ه على ء .

(٢٠) أن كتابه في الدوائر المتماسة مفقود ، ولذا لا نستطيع أن نرجع اليه لاستخلاص المزيد من الإيضاح . إلا أن فكرة المؤلف العامة واضحة فحواها أنه إذا كان لا بد من وضع شرط به تصح المسألة ، فيفضل أن يكون هذا الشرط تحديداً لمعطياتها ذاتها ، أو لما يقرب منها .

(٢١) بعد أن تم تحليل المسألة ، يشرع الآن بالتركيب . ويلاحظ أنه يعين موضع ه بطريقة طويلة ، أسهل منها أن نرسم خطاً يوازي أ ب ويبعد عنه ح وحدات . وبذا تتبين الحالات التي يكون فيها حلان أو حل واحد أو لا حل .

(٢٢) تحل المسألة بطريقة أسهل من طريقة المؤلف ، لكن يبدو أنه اختار هذه الطريقة ليؤكد الملاحظات التي يسوقها بعد الحل ، إلا أنه سها عن الحالات التي يكون فيها حلان أو حل واحد أو لا حل . ولو أنه عين رأس المثلث برسم مواز للقاعدة يبعد عنها ح وحدات لبانت له هذه الإمكانيات .

(٢٣) أبلونيوس عالم يوناني يشير اليه المؤلف كثيراً .

ولد أبلونيوس ، في برجا جنوبي آسيا الصغرى ، في النصف الثاني من القرن الثالث قبل الميلاد ، بعد ارشميدس بحوالي ٢٥ سنة ، ونشأ في الاسكندرية فتتلمذ على خلفاء اقليدس ، وفيها ظهرت مواهبه . وقد ألف كتاباً في القطوع المخروطية بثمانية أجزاء فكان أحدأعظم ثلاثة كتب اغريقية في العلوم الرياضية والفلكية ، أما الاثنان الآخران فهما كتاب الأصول لاقليدس وكتاب المجسطي لبطلميوس .

وقد ترجم بنو موسى بن شاكر كتاب أبلونيوس في القطوع المخروطية ، ترجمه لهم هلال بن أبي هلال الحمصي . إلا أنهم لم يجدوا من الكتاب سوى الأجزاء السبعة الأولى . وقد وصل الينا الترجمة العربية للكتاب . ووصل الينا ايضاً نسختان من الأجزاء الأربعة الأولى بالأغريقية .

(٢٤) ثيودوسيوس ، أو كما يسميه المؤلف ثاودوسيوس ، رياضي فلكي أغريقي ، من بيتينيا . عاش في القرن الأول قبل الميلاد ، ووضع كتباً في الرياضيات والفلك ترجمت الى العربية . ومنها كتاب في هندسة الكرة تابع فيه كتاب الأصول لاقليدس محولاً نظرياته من هندسة الدائرة الى هندسة الكرة . ويعرف كتابه هذا بالعربية باسم كتاب الأكر .

(٢٥) هذه المسألة نموذج لنمط من المسائل الهندسية نجد منها الكثير في مختارات المؤلف ، حيث نطالع الهندسة الجبرية أو الجبر الهندسي ، على مستوى أعلى مما نجده في كتاب الأصول لاقليدس . ويبدو لي أن هذه المسائل تمثل منحى اتخذه الفكر الرياضي الاسلامي في تطوير الرياضيات الأغريقية ، قبل أن تنمو علوم الجبر والمثلثات والهندسة التحليلية .

ففي هذه المسألة يطلب ايجاد كميتين ، لنسمهما س ، ص ، يعتبرهما المؤلف طولين ، علماً بأن
س^{٢} − ص^{٢} = أ ، س > ص ، س ص = ب ، حيث أ ، ب كميتان معلومتان ، يعتبرهما المؤلف مساحتين معلومتين .

قبل أن ننظر في طريقة المؤلف نشير إلى أن طرقنا الجبرية تفضي إلى النتيجة س^{٢} =

$$\frac{١}{٢}\left(\sqrt{\text{أ}^{٢} + ٤\text{ب}^{٢}} + \text{أ}\right)\text{ ، ص}^{٢} = \frac{١}{٢}\left(\sqrt{\text{أ}^{٢} + ٤\text{ب}^{٢}} - \text{أ}\right)$$

وطريقة المؤلف تشتمل عادة على ثلاث خطوات عامة :

الخطوة الأولى هي التحليل : يعتبر أن الطولين (الخطين) معلومان فيضعهما في وضع هندسي مفيد ويستنتج منهما نتائج مستخدماً اعتبارات هندسية وجبرية تفضي الى معرفة المزيد من المقادير في الشكل الهندسي الذي يكونه .

أما الاعتبارات الهندسية فهي من مبادىء الهندسة المستوية ، وأما الاعتبارات الجبرية فمنها بوجه خاص مبادىء النسبة والتناسب ، ومنها مبدأ الوسط المتناسب بين كميتين .

وطرقنا الجبرية تكوّن معادلات من عبارات جبرية في س ، ص وقيمها بدلالة أ ، ب .

أما طريقة المؤلف، في التحليل، فمثل قوله : س ص معلوم ، س/ص معلوم

فإذن س معلوم (لأن س ص . $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = س^{٢}) ، وإذن ص معلوم.

(س ص ÷ س/ص = ص^{٢})

والتحليل ينتهي بالقول س معلوم ، ص معلوم

والخطوة الثانية هي التركيب وذلك يعني الاجراءات التي تتبع للحصول على قيمتي س ، ص

وهذه الاجراءات هي على الغالب انشاءات هندسية تنتهي بالقول ، فيكون الخطان حـ هـ ، هـ ء (مثلاً) هما الخطين المطلوبين (اي س ، ص) .

بعد ذلك تأتي الخطوة الثالثة ، وهي اثبات أن هذين الخطين يحققان الفروض المعطاة (المفروضات) . قد تكون الطريقة طويلة لا تخلو من التعقيد ، وقد يكون شرح المؤلف لهذه المسألة بالذات مطولاً مسهباً. ولكنها خطوة نحو الجبر عن طريق الهندسة ، فيها تطوير لهندسة اقليدس جدير بالاعتبار .

الرسالة الخامسة

[مسائل ابن سنان]
المسائل المختارة

الرسالة الخامسة

[مسائل ابن سنان]
المسائل المختارة

هذا كتاب سماه ابن سنان بكتاب المسائل المختارة ، وقد آثرنا تسميتها مسائل ابن سنان في دعوة لأن تنسب كل واحدة اليه .

وقد فقدت الورقة الأولى التي تحتوي على عنوان الكتاب ومطلع مقدمته ، فكأنما فقدت هوية الكتاب ، فتبعثرت أوراقه في مجموعة بانكي بور ، ثم تبعثرت موادُّها في المطبوع فطبع بعضها ضمن رسالة استخراج الأوتار في الدائرة للبيروني ، والباقي في رسالة الهندسة وعلم النجوم لابن سنان .

أول أوراقه في المجموعة المخطوطة رقمها ٣٢٤ ، وقد طبعت في كتاب استخراج الأوتار في أواسط الصفحة ٢١٤ الى أواخر الصفحة ٢١٩ .

يلي ذلك ورقة رقمها في الميكروفلم مطموس ، وأظنه ٣٢٨، ومادته في الصفحات ٢٠٢ الى٢٠٦ من كتاب استخراج الأوتار المطبوع .

يلي ذلك ثلاث ورقات أرقامها ٣١٧، ٣٢٨، ٣١٩، لكنها شطبت وغيرِّت اكثر من مرة ومادتها في الصفحات ١٨٥ الى ١٩٠ ثم ١٩٦ الى ٢٠١ ثم ١٩١ الى ١٩٥ من كتاب استخراج الأوتار .

يلي ذلك أوراق ثلاث أرقامها مطموسة ، وأظنها ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ومادتها أوائلها في الصفحة ١٠٨ وباقيها في الصفحات ١٣٨ الى ١٥٣ من كتاب استخراج الأوتار .

يلي ذلك الأوراق ٢ الى ٢٠ ومادتها هي ما في كتاب الهندسة وعلم النجوم لابن سنان ، من منتصف الصفحة ٥ الى نهاية هذا الكتاب في الصفحة ٩٩.

ومقدمات ابن سنان في رسائله الأخرى قصيرة ، فإذا صدق ذلك على هذه الرسالة فما خسرناه لا يزيد عن صفحة ، ويبدو أن ما يهمنا مما فيها أن المؤلف يكتفي في كتابه هذا بتحليل المسائل تاركاً التركيب والبرهان للقارىء .

ومسائل ابن سنان تبين بوجه عام مرحلة متطورة من الهندسة فيها مهارة في أمرين على الأقل أحدهما الجبرا لهندسي ، ويتجلى فيه استعمال النسبة $\text{أ} : \text{ب} = \text{ب} : \text{ح}$ في مقابل المربع والجذر التربيعي .

والثاني تحويل الشكل المعطى الى شكل آخر توزع فيه المعطيات بحيث تسري عليها خصائص الأشكال الهندسية المعروفة ، كالمثلث القائم ، والدائرة .

وقد يصعب أن نصنف هذا النمط من المسائل الصعبة : في الجبر الهندسي هي أم في الهندسة الجبرية . إنها تطوير لهندسة اقليدس ، ترجع جذوره الى ابلونيوس . وهو تطوير لعله بعد أن أفضى الى علمي المثلثات والهندسة التحليلية ، وبعد أن تزايدت الخبرة الجبرية ، لم يبق اليه حاجة .

وهناك صفة أخرى تتميز بها مسائل ابن سنان : هي أن حلولها متعددة المراحل . وهو في كل مرحلة كمن يغوص في بحر من الخصائص الرياضية ، ثم يخرج باكتشاف جديد ، يضمه الى ما سبق ، كما ينتقل الى مرحلة أخرى يكتشف بها جديداً آخر . ويمضي على هذا الحال الى أن يكتمل له مطلوبه .

وربما صلح أكثر مسائله لأن تكون أمثلة على ذلك . إلا أنـي أختار المسألة الرابعة :

دائرة فيها وتر معلوم . رسم من طرفيه وتران يعامدان قطراً في الدائرة . فإذا علم طول كل من القطعتين اللتين يفصلانها من القطر ، فما طول القطر ؟

يقدم المؤلف لهذه المسألة أربعة حلول : اثنين له ، واثنين لغيره . وفي كل حل نجد هذه المراحل المتعددة التي يمثل فيها الصبر وطول النفس والمهارة في استعمال المعطيات في أوضاع تساعد على استخراج نتائج مفيدة .

وهذه كلها ايجابيات . ولكن ثمة سلبيات يعاني منها المحقق والقارىء المدقق .

من هذه السلبيات ان خطوات الحل ، سواء في التحليل أو في التركيب ، جمل مستطردة متواصلة متداخلة ليست كمعادلاتنا وخطوات الحل عندنا : علاقات متميزة بعضها عن بعض . حتى ليعجب المرء كيف كانت أذهانهم تستوعب هذه العلاقات وروابطها دون وسائلنا الرمزية المساعدة .

وأغرب من ذلك ان الحاسب قد يقفز الى نتيجة لا تتبدى لنا إلا بعد خطوات ، رغم أننا قد نلجأ في متابعته الى رمزيتنا ووسائلنا المساعدة . وسيجد القارىء في الصفحات التالية أمثلة كثيرة على هذه القفزات . على أنها قد لا تكون بالنسبة اليهم طفرات فكرية لأن كثرة استعمالهم لهذا النوع من الرياضيات أكسبتهم خبرة خاصة خسرناها بطرقنا في الهندسات الإحداثية والتحليلية وما عداها .

وسيجد القارىء في هذه المسائل معادلات ولكنها ليست كما نألف فهي تمضي بمثل ما يلي :

إذا كان $\text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}$ معلوماً و $\text{ب}^{٢} - \text{ح}^{٢}$ معلوماً كان $\text{أ}^{٢} - \text{ح}^{٢}$ معلوماً

وإذا كان $\dfrac{\text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} - \text{ح}^{٢}}$ معلوماً كان $\dfrac{\text{أ}^{٢} - \text{ح}^{٢}}{\text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}$ معلوماً.

ويمضي الحاسب ، يستخلص نتيجة بعد نتيجة حتى يصل الى استنتاج أن المطلوب « معلوم » فيعتبر أن قد انتهى التحليل .

وربما كان ما سميناه ها هنا قفزات هو الأيجاز الذي عناه المؤلف في رسالته في التحليل والتركيب حين شكا من ميل « مهندسي » زمانه للايجاز ونهى عنه ، وألح انه إنما يلجأ اليه جرياً على عادة أهل زمانه .

وسنجد في هذه المسائل أن المؤلف محقٌ في النهي عن هذا الأيجاز، ذلك أن التحليل عندما يطول قد يخطىء المحلل فيظن معلوماً ما لم يثبت أنه كذلك ، ولذا

يصبح حله كله باطلاً ، أو قد ينسى نتيجة لو تذكرها لوجد حلاً أقصر وأسهل .

إننا على كل حال سنعيش مع هذه الصفحات في عالم مهجور ، ولكن إن نكن هجرناه فعالمنا الرياضي إنما هو مدين له بوجوده بقدر ما أن حضارة اليوم مدينة لبداوة الأمس .

بقي أمر آخر ألفت انتباه القارىء إليه قبل أن يشرع بمطالعة هذه المسائل : إن مسطرة المؤلف وبرجله هما مسطرة اقليدس وبرجله : مسطرة حافتها مستقيمة غير مدرجة ، وبرجل مغلق ينفتح لرسم الدائرة أو القوس ، ولا يقاس به طول . والدائرة قد ترسم إذا عرف عليها نقط ثلاث . ولكن أحسن من ذلك إيجاد طول قطرها بالحساب .

5. Selected Problems

The first page or so of this work, bearing probably its title and introduction, is lost to us. Only a few lines of the introduction remain, giving the impression that the author is here, in the trend of other geometers, giving the analysis of his problems, and leaving synthesis for the interested reader to perform to himself.

In the Bankipore Compendium, the ms sheets of this work are badly scattered. Their serial numbers are the following in order:
324, 328, 317-319, 306-308, 2-20 inclusive.

In the Haiderabad printed work, nos 2-20 above make the main bulk of the tract given the name On Geometry and Astronomy, pages 5-99. The other parts are scattered within al-Bīrūnī's Extraction of Circular Chords.

Ibn Sinān's selected problems are generally intriguing problems of algebraic geometry, or geometrical algebra, Euclidean, but owing much to Apollonius, and with a trend to prefer calculation to using Euclidean tools. The general procedure is: a, b,... are known, hence c is known, and therefore d,... . In a rhetorical way, using relations established by Euclid, Apollonius, and sometimes Ptolemy, without well-developed algebraic or trigonometrical tools, they solve difficult problems . Some solutions run into several stages. In some cases the problem is transformed into another one whose solution leads to that of the former. All in all, the solution is a set of relations brought together to establish further «knowns», until the required element is «known». This «known» may involve a much complicated work to find out actually, but that is synthesis, and what we are doing here is only analysis. It is how the geometer thinks of the solution, starting with the assumption that the problem is solved.

The solutions show dexterity in transforming given figures into others more useful, and in handling algebraic tricks without algebra.

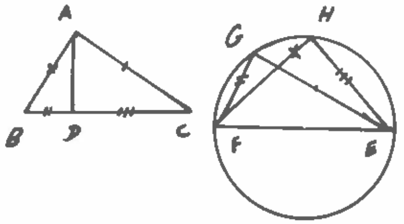
But one wonders how, without our useful symbolism and order, the geometer could grasp all the established relations and use them to serve his aim. We shall find cases however where he makes the mistake of assuming «known' some element which is still unknown, or loses sight of a known element which might otherwise shorten his steps. The author is aware of such mistakes, and therefore warns geometers against them, and requests his readers not to be strict in blaming him. A more perplexing trend is that, in the solution, there come jumps over several steps, done mentally, leaving the reader in a mess. This is what ibn Sinān objects to and describes as a trend of being concise. To the modern scholar, who is suffering from many copying mistakes, and cautious against misreading, such jumps make an added headache that may lend to misjudgment.

The following are however the 41 problems worked out by ibn Sinān, with short notes on each. But it should be pointed out that the wording is mine. An ordinary translation of the wording of these problems will be, as often as not, lengthy or not appropriate. Sometimes what is required is not clearly stated, and one has to read the solution in order to find it out. Sometimes the data are inserted around the figure and not included in the statement of the problem. I therefore give the problems here in my own words, and rather in the manner and terminology of today.

1. In $\triangle ABC$, the altitude AD, and the products AB.CD and AC.BD are given. Find the sides of the triangle.

The analysis cleverly transforms $\triangle ABC$ to two triangles on the diameter of a semicircle, one with AC and BD, and the other with AB and CD, as sides. The problem is shown to be solvable using ordinary properties of circular chords and right triangles. See figure 50 below

شكل (٥٠)



2. Required to draw a circle that touches one side of a given triangle, and intersects the other two sides, thus forming two circular segments similar to two given segments.

(Two circular segments are similar if they subtend equal angles at their centers.)

3. ABC is a triangle right-angled at B.BD is perpendicular on AC. E divides BC in a given ration. Given that AE.AB is equal to AC times a given length, show that the sides of the triangle can be found out.

Two solutions are given, one by Abū' l 'Alā' ibn Abī' l Hussein.

4. Given a circle ABCD, where AB is a diameter. Two chords are drawn from C and D at right angles with the diameter, intersecting it at E and F. The intercepts AE and BF and the length of CD are known; required to find the length of the diameter.

Four solutions are given, two by the author, and two by other geometricians, namely: Abū Yahyā, and Abū'l 'Alā'. All we know about these is that they were teachers of the great Muslim mathematician: Abū' l Wafā' al-Būzjānī.

In some of his works, Al-Bīrūnī gives his solution to some problems and adds solutions given by others in appreciation of their efforts. This does not seem to be the case with ibn Sinān. He poses his solution, and adds some solutions by others; these solutions are, more or less, lengthy or/ and rather faulty, or premature; assuming as known some element before it is fully defined.

5. ABC is a circle in which AC is a chord of which «the arrow», BD, is known in length. [This means that arc AB = arc BC, and BD ⊥ AC.] Two chords, AE and CE are also known in length. What is the length of the diameter?

Besides his solution, he gives one attributed to the same Abū' l 'Ala'.

6. AB is a given line segment. Find the point C on AB such that the areas $AB^2 + BC^2$; AB. BC; AC^2 are proportional.
Two solutions are given, one by Abū' l 'Alā'.

7. This problem is attributed to Apollonius: —

AB is a given line segment. Construct a circle such that if E is any point on it, then $EA^2 - \frac{m}{n} EB^2 = AB.AD$; m/n is a given ratio, and AB.AD is a given area.

$\left(\frac{A4}{GB}\right)$

The author gives the solution of Apollonius, and adds that Apollonius takes AB.AD less than AB^2, and moves to consider the case $EA^2 - \frac{m}{n} EB^2 = AB^2$. His analysis assumes that E lies on a circle, but seems to apply to all points, making no use of any circle property. He ends his analysis by noting that it does not show that the circle meets AB at its terminal, that he had read a proof of that by Apallonius, but does not remember it, and that his own proof will come later.

He moves on to state a problem that arises from the preceding analysis, viz:

AB is a given line segment. Construct a circle such that if E is any point on it then EA / EB is a given ratio.

He gives one solution by Apollonius, one by himself and one by his grand father: Thābit ibn Qurra.

He ends his own solution, showing that EA / EB = CA / CB, where C is a specific point on AB. Here he adds that the circle passes through C; thus when C lies on A, the circle passes through A!

8. AB is a line segment divided by C, D into the three portions AC, CD, DB. Find these portions given $AB^2 - AC^2$, $AB^2 - AD^2$, and $CB^2 - DB^2$.

9. ABC is a given circle. AB, AC and AY are three given chords in it. YA is produced to D. Construct A line segment CHTN intersecting AB in H, the circle in T and AD in N, such that $CT.TH = TN^2$.

A lengthy solution is given, involving, towards the end, a mistake, unless the copyist is to blame. The author adds, however, that such a lengthy analysis should be followed by a synthesis to avoid any oversight. But instead he gives a better and shorter analysis.

He ends it by saying that the preceding analysis is along the schemes of geometers who resort to concise analysis, thus falling into mistakes. An example is a solution given by Abū Yaḥyā, an excellent geometer in his

time, who went into the process of finding the difference between two lines which happened to be equal. The problem under question is no. 9a below.

9a. AB is a given line segment outside a given circle. Find a point C on the circle such that AC + BC is equal to a given length.

The author gives a method which he attributes to Abū Yaḥyā. It comes to the conclusion that BC. (x + a) = (AC + BC). a, and AC. (y + b) = (AC + BC).b, where x and y are unkwnown lengths and a and b are known, all forming distinct parts of a defined configuration.

Here Abū Yaḥyā considers the problem equivalent to finding AC and BC where AC. (x + a) = a known area, BC. (y + b) = another known area and xy = a third known area.

Ibn Sinān adds that even if all the working is correct, the problem has been altered. But, he goes on to state, the geometer is only following the steps of others who are satisfied with concise analysis, not minding the danger involved. Thus, he hopes, if he, ibn Sinān, makes a mistake somewhere, it is this hasty analysis which is to blame.

10. AB, FE, EG are three lines (in a plane), known in position. C, D, K are three given coplanar points, (not on the three given lines). Construct two lines, CTL and DYL, so that L lies on AB, T on EF, Y on EG, and T, Y, K are coplanar.

The analysis is short and simple, referring to the Almagest.

11. AB and EC are two lines known in position, meeting at A, A and E being given points. D is another given point (in their plane). Construct a line DFG such that EF.AG is a given area.

11a. AFB and AEC are two given lines. Points E,F,D are given. Construct a line DGH such that GF.EH is given.

12. AB, BC, BD are three given lines. E is a given point. Construct a line EFGH, cutting the three given lines at F,G,H, such that FG / GH is equal to a given ratio.

12a. Let the three lines be AEB, CED, ACF, and the given point G. Construct a line GIJH, cutting the given lines at I,J,H, such that IJ / HJ is a given ratio.

The latter part is transformed into another one which is easier to solve.

13. AB is a given diameter, in a given circle, produced to a given point H. Construct a ray HMY cutting the circle in M and Y, such that chords BM and MY are equal.

The analysis leads to constructing a right triangle ABX, X being the right angle, such that, if XY is drawn at right angles to AB, AX + AY : BX is a given ration.

He suggests a solution to this latter problem, and adds a simpler one by 'Alī ibn' *l*- Ḥassan ibn Ma'dān.

14. Construct a circle touching two given circles, so that its arc falling between the two points of tangency is similar to a given arc; [i.e. subtends a given angle at its center].

14a. Construct a circle touching two given circles, so that its chord falling between the two points of tangency is given.

15. A is a given point; BC and BD are two rays given in position; E is a given point on BC. Construct a line AFG to meet BC, BD at F and G respectively, such that EF: BG is a given ratio.

This problem is transformed to problem 20 below:

16. HE is a given line. Find F and K on the line such that HF:FE = FK times a given length, and FE is greater than a given length by a given multiple of KE.

17. BC and BD are two rays in a given position; points: G on BC, and H on BD, are given; A is a given point outside the two lines. Construct a line AEF such that: EG: FH is given.

18. Two circles and a straight line are given. Construct a circle that touches each of them.

The problem is said to be treated by the author in his book on circles that touch each other, but differently.

Two cases are considered; one when the given line is parallel to the line of centres of the two given circles, and the other when these two lines meet. The second case is reduced to a problem on triangles, which is problem 23 below.

19. In triangle ABC: points A, B are given, and a line CE is drawn to meet AB at E, forming with it a given angle. If DE: EB, DC + CB, and DC + CA are given, where D is some point on CE, find the points C and D.

A detailed analysis is given, considering two cases: **a.** When DC+ CB and DC + CA are equal, and **b.** When they are unequal.

20. If the sum of line AB and a line having a given ratio to line AC is given, and the sum of AB and a line having a given ratio to line BD is also given, then the ratio between AC and BD can be found.

21. If the sum of AB and a line having a given ratio to CD is given, then the sum of CD and a line having a given ratio to AB can be found.

22. Given two circles, centres A and B, and line DE, construct a circle that touches them all.

This is problem 18 above. But the author says that here he is constructing the problem according to an analysis given by Abū' *l*-'Abbās ibn Yaḥyā.

23. Given two rays, BA and BC, and two points C,D on BC, find A so that CA + DA = DB.

24. This problem is ascribed to Abū'l- 'Alā'. It is to determine a point C on AB, such that $AB^2 - AC^2$ and $AB^2 - BC^2$ are equal to given quantities.

Abū'l-'Alā' is satisfied with determining a triangle ABD; the projection of D on AB gives C.

Ibn Sinān goes on to show how the angles of triangle ABD can be determined by similarity with triangles of known forms, thus obtaining BC.

25. AB, AC, AD are given chords in a circle; angles BAC and CAD are equal. Find the diameter of the circle.

Obviously, with two chords, say AB,AC, the diameter can be found, by ruler and compasses. What the author does here is to show that the sides of triangle ABD are known in length, and therefore their circumscribing circle is known in diameter.

26. In plane ABCD, lines AC and BD are parallel, and E is a given point on AB. $\triangle$EFG is known in form (i.e. its angles are given), with F and G on AC and BD respectively. Construct this triangle.

27. Find the sides of $\triangle$ABC, given angle A, AD $\perp$ to BC, and the difference between AB and AC.

A lengthy solution is followed by a simple one in the special case when A is a right angle.

27a. In $\triangle$ABC, BC is the base and AD the altitude. Given AB, AC and AD: BC, find BC.

The solution is said to be similar to one given by some one unknown to he author.

28. A,B,C are given points on one line. Find a point D on this line such that AD. DB has a given ratio to DC^2

29. In $\triangle$ABC, the base AB, the altitude DC, and the difference between AC and CB are given. Find the sides of the triangle.

A marginal note, by a different medieval hand, reduces the solution by one third.

30. Angle ABC, and a point D are given. Draw a line DKH, to meet BC and BA at K and H respectively, so that triangle BHK has a given area.

The analysis refers to Euclid's Data, affirming that if $x (x + y) /y^2$ is known, so is x/y.

31. ABC is a circle in which AB, CD, EF are given parallel chords, and arc EC = arc AC. Find the diameter of the circle.

The problem is reduced to that of the chords CB, CD, CE given, and said to be the same as problem 25.

32. Given two circles and a point E, draw a line EDB, D being on one

circle, and B on the other, so that ED: DB is a given ratio.

33. ABCD is a circle, AEB is a diameter $\perp$ to CED, a chord. Draw a line AFG, to cut CED in F, and the circle in G, so that GF = EF.

34. In $\triangle$ABC, given the base AC, altitude BD + side BC, and sides AB + BC, find each of AB, BC, and BD.

35. In $\triangle$ABC, given the base AC, the sum of AB + BC, and each of DA, DB and DC, where D is a point on AC, find each of AB and BC.

36. D,E are two given points in a given angle ABC. Required to construct two lines ADF and FEC so that AD.DF is equal to a given area, and FE.EC is equal to another given area.

37. ABC is a given angle, in which D is a given point. Required to construct a triangle with D as vertex, and the other two vertices on one side of the angle each, so that the triangle is similar to a given triangle.

38. Construct a circle to touch a given circle and pass on two given points.

39. Construct a circle to touch two given circles and a given point.

40. Construct a circle to touch three given circles.

41. No.40 above as analyzed by each of Abū'l-'Alā' and Abū Yaḥyā.

The analysis leads to the problem of finding a point D inside a given triangle ABC, such that the lines AD + BD are equal to a given length, and BD + CD to another given length.

The solution of Abū'l-'Alā' is complicated, and made more so by the copyist, who produces an incomplete figure. I must admit that I have failed to free the text here from every slip or ambiguity.

[مسائل ابن سنان]
المسائل المختارة

[ص ٢١٤]

[٣٢٤ و] | ولا أنها سيالة ، ولا غير ذلك ، ولا قسمة المسألة . وتركت المتعلم الذي قد قرأ كتابي في التحليل والتركيب ، وسائر الأعمال الهندسية ، وكتابي الذي في الدوائر المماسة ، ينظر في واحدة واحدة منها ، إذا فهم طريق تحليلها ، ليقسمها ، ويحلل قسماً قسماً منها ، وينظر : هل يطابق هذا ، التحليلَ الذي قرأ عنه ، أم لا . ثم ينظر في ما يستحيل ويجوز ، والسيال وغير السيال ، والمحدود وغير المحدود ؛ ويركب هو ، وينظر في عدد المرار التي لا يمكن أن تقع زيادة عليها ، ويبين أن تلك المرار كذلك .

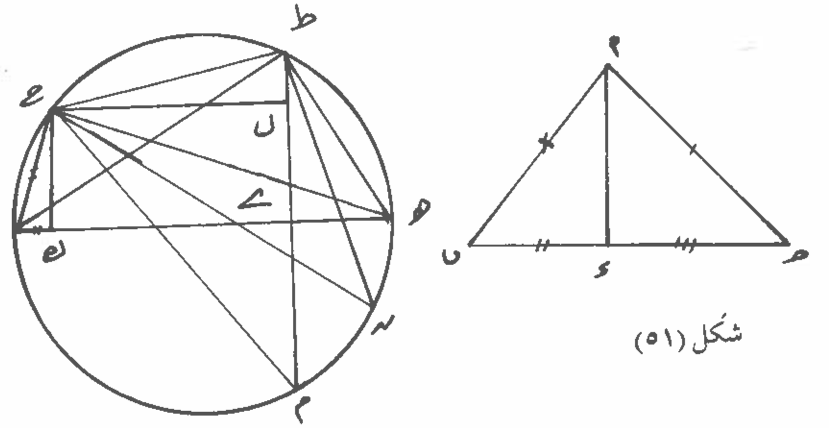
illegible
[illegible]

تحق إليها

[ص ٢١٥] وهذه الأمور كلها من المنافع التي يحق لأجلها النظر في هذا الكتاب | ومنها أن فيه مسائل مستصعبة حسنة ، لا يستغني ذوو الفهم بالهندسة عنها وعن استعمالها فيما يستخرجونه ويعملونه من الأعمال الهندسية .

[١] مثلث ا ب ح : عموده ، وهو ا ء ، معلوم ، وضرب ا ح في ب ء معلوم ، وضرب ا ب في ح ء معلوم . ونريد أن نعلمه

[الشكل ٥١]



شكل (٥١)

فمن قبل أن فضل ما بين مربعي ا ح ، ا ب ، مثل فضل ما بين مربعي ح ء ، ء ب ، يكون مجموع مربعي ا ح ، ء ب مثل مجموع مربعي ا ب ، ح ء . فليكن مربع ه ز مثل مربعي ا ح ، ء ب ، فيكون أيضا مثل مربعي ا ب ، ح ء .

فإن نحن عملنا على ه ز نصف دائرة : ه ح ز ، وجعلنا ه ح مثل ا ح ، ووصلنا ح ز ، كان مثل ء ب . لأن مربع ه ز مثل مربعي ه ح ، ز ح ، ومثل مربعي ا ح ، ء ب . يذهب مربع ا ح مثل مربع ه ح ، يبقى مربع ء ب مثل مربع ح ز .

وكذلك أيضاً إن جعلنا ه ط مثل ح ء ، كان ا ب مثل ط ز

فإذن ضرب ه ط في ط ز ، الذي هو مثل ا ب في ح ء : معلوم . وكذلك أيضاً يكون ضرب ح ز في ه ح معلوماً .

لكن إن أخرجنا عمودي ح ك ، ط ى على ه ز : كان ضرب ه ز في ط ى معلوماً . وضرب ه ز في ك ح معلوماً ، يتبين بمثل ذلك . فنسبة ط ى إلى ك ح معلومة .

ونخرج عمود ح ل على ط ى ، ونصل ط ح . ونخرج ط ى إلى م ، ونخرج م ح . فنسبة ح ك ، أعني ل ى ، إلى ط ى ، معلومة . فتكون نسبته الى ط ل معلومة . فنسبة ط م ، وهو ضعف ط ى ، إلى ط ل ، معلومة ، وعلى التفصيل : نسبة م ل الى ل ط معلومة .

وأيضاً فإن فضل مربع ا ح ، أعني ه ح ، على مربع ح د ، أعني مربع ه ط : الذي هو مثل مربع ا د المعلوم ، معلوم . وذلك مثل فضل ضرب ز ه في ه ك ، على ضرب ز ه في ه ى ، الذي هو ضرب ز ه في ك ى ، أعني ل ح . فضرب ه ز في ل ح معلوم . وقد كان ضربه في ك ح معلوماً . فنسبة ى ك الى ك ح معلومة ، فنسبة ى ل الى ل ح معلومة ، ونسبة ى ل الى ى ط معلومة ، وإلى ضعفه ، وهو ط م . فنسبة ط م الى ل ح معلومة ، وكانت إلى ط ل معلومة ، فنسبة ط ل إلى ل ح معلومة وزاوية ل قائمة فنسبة ط ح إلى ل ح معلومة . وأيضاً نسبة ط م إلى م ل معلومة ، لأن نسبة ط م إلى ط ل معلومة . ونسبة ط ل إلى ل ح معلومة . وزاوية ل معلومة . فنسبة ل ح إلى م ح معلومة . وكانت نسبة ل ح إلى ح ط معلومة . فنسبة ط ح إلى ح م معلومة .

وضرب أحدهما في الآخر : مثل ضرب ح ل في ه ز ، أعني ى ك في [ص ٢١٧] ه ز | الذي قد تبين أنه معلوم . فكل واحد من ط ح ، ح م معلوم :

فأما ضرب ه ز في ل ح فإنه يتبين أنه مساوٍ لضرب ط ح في ح م ، لأنا إن جعلنا ن ح قطر الدائرة ، ووصلنا ح ط ، ط ن ، كانت زاوية [٣٢٤ ظ] ن ط ح في نصف الدائرة فهي | قائمة ، مثل زاوية ل . وزاوية ن مثل زاوية

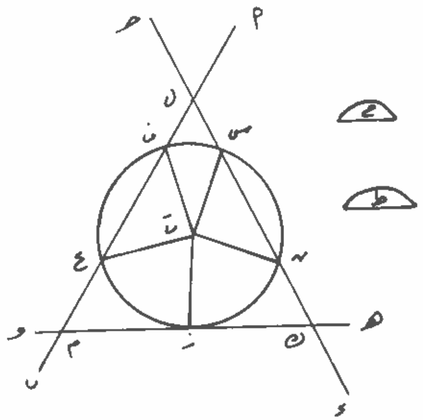
م ، لأنهما جميعاً على خط ط ح ، عند محيط الدائرة . وتبقى زاوية ل ح م مثل زاوية ط ح ن . فنسبة ط ح إلى ح ن ، نسبة ل ح إلى ح م . فضرب ط ح في ح م مثل ضرب ح ن في ل ح . لكن ح ن القطر ، مثل ه ز القطر .

وإذ بيَّنا أن كل واحد من خطَّي ط ح ، ح م معلوم ، كان خط ط م ، الذي له اليهما نسبة معلومة ، معلوماً . وذلك أن كل واحد من مثلثي ط ح ل ، ل ح م معلوم الصورة ، فمثلث ح ط م معلوم الصورة .

وكان ط ى معلوماً ، وضربه في ه ز معلوم ، فـ . ه ز معلوم . ومربعه مثل مربعي ا ح ، ب د . فمجموع مربعي ا ح ، ب د معلوم ، وضرب أحدهما في الآخر معلوم ، فكل واحد منهما معلوم .

| فقد قدمت قولاً كافياً في أني أعتمد هاهنا طريق المهندسين ، من أهل [ص ٢١٨] عصرنا . فإن كان في شيء من العمل تقصير ، فقد تعمدته ، وقصدت الى أن يبحث عنه المتعلمون ، ليهذب قرائحهم ويصلحها .

[٢] خطوط ا ب ، ح د ، ه و موضوعة ، وقطعتا ح ، ط معلومتان . نريد أن نعمل دائرة تماسّ خطاً منها ، ويفصل منها الآخران قطعتين شبيهتين بالقطعتين المفروضتين .



شكل (٥٢)

وهذه المسألة قد بينت في كتاب في الدوائر المماسة ، بطريق مشروح ولتتقاطع الخطوط على ك ، ل ، م ، ولتكن الدائرة المطلوبة دائرة ن س ع ، ولتكن القطعة التي يوترها ن س شبيهة بقطعة ط ، والتي يوترها ع ف شبيهة بقطعة ح ، ونقطة ر تماس خط ه و ودائرة ن س ع ، ونضع ان المركز ت . (الشكل ٥٢)

[ص ٢١٩] فلأن قطعة ط معلومة ، وهي تشبه القطعة التي | سهمها ن س ، تكون الزاوية التي بين خطي س ت ، ت ن معلومة . وكذلك زاوية ف ت ع معلومة . وخط ت ن مثل خط س ت ، فكل واحدة من زاويتي س ن ت ، ن س ت معلومة . ولذلك تكون نسبة ن ت إلى ن س معلومة . ونسبة س ت إلى ن س معلومة .

ولأن زاوية ت ز ك قائمة ، من أجل المماسة ، وزاوية ت ن ك معلومة ، لأن التي تليها معلومة ، وزاوية ن ك ر معلومة ، تبقى زاوية ت معلومة ، لأن زوايا ن ، ك ، ت ، ر مثل أربع زوايا قائمة . ولأن ن ت مثل ت ر ، وزاوية ت معلومة ، تكون كل واحدة من زاويتي ت ن ر ، ت ر ن معلومة ، فنسبة ن ر الى ت ن معلومة ، ونسبة ن س الى ت ن معلومة . فنسبة ن س الى ر ن معلومة ، وتبقى كل واحدة من زاويتي ك ن ر ، ك ر ن معلومة . فنسبة ن ر الى ك ر معلومة . وكانت الى ن س معلومة ، فنسبة ك ن الى ن س معلومة .

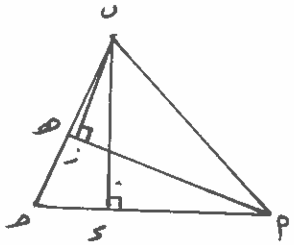
وعلى هذا المثال لأن زاوية ت س ن معلومة ، تكون زاوية ل س ت معلومة [٣٢٨ و] | وكذلك تكون زاوية ل ف ت معلومة ، وزاوية ل معلومة ، تبقى زاوية س ت ف معلومة . وتكون أيضاً زاويتا ت س ف ، ت ف س معلومتين ، وتبقى زاويتا ف س ل ، س ف ل معلومتين ، وزاوية ل معلومة ، فنسبة س ف الى ل س معلومة . وكانت إلى س ت معلومة ، ونسبة س ت الى س ن معلومة ، فنسبة ل س الى س ن معلومة ، ونسبة ن س الى ك ن معلومة ، فنسبة ل ن الى ك ن

معلومة ، وعلى التركيب ، خط ل ك معلوم ، فخط ك ن معلوم ، فنقطة ن معلومة . وعلى هذا المثال نسبة ل ن الى ل س معلومة | فنقطة س معلومة . [ص ٢٠٢]

فقد مر بنقطتي ن ، س ، وهما معلومتان ، دائرة ، فماسَّت خط ه و المعلوم .

وقد بيَّنا ذلك ، في الدوائر المماسة ، وهو سهل ، لأن ضرب س ك في ك ن ، مثل مربع ك ر ، فَـ . ك ر معلوم ونقطة ك معلومة ، فنقطة ن معلومة . فإذا عمل على مثلث ر س ن ، وهو معلوم ، دائرة ، كانت معلومة ، وكانت [هي] الدائرة التي تعمل ما قصدنا له .

[٣]: ج . إذا كان المثلث ا ب ح قائم الزاوية ، وهي زاوية ب ، وأخرج عمود ب د ، فكان خط ح د معلوماً ، وجعلت نسبة ب ه الى ه ح معلومة ، فكان ضرب ا ه في ا ب مثل ضرب ا ح في خط معلوم ، فإن المثلث معلوم .



شكل (٥٣) [ص ٢٠٣]

فنخرج من ب عمود ب ر على ا ه ، [الشكل٥٣]. فنسبة مربع ب ه الى مربع ب ح معلومة ، وذلك كنسبة ضرب ا ه في ه ر | الى ضرب ا ح في ح د . فنسبة ضرب ا ه في ه ر الى ضرب ا ح في ح د : معلومة . وَ . ح د معلوم ، فضرب ا ح في خط معلوم : مثل ضرب ا ه في ه ر ، وضرب ا ح في خط معلوم مثل ضرب ا ب في ا ه . فنسبة ضرب ا ه في ه ر إلى ضرب ا ه في ا ب : معلومة . فنسبة ه ر الى ا ب معلومة .

ونسبة أحدهما إلى الآخر في القوة معلومة . ولذلك تكون < نسبة ضرب ه ا في ا ب إلى مربع ه ز : معلومة(١) ونسبة ضرب ه ا في ا ز إلى مربع ه ز : معلومة . وعلى التركيب تكون نسبة مربعي ه ا ، ا ز الى مربع ه ز : معلومة(٢) . ونسبة ضرب ه ا في ا ز ، مرتين ، الى مربع ه ز : معلومة . فنسبة مجموع خطي ه ا ، ا ز الى ه ز ، في القوة ، معلومة ، ففي الطول أيضاً معلومة . فعلى التفصيل : نسبة ضعف ا ز الى ه ز معلومة . فنسبة ا ز إلى ه ز معلومة . وهي كنسبة مربع ا ز الى مربع ب ز . فنسبة ا ز الى ب ز معلومة .

وزاوية ز قائمة ، فنسبة ا ب الى ب ز معلومة .

وكذلك أيضاً نسبة ا ز الى ب ز معلومة ، وهي كنسبة ب ز الى [٣٢/ظ] ز ه ، وزاوية ز قائمة ، فنسبة | ه ب الى ب ز معلومة .

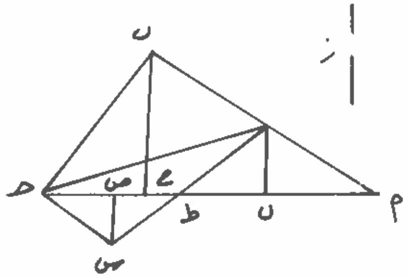
فنسبة ا ب الى ب ه [معلومة] ، ونسبة ب ه الى ح ب معلومة . فنسبة ا ب الى ب ح معلومة . وزاوية ب قائمة ، فمثلث ا ب ح معلوم الصورة . وهو يشبه مثلث ب د ح . وخط د ح معلوم . فخط ب ح معلوم . ويكون من أجل ذلك ا ب معلوماً ، ويصير ا ح معلوماً .

وذلك ما أردنا أن نعمله .

[٣ ا] لأبي العلاء بن أبي الحسين(٣) في هذه المسألة :

مثلث ا ب ح : زاوية ب منه قائمة ، وأخرج عمود ب ع ، ا ع معلوم ، وقسم ب ا على نسبة معلومة ، وأخرج ح د ، فكان ضرب ح ب في ح د مثل ضرب خط معلوم ، وهو ز ، في ا ح .

فنقيم على خط ح د ، على نقطة ح | منه ، زاوية مثل زاوية ب ح ا ، [ص ٢٠٥] وهي زاوية د ح س . [الشكل ٥٤] وليكن خط ح س مثل ز المعلوم ، وضرب ب ح في ح د مثل ضرب ح س في ح ا ، فنسبة ب ح الى ح س كنسبة ح ا الى ح د . وزاوية د ح س مساوية لزاوية ب ح ا . فمثلث ب ح ا يشبه مثلث ح س د ، فزاوية س قائمة ، وزاوية ح د س مثل زاوية ا . وزاوية ع قائمة ، فمثلث ا ب ع يشبه مثلث ح س د ، فإذن نسبة ب ع الى ع ا كنسبة ح س الى س د ، وضرب ب ع في س د مثل ضرب ح س المعلوم في ع ا المعلوم . فالسطح الذي يحيط به ب ع ، د س ، معلوم . وبيِّن أن زاوية ب ح د مثل زاوية س ح ط ، وزاوية س قائمة وزاوية ب قائمة ، فمثلث ح س ط يشبه مثلث ح ب د . فإذن السطح الذي يحيط به خطًا ب ح ، س ط مثل السطح الذي يحيط به خطًا ح س ، ب د . لكن نسبة هذا السطح الى السطح الذي يحيط به خطًا ح س ، ا ب معلومة ، وهو مثل السطح الذي يحيط به خطًا ب ح ، س د . فبيِّن إذن من ذلك ان نسبة السطح الذي يحيط به خطًا ب ح ، س د ، الى السطح الذي يحيط به ب ح ، س ط معلومة ، فهي كنسبة خط س د إلى خط س ط . فإذن نسبة خط د ط الى خط ط س معلومة .



شكل (٥٤)

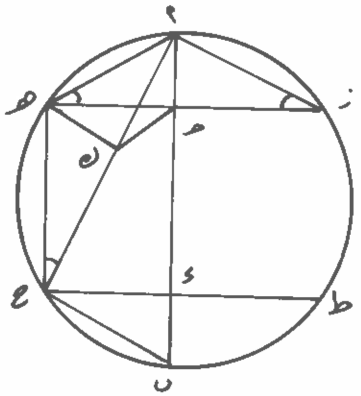
ونخرج عمود د ل . فبين | أن نسبته إلى ب ع معلومة ، وأن ا ل [ص ٢٠٦] معلوم ، وأن مثلث د ط ل شبيه بمثلث س ط ح . فإذن السطح الذي يحيط به خطا ح س ، ط ل مثل السطح الذي يحيط به د ل ، س ط ، والسطح الذي يحيط به ب ع ، س د قد كان تبين أيضاً أنه معلوم . فنسبة خط س د إلى خط

س ط معلومة(٤) ، فالسطح الذي يحيط به خطا ب ح ، س ط معلوم ، ونسبة خط ء ل إلى خط ب ح معلومة ، فإذن السطح الذي يحيط به خطا ط ل ، حـ س معلوم ، وخط حـ س معلوم ، فإذن ط ل معلوم .

ونخرج عمود س ص ، فبينٌ أنه يوازي خط ل ء . فإذن نسبة خط ط ل إلى خط ط ص ، كنسبة خط ط ء الى خط ط س المعلومة، وخط ط ل معلوم | فَ . ط ص معلوم . [٣١٧ و]

والسطح الذي يحيط به خطًا ط حـ ، حـ ص مثل مربع خط حـ س المعلوم . وخط ط ص معلوم . فإذن خط حـ ص معلوم . وقد كان تبين أن خط ا ل معلوم ، ل ص معلوم ، فَ . ا حـ معلوم .

[٤] د ـ دائرة ا ب ح ه : فيها قطر : ا ب ، ووترا ه ز ، ح ط ، متوازيان قائمان على القطر ، وخط ه ح معلوم ، وكل واحد من ا حـ ، ب ء معلوم . كيف نعلم باقي القطر؟



شكل (٥٥)

لنا طريقان في هذه المسألة ،

أحدهما هكذا : (الشكل ٥٥)

نصل ا ح ، ونخرج عليه عمود ه ك ، فلأن كل واحد من خطَّي ا حـ ، ء ب معلوم ، تكون نسبة ضرب ا ب في ب ء ، الى ضرب ا ب في ا حـ معلومة . لكن ذلك كنسبة مربع ح ب الى مربع ا ه . فنسبة مربع هذين الخطين ، أحدهما الى الآخر ، معلومة ، فنسبة ا ه إلى ح ب معلومة .

وأيضاً لأن نسبة ا م ح إلى ح ء كنسبة ح ب إلى ب ء ، لكن نسبة ح ا إلى ح ء ، كنسبة ا م إلى م حـ ، لأن م حـ يوازي ء ح ، إذ كانا عمودين على خط ا ب ، فنسبة ا م إلى م حـ كنسبة ح ب إلى ب ء . فلتكن نسبة ح ب إلى ب ء كنسبة ا ه إلى ل . فإذن نسبة ا ه إلى ل كنسبة ا م إلى م حـ . لكن لأن نسبة ح ب إلى ب ء مثل نسبة ا ه إلى | ل ، فبالتبديل [ص ١٨٦] تكون نسبة ح ب إلى ا ه ، التي قد بينا أنها معلومة ، كنسبة ء ب إلى ل ، فنسبة ء ب المعلوم إلى ل ، معلومة ، فَ . ل معلوم .

وأيضاً لأن زاوية ه ك م قائمة ، وزاوية ا حـ ه قائمة ، وزاويتي ا م حـ ، ه م ك متساويتان ، يكون مثلثا ا م حـ ، م ك ه متشابهين ، فنسبة ا م إلى م حـ كنسبة ه م إلى م ك . لكن إذ وجدت هذه الخطوط على أنها أضلاع مثلثي ا م ه ، م حـ ك ، كان واجباً ، من قِبَل تناسبها ، ومن قِبَل أن الزاويتين ا م ه ، حـ م ك متساويتان ، أن يكون مثلثا ا م ه ، م حـ ك متشابهين ، ولذلك تكون نسبة ا م إلى م حـ كنسبة ا ه إلى ك حـ . لكن نسبة ا م إلى م حـ كانت مثل نسبة ا ه إلى ل . فنسبة ا ه إلى ل مثل نسبته الى ك حـ . فَ . ل المعلوم مثل ك حـ ، فَ . ك حـ معلوم .

ولأن قطر ا ب يقسم وتر ه ز بنصفين ، يكون قوس ا ه مثل قوس ا ز ، فزاوية ا ز ه مثل زاوية ا ه ز ؛ وزاوية ه ح ا هي مثل زاوية ا ز ه ، لأنهما في قطعة واحدة . فإذن زاوية ه ح ا مثل زاوية ا ه م ، وزاوية ه ا ح مشتركة ، فتبقى زاوية ا م ه مثل زاوية ا ه ح ، فمثلثا ا م ه ، ا ه ح متشابهان . فنسبة ح ا إلى ه ا ، كنسبة ه ح إلى ه م . فإن بدلنا صارت نسبة ا ح إلى | ه ح ، كنسبة ه ا إلى ه م ، [ص ١٨٧] التي هي كنسبة ك حـ إلى م ك .

فإذن نسبة ك حـ إلى م ك مثل نسبة أ ح إلى ه ح . فضرب ه ح المعلوم في ك حـ المعلوم مثل ضرب أ ح في م ك . فضرب أ ح في م ك معلوم . فإذن فضل مربع أ ح على ضرب أ ح في أ م وضرب أ ح في ك ح معلوم ، لأن ذلك هو ضرب أ ح في م ك المعلوم .

وأيضاً لأن مثلثي أ م ه ، أ ه ح متشابهان يكون ضرب أ ح في أ م مثل مربع أ ه . فإذن فضل مربع أ ح على ضرب أ ح في ك ح ، وكل مربع أ ه معلوم . ولكن مربع أ ه مثل مربعي أ ك ، ك ه ؛ وضرب أ ح في ك ح مثل ضرب ك أ في ح ك ، مع مربع ح ك . ففضل مربع ح أ على مربعات أ ك ، ه ك ، ح ك ، وضرب ك أ في ح ك : معلوم . فنسقط مربعي ه ك ، ك ح ، المعلوم ، لأنهما مثل مربع ه ح المعلوم ، ويبقى الفضل بين مربع أ ح ، وبين ضرب أ ك في ك ح ، مع مربع أ ك ـ معلوم . ولكن ذلك الفضل هو
[٣١٧ ظ] ضرب أ ح في ك ح . فضرب أ ح ا في ك ح معلوم . وكان أيضاً ضرب أ ح في م ك معلوماً ، فضرب أ ح في م ح معلوم . فإذن فضل مربع أ ح على ضرب أ ح في
[ص ١٨٨] أ م معلوم . وضرب ا أ ح في أ م مثل مربع أ ه . ففضل مربع أ ح على مربع أ ه معلوم . وأما مربع أ ح فهو مثل ضرب ب أ في أ ء ، وأما مربع أ ه فهو مثل ضرب أ ب في أ حـ . فيكون الفضل المعلوم هو ضرب أ ب في حـ ء . ولكن فضل أ ب على حـ ء معلوم ، لأنه مجموع خطّي أ حـ ، ب ء المعلومين . فيصير باقي القطر معلوماً .

[٤ أ] وأما طريقنا الآخر فيها فهو أن نبين أن خط ك حـ معلوم ، كما بينا ثم : ولأن زاوية أ ه ح مثل زاوية ه ح أ ؛ وزاويتي أ حـ ه ، ه ك ح قائمتان ، يصير مثلثا أ ه حـ ، ك ه ح متشابهين ، ومن قبل تناسب أضلاعهم يصير ضرب أ حـ المعلوم ، في ه ح المعلوم ، مثل ضرب أ ه في ا ه ك . فضرب أ ه في ه ك معلوم . وضرب ك حـ في حـ أ معلوم ؛ فنسبة أحدهما إلى الآخر معلومة . وهي مؤلفة من نسبتي أ ه الى ك حـ ، ومن ه ك إلى أ حـ :

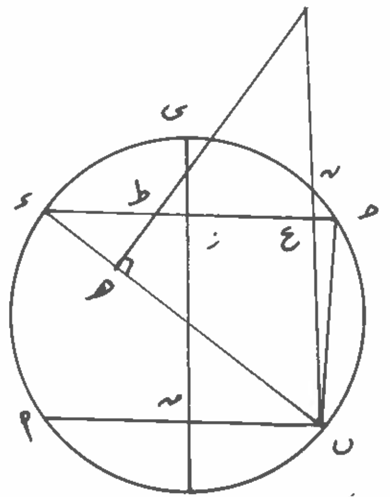
فأما نسبة أ ه إلى ك حـ . فهي نسبة ه م إلى م ك . وأما نسبة ه ك إلى أ حـ ، فهي كنسبة م ك إلى م حـ . فالنسبة المؤلفة من نسبتي م ه إلى م ك ، ومن م ك الى م حـ معلومة ، وذلك هو نسبة ه م إلى م حـ . فنسبة ه م الى م حـ معلومة . وعلى التركيب : نسبة ه حـ إلى م حـ معلومة .

ولأن نسبة أ ء إلى ء ح كنسبة ح ء إلى ء ب ، ونسبة أ حـ إلى حـ م كنسبة أ ء الى ء ح ، فتصير نسبة أ حـ إلى حـ م كنسبة ء ح إلى ء ب . فضرب أ حـ في ء ب المعلوم مثل ضرب م حـ في ء ح . فضرب م حـ في ء ح معلوم . ونسبة ه حـ إلى م حـ معلومة ، فضرب ه حـ في ء ح معلوم.

ولأن نسبة مربع أ ه إلى مربع ب ح معلومة ، تكون نسبة مربعي أ حـ ، حـ ه ، إلى مربعي ب ء ، ء ح معلومة ، فإن نقص منهما مربعا أ حـ ، ء ب المعلومين ، بقي الفضل بين مربع ء ح ، وبين سطح نسبته الى مربع ه حـ معلومة . فليكن السطح الذي له النسبة الى مربع ه حـ المعلوم ا هو مربع حـ ز ، ففضل ما بين مربعي حـ ز ، ء ح معلوم . لكن نسبة حـ ز الى ه حـ معلومة ، وضرب ه حـ في ء ح معلوم ، فيصير ضرب ء ح في حـ ز معلوماً ، وفضل ما بين مربعيهما معلوم ، فكل واحد منهما معلوم . ولأن ء ح معلوم ، يصير مربعه ا معلوماً وذلك مثل ضرب ء ب في أ ء . فضرب ء أ في ب ء معلوم ، لأن ء ب معلوم ، فيكون حـ ء معلوماً ، لأن أ حـ معلوم ، حـ ء هو باقي القطر .

ولأبي يحيى(٣) في هذه المسألة :

[٤ب] **دائرة أ ب حـ ء وقع فيها وترا أ ب ، حـ ء متوازيان ، وكل واحد من سهميهما معلوم ، والخط الواصل بينهما معلوم ، نريد أن نعلم القطر (الشكل ٥٦)** وسهم وتر أ ب : ف ن ، وسهم وتر حـ ء : ى ز ، نريد أن نعلم ن ز ، والخط الذي بين وتري أ ب ، حـ ء المعلوم : ب حـ



شكل (٥٦)

فلأن سهمي ن ف ، ز ى معلومان ، يكون فضل ما بينهما معلوماً ، فنخرج من خط ا ب ، من نقطة ب عموداً على ب ا ، وننفذه إلى ع من خط ح د ، فيكون عموداً عليه ، وننفذه أيضاً الى محيط دائرة ا ب ح د ، إلى نقطة ل . ونبين بسهولة أن ع ل مساوٍ لفضل ز ى على ف ن .

ونصل ب د ، ونفصل منه مثل ب ح ، وهو ه ب ، ونقيم على نقطة ه ، من خط ب د ، عموداً ، ونخرجه ، فيلقى ب ع ل على نقطة ك ، ونصل ل د .

فمثلثا ك ه ب ، د ع ب متشابهان ، فضرب ب د في ب ه مساوٍ [ص ١٩٧] لضرب ك ب في ع ب . لكن | ضرب ب ح في ب د ، إذ هما ضلعا مثلث د ب ح ، مثل ضرب قطر دائرة ا ب ح ، في عمود مثلث د ب ح . ف (ك ب) إذن مساوٍ لقطر الدائرة .

ولأن مثلثي ل ع د ، ب ع ح متشابهان ، فضرب ل د في ع ح مساوٍ لضرب ب ح في ع ل . لكن ب ح معلوم ، ع ل معلوم ، فضرب ل د في ع ح معلوم . ولأن مجموع مربعات ع ل ، ع د ، ع ح

[، ع ب] مثل مربع القطر ، فمربعا ب ه ، ه ك ، مساويان لمربعي ل د ، ب ح ؛ ب ح مساوٍ لِ(ب ه) ، ف(ك ه) مساوٍ لِ(د ن).

ولأن مثلثي ك ه ب ، ك ع ط متشابهان ، تكون نسبة ك ه إلى ب ه كنسبة ك ع إلى ط ع . فضرب ب ه في ك ع مثل ضرب ك ه في ط ع ؛ ب ه ، ك ه معلومان . فنسبة ضرب ب ه في ك ع ، المساوي لضرب ك ه في ط ع ، إلى ضرب ب ه في ع ن ، المساوي لضرب ك ه في ع ح ، كنسبة ك ع إلى ع ل ، ك ع ، ع ل معلومان ، فنسبة ك ه في ط ع إلى ضربه في ع ح : معلومة . فنسبة ط ع الى ع ح معلومة .

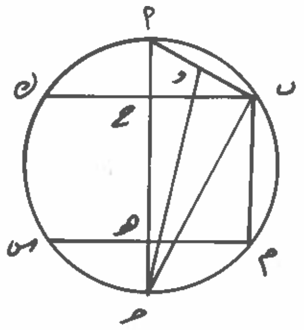
ولأن مجموع مربعي ط ع ، ب ع : مثل مجموع مربعي ب ه ، ه ط ، وفضل مربع ب ه على مربع ب ع : مربع ح ع . ولأن نسبة ط ع إلى ع ح معلومة ، تكون | نسبة فضل مربع ط ع على مربع ع ح ، الذي هو [ص ١٩٨] مربع ه ط ، إلى مربع ع ح معلومة ، وتكون أيضاً نسبة ط ع إلى ه ط معلومة . لكن مثلثا ط ه د ، ك ط ع متشابهان ، فنسبة ط ع الى ه ط ، المعلومة ، كنسبة ك ع إلى ه د ؛ ك ع معلوم ، ف(ه د) معلوم ، وكل ب د معلوم ، ب ح معلوم ، وضرب ب ح في ب د مثل ضرب ك ب في ب ع ، ف (ب ع) معلوم ؛ ب ع مثل ن ز ، ف(ن ز) معلوم ، فكل ف ى معلوم | . [٣١٨ ظ]
٢٠

[ج ٤] **لأبي العلاء بن أبي الحسين في هذه المسألة .**

دائرة ا ب ح : أخرج قطرها ، وهو ا ح ، وأخرج فيها وتر م س ، على زوايا قائمة على القطر ، فكان ه ح معلوماً | ، وأخرج ب ك يوازي س م ، فكان ا ح معلوماً ، ووصل بين نقطتي م ، ب بخط م ب ، فكان معلوماً . نريد أن نعلم باقي القطر :

تدبير ذلك (الشكل ٥٧) أن نخرج خطي ب ا ، م ح .

فبينّ أن نسبة كل واحد منهما إلى الآخر معلومة ، لأن مربعيهما مثل ضرب أ ح في كل واحد من خطّي ه ح ، أ ح المعلومين .



شكل (٥٧)

ففي دائرة أ ب ح : ذو أربعة أضلاع ، وهو أ ب م ح . فضرب ب م المعلوم في أ ح ، وضرب م ح في أ ب ، مثل ضرب قطريه ، أحدهما في الآخر ، وهما خطّا م أ ، ح ب . لكن نسبة ضرب م ح في أ ب إلى مربع ب أ معلومة ؛ ومربع ب أ مثل ضرب خط أ ح المعلوم في أ ح . فبينّ أن ضرب م ح في ب أ مثل ضرب خط معلوم في أ ح .

فبينّ إذن أن ضرب ح ب في م أ مثل ضرب خط معلوم في أ ح .

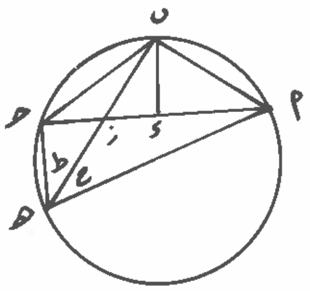
ونجعل مربع ب ء مثل فضل مربع خط ب أ على مربع خط م ح ، ونصل ح ء . فمربّعا خطّي ح م ، م أ مثل مربعي خطي أ ب ، ب ح . لكن مربّع خط م ح مثل مربع خط أ ء ، وضرب أ ء في ء ب مرتين . فيبقى إذن مربع خط م أ مثل مربع خط ء ب ومربع ب ح . وإذن خط ء ح مثل خط م أ .

فبيّن أن خط أ ب قد انقسم على نسبة معلومة ، على نقطة ء .

[ص ٢٠٠] فمثلث ا أ ب ح : زاوية ب منه قائمة ، واخرج عمود ب ح ، أ ح معلوم ، وقسم ب أ على نسبة معلومة ، وأخرج ح ء ، فكان ضرب ح ب في ح ء مثل ضرب خط معلوم ، وهو ل ، في أ ح . وقد ذكرنا قبيل كيف استخرج هو هذه المسألة ، وقبل ذلك طريقنا فيها .

[٥] دائرة أب ح : فيها وتر أ ح : سهمه ، وهو ب ء ، معلوم ، وأخرج خطًّا أ ه ، ه ح فكان كل واحد منهما معلوماً ، ونريد أن نعلم القطر .

فنصل ب ه (الشكل ٥٨) ، فلأن قوس أ ب مثل قوس ب ح ، فزاويتا ع ، ط متساويتان . ولذلك نسبة أ ه إلى ه ح ، المعلومة ، كنسبة أ ز الى ز ح . فإذا ركبنا ونصفنا المقدم ، وفصلنا بعد ذلك ، صارت نسبة ء ز إلى ز ح معلومة . ولأن زاوية أ ه ز مثل زاوية ب ه ح ، المساوية لزاوية ب أ ح ، لأن قطعتهما واحدة ، تكون زاوية ب أ ح ، [ص ٢٠١] مثل زاوية ا ع . وزاوية أ ب ه مشتركة ، في مثلثي أ ب ز ، ه أ ب ، فنسبة ب ه إلى ه أ ، كنسبة أ ب إلى ز أ .



شكل (٥٨)

ولأن مثلثي أ ب ز ، ز ه ح متشابهان ، فنسبة أ ب ألى أ ز كنسبة ه ح إلى ه ز ؛ فنسبة ب ه إلى ه أ ، كنسبة ه ح إلى ه ز . فضرب ب ه في ه ز ، مثل ضرب أ ه في ه ح المعلوم .

فإذن ضرب ب ز في ز ه مع مربع ه ز : معلوم فلذلك ضرب أ ز في ز ح ، مع مربع ز ه ، معلوم . ونسبة ضرب أ ز في ز ح ، إلى مربع ز ح : معلومة .

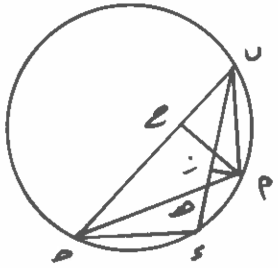
فمربع ه ز مع سطح معلوم النسبة الى مربع ز ح : معلوم . لكن فضل

[٣١٩ و] | مربع ب ز ، على مربع ز ء : معلوم ، لأنه مثل مربع ب ء المعلوم . وقد بيّنا أن نسبة مربع ء ز إلى مربع ز ج : معلومة ؛ فإذن فضل مربع ب ز على سطح ، له الى مربع ز ه [نسبة] معلومة ، معلوم ؛ ومربع ه ز ، مع سطح له إلى مربّع زد نسبة معلومة ، معلوم . فإذن مربّع ب ز مع سطح له إلى مربع ز ه نسبة معلومة ، معلوم .

وقد كان ضرب ب ه في ه ز معلوماً . فنضعف ذلك ، ونضيف مربع [ص ١٩١] ب ز ، مع سطح له إلى مربع ز ه نسبة | معلومة ، فيصير جميع ذلك معلوماً ، وهو مربع ب ه ، مع سطح معلوم النسبة إلى مربع ه ز . فليكن ذلك السطح هو مربع ه ى فمربّعا ب ه ، ه ى ، إذا جمعا ، معلومان .

ولأن ضرب ب ه في ه ز معلوم ، ونسبة ه ز إلى ه ى ، المعلومة ، كنسبة ضرب ب ه في ه ز ، المعلوم ، إلى ضربه في ه ى ، فضرب ه ى في ه ب : معلوم ، ومربعاهما ، إذا جمعا : معلومان ، فكل واحد منهما معلوم . ولذلك ه ز معلوم . فضرب ه ز في ب ز معلوم . ولذلك ضرب أ ز في ز ج معلوم . ونسبة أ ز الى ز ج معلومة ؛ فخط أ ج إذن معلوم . فمثلث أ ج ه معلوم الأضلاع ، وتحيط به دائرة ، فهي معلومة القطر .

[٥أ] لأبي الحسن ، إسحق بن ابراهيم بن يزيد الكاتب[٣] في هذه المسألة :



شكل (٥٩)

دائرة أ ب ج : وقع فيها وتر ء ب ، وسهمه وهو أ ز | معلوم ، [ص ١٩٢] وأخرج من طرفي وتر ء ب خطًّا ء ج ، ج ب ، فكانا معلومين . نريد أن نعلم القطر

فلأن سهم كل وتر يقسم القوس التي خرج

منها الى الوتر بنصفين ، فقوس أ ء (الشكل ٥٩) مثل قوس أ ب . ونخرج من زاوية ء ج ب خطاً إلى نقطة أ ، ونصل بين نقطتي أ ، ب ، بخط أ ب ، ونخرج من نقطة أ على خط ج ب عمود أ ح ، فلأن قوس أ ء مثل قوس أ ب ، تكون زاوية ء ج أ مثل زاوية أ ج ب . فخط ج ه قد قسم زاوية ء ج ب بنصفين ، ووقع على قاعدة ء ب . فنسبة ء ه إلى ه ب كنسبة ء ج إلى ج ب ، ونسبة ء ج إلى ج ب معلومة ، فنسبة ء ه إلى ه ب معلومة . ولذلك نسبة ء ب إلى كل واحد من ء ه ، ه ب ، معلومة ؛ فنسبة ء ب إلى ب ه معلومة . وكذلك أيضاً : نسبة ب ز ، الذي هو نصف ء ب ، إلى ب ه : معلومة . وعلى التفصيل تكون نسبة ب ز إلى ز ه معلومة .

ومثلثا أ ح ج ، أ ز ب متشابهان ، لأن زاوية ح قائمة ، وزاوية أ ج ح مساوية لزاوية أ ب ز . فنسبة ج ح إلى أ ح ، كنسبة ب ز إلى ز أ .

ولأن زاوية ج أ ح مثل زاوية ب أ ز ، وزاوية | ز أ ح مشتركة [ص ١٩٣] لزاويتي ج أ ح ، ب أ ز ، تكون زاوية ز أ ه مثل زاوية ح أ ب . وزاوية أ ح ب قائمة ، وزاوية أ ز ه قائمة ، فبقيت زاوية أ ب ح مثل زاوية أ ه ز . فمثلثا أ ز ه ، أ ح ب متشابهان . فنسبة أ ح إلى ح ب كنسبة أ ز إلى ز ه .

فبالمساواة : نسبة ج ح إلى ح ب كنسبة ب ز الى ز ه ، المعلومة ، فهي معلومة . وخط ب ج معلوم ، فكل واحد من ب ح ، ح ج | معلوم . فـ [٣١٩ ظ] (ب ح) معلوم ومجموع مربعي أ ح ، ب ح مثل مجموع مربعي أ ز ،

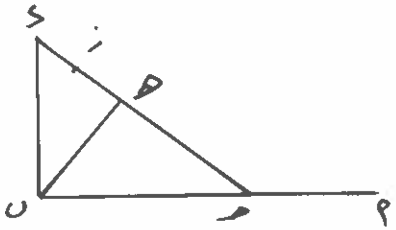
ب ز ؛ ب ح ، ا ز معلومان ، ففضل مربع ب ح على مربع ا ز معلوم ، وهو فضل مربع ب ز على مربع ا ح ، فهو معلوم . وضرب ج ح المعلوم في ا ز المعلوم ، وهو ضرب ا ح في ب ز . ففضل مربع ا ح على مربع ب ز معلوم . وضرب أحدهما في الآخر معلوم ، فكل واحد منهما معلوم .

وإذن كان ب ز معلوماً ، ومربعه مثل ضرب ا ز في باقي القطر ، فضرب ا ز في باقي القطر معلوم . و ا ز معلوم ، فباقي القطر معلوم .

وإن كان ا ز يساوي ب ح ، فَ(ا ح) يساوي ب ز . وضرب [ص ١٩٤] أحدهما في الآخر معلوم ، فكل واحد منهما معلوم |

[٦] خط ا ب : [يراد أن] يقسم ، وهو معلوم ، بقسمين [بحيث] يكون متى أخذ سطح نسبته إلى مربع الخط ومربع أحد القسمين كنسبة معلومة ، وسطح آخر نسبته الى ضرب الخط في ذلك القسم مرتين : معلومة ، وسطح ثالث نسبته الى مربع القسم الثاني معلومة ، كانت السطوح الثلاثة متناسبة .

لنا في ذلك هذا التحليل :



شكل (٦٠)

لننزل ان الخط انقسم على ج (الشكل ٦٠) كما قيل . ونخرج من ب عمود ب د ، وليكن ب د مثل ا ب ، فَ(ب د) معلوم ، والسطح الذي نسبته إلى مربعي ا ب ، ب ج ، أعني د ب ، ج ب معلومة : نسبته الى مربع ج د معلومة.

فإذن نسبة سطح معلوم النسبة الى مربع ج د : إلى سطح نسبته الى ضرب ا ب ، أعني ب د ، في ب ج مرتين ، معلومة ، كنسبة هذا السطح الى سطح نسبته الى مربع ا ج معلومة .

لكن إن أخرج | عمود ب ه ، كانت نسبة سطح نسبته الى مربع ج د [ص ١٩٥] معلومة ، إلى سطح نسبته إلى ضرب ج ب في ب د مرتين ، أعني ج د في ه ب مرتين ، معلومة ، كنسبة هذا السطح الى سطح نسبته إلى مربع ا ج معلومة .

فليكن ضرب ج د في ب ه مرتين ، مثل ضرب ج د في ج ز ، أعني أن يكون ضعف ه ب هو ج ز ، فلأن فضل ما بين مربعي ب د ، ب ج ، وبين ضرب ب د في ب ج مرتين هو فضل ما بين مربع ج د وضرب ج د في ج ز ، وهذا الفضل هو مثل فضل مربعي ا ب ، ب ج على ضرب ب ا في ب ج مرتين ، الذي هو مربع ا ج ، فإذن فضل ما بين مربع ج د ، وضرب ج د في ج ز ، هو مربع ا ج ، وهو أيضاً ضرب ج د في خط د ز . فضرب ج د في د ز مثل مربع ا ج .

فإذن نسبة سطح معلوم النسبة الى مربع ج د ، الى سطح معلوم النسبة إلى ضرب ج د في ج ز ، كنسبة هذا السطح الى سطح نسبته الى ضرب ج د في د ز معلومة . فتكون نسبة مربع ج د الى سطح ما نسبته الى ضرب ج د في ج ز معلومة ، كنسبة هذا السطح الى سطح آخر نسبته الى ج د في د ز معلومة .

فأما نسبة مربع ج د إلى سطح معلوم النسبة إلى ضرب ج د في ج ز ، فهي مثل نسبة خط ج د الى خط نسبته | الى ز ج | معلومة . وأما نسبة سطح [٣٠٦ و] [ص ١٠٨] نسبته الى ضرب ج د في ز ج معلومة ، إلى سطح نسبته إلى ضرب ج د في د ز معلومة ، فهي كنسبة خط معلوم النسبة عند ز ج إلى خط معلوم النسبة عند ز د .

فإذن نسبة ح ء إلى خط معلوم النسبة الى ح ز ، كنسبة خط معلوم النسبة إلى
[ص ١٣٨] ح ز | إلى خط معلوم النسبة إلى خط ء ز ، فضرب ح ء في خط معلوم النسبة
الى ز د ، مثل ضرب خط معلوم النسبة عند خط ز ح في خط معلوم النسبة عند
ز ح . وأما ضرب ح ء في خط معلوم النسبة الى ز ء ، فإنه سطح نسبته إلى
ضرب ح ء في ء ز معلومة . فإذن نسبة ضرب خط نسبته إلى ح ز معلومة ، في
خط نسبته الى ح ز معلومة ، إلى ضرب ح ء في ء ز معلومة .

لكن نسبة مربع ح ز ، إلى ضرب خط نسبته الى ز ح معلومة ، في خط نسبته الى ح ز معلومة ، نسبة معلومة . فإذن نسبة مربع ح ز ، إلى ضرب ح ء في ء ز معلومة . فنسبة مربع ز ح إلى ضرب ح ء في ء ز ، أربع مرات ، معلومة .

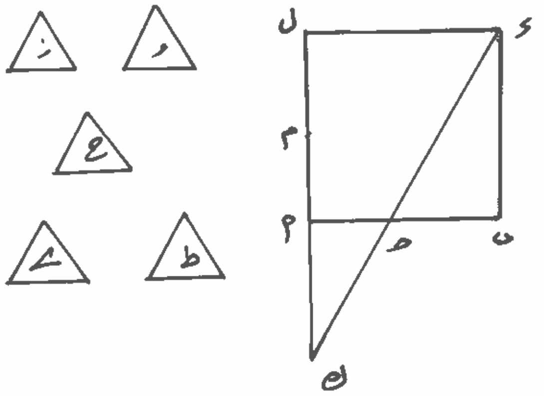
وعلى الجمع تكون نسبة مربع ز ح ، مع ضرب ح ء في د ز ، أربع مرات ، أعني مربع مجموع ح ء ، ء ز الى مربع ح ز ، معلومة . فنسبة ز ح إلى خط ح ء تكون معلومة .⁽⁵⁾

و ح ز ضعف ه ب ، فإذن نسبة ه ب إلى ح ء معلومة . فنسبة مربع ح ء ، أعني مربعي ح ب ، ب ء و إلى ضرب ح ء في ه ب ، أعني ضرب ح ب في ب ء و معلومة. فنسبة ح ب الى ب ء معلومة بسهولة، و ب ء معلوم ، فَ (ح ب) معلوم . فنقطة ح معلومة .

[ص ١٩٣] | **لأبي العلا بن الحسين**⁽³⁾ **في ذلك :**

[٦ ا] خط ا ب مفروض ، وقُسم بقسمين على ح ، وأخذ سطح نسبته الى مجموع مربعي ا ب و ب ح نسبة معلومة ، وهو سطح و ، وسطح نسبته إلى ضرب ا ب في ب ح معلومة ، غير النسبة الأولى ،

وهو سطح ز و وسطح نسبته إلى مربع ا ح غير النسبتين الأولين ، وهو سطح ع ؛ فكانت السطوح الثلاثة متناسبة



شكل (٦١)

فنقيم على ب ، من خط ا ب [الشكل ١١] ، خط ب ء عموداً على
ا ب ، ويكون مساوياً لخط ا ب ، ونصل ح ء ، فيكون مربع ح ء مثل
مربعي ا ب ، ب ح . فنسبة مربع ح ء إلى سطح و النسبة المفروضة . ونجعل
نسبة سطح ط إلى سطح ز كنسبة مربع ح ء إلى سطح و ، ونجعل أيضاً نسبة
سطح ى إلى سطح ع كنسبة مربع ح ء | الى سطح و . فبين ان مربع ح ء ، [ص ١٤٠]
وسطح ط ، وسطح ى متوالية على نسبة . فإذن نسبة ط إلى ضرب ب ح في ب ا
المعلوم : معلومة . فلذلك يكون سطح ط مساوياً لضرب ب ح في خط آخر معلوم
عند ا ب ؛ وأيضاً فإن سطح ى نسبته إلى مربع ا ح معلومة ؛ فبيِّنٌ أن نسبة خط
ح ء كنسبة هذا الخط إلى خط نسبته الى ح ا نسبة مفروضة ، أعني القوى على
ى .

فإذن ضرب خط ء ح في خط له الى ا ح : نسبة مفروضة ، مثل ضرب
ب ح في خط مفروض . فلذلك تكون نسبة ضرب ح ء في الخط الذي نسبته الى
ح ا مفروضة ، أعني القوي على سطح ى ، الى ضرب ح ء في ح ا : نسبة | [٣٠٦ ظ]
مفروضة .

لـكن لأن حـ ء ، في هذا القـوي على سطـح ى ، الـذي نسبتـه إلى حـ أ مفروضة ، مثل ب حـ في خط معلوم ، تكون نسبة ب حـ في خط معلوم ، إلى حـ ء في حـ أ : نسبة مفروضة . فلذلك يكون ء حـ في حـ أ مثل ب حـ في خط معلوم آخر(٦) . فنخرج من نقطة أ خطاً يوازي خط ء ب ، وهو أ ك ، ونخرج خط ء حـ حتى يلقاه على ك ، فمثلثا ب حـ ء ، أ حـ ك متشابهـان ، وضرب خط حـ ء في حـ أ : مثل ضرب خط ب حـ في حـ ك .

[ص ١٤١] وقد كان بُيِّنَ أيضاً أن ضرب حـ ء في خط حـ أ مثل ضرب ا ب حـ في خط معلوم . فَ (حـ ك) إذن هو ذلك الخط المعلوم .

ونخرج من ء خطّاً يوازي حـ أ ، وهو ء ل ، فبيِّنٌ أن سطـح أ ب ء ل مربع قائم الزوايا ، وأن مثلثي ب حـ ء ، ك ل ء متشابهان . فإذن ضرب ب حـ في ك ل : مثل ضرب ء ب في ء ل ، أعني مربع ء ب المعلوم فضرب ك ل في ب حـ معلوم .

وإذا فصلنا من أ ل مثل أ حـ ، وهو أ م ، بقي م ل مثل ب حـ ، لأن خط أ ب مثل خط أ ل . فضرب ك ل في ل م معلوم ، أعني ضرب أ ل في ل م ، أ ك في ل م ، الذي هو مساوٍ لمربع أ ل ؛ لما قد كان تَبينٌ . لكن مربع أ ل مثل ضرب أ ل في ل م وَل أ في أ م . نسقط ضرب أ ل في ل م المشترك ، يبقى ضرب ل أ في أ م : مثل ضرب أ ك في م ل .

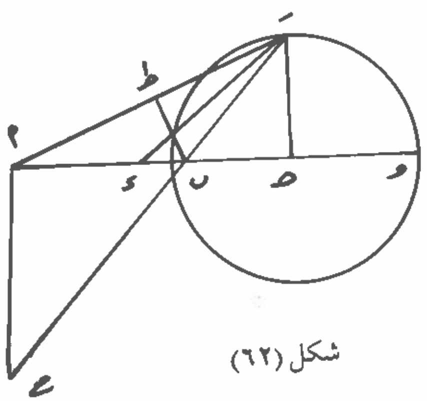
ولنا ضرب ك ل في ل م معلوم ، حـ أ مثل أ م ، فإذن مجموع ضرب ك ل في ل م ، ومربعي ك أ ، أ م : معلوم . لكن ضرب ك ل في ل م هو مربع ل م ، وضرب ل م في أ م ، أ ك في م ل .

فإذن مجموع مربعات ك أ ، أ م ، م ل ، وضرب ك أ في م ل ، أ م في م ل : معلوم . فإذن مجموع ضرب ل أ في أ م ، ومربعي ل م ، ك أ مع ضرب ك أ في م ل : معلوم

ولكن قد كان تبينٌ أن ضرب ل أ في أ م مساوٍ لضرب ك أ في م ل . فيجب من ا ذلك أن يكون مجموع مربعي أ ك ، م ل ، وضرب ك أ في [ص ١٤٢ م ل مرتين : معلوماً . فيصير مجموع خطَّيْ ك أ ، م ل معلوماً . وخط أ ل معلوم ، فالفضل بين خطي أ ك ، أ م معلوم ، ومجموع مربعيهما معلـوم . فَ أ م معلوم ، وهو مثل أ حـ

[٧] هذه المسألة تنسب إلى أبلونيوس ، ولنا في قسم منها استخراج : ليكن خط معلوم عليه أ ب ، ولتكن نسبة أ حـ إلى ب حـ معلومة ، وليكن ضرب حـ ء في حـ ب ، مثل مربع حـ و ؛ ونخط على مركز حـ ، وببعد حـ و : دائرة و ز [الشكل ٦٢]

فأقول : إنا إن أخرجنا من نقطتي أ ، ب خطـين إلى محيط هذه الدائـرة ، وهما أ ز ، ب ز : كان [٣٠٧ و] مربع أ ز أعظم من سطح له إلى مربع ب ز نسبة أ حـ إلى حـ ب ، بسطح ب أ في أ ء المفروض ا [ص ١٤٣]



شكل (٦٢)

برهان ذلك أن نخرج حـ ز ، ونخـرج أ ح يوازيه ، ونخـرج ز ب ، وليلقَ أ ح على ح ، ونخرج ز ء . ولنجعل ز أ في أ ط مثل ب أ في أ ء ، ونصل ب ط .

فلأن ضرب حـ ء في ب حـ مثل مربع حـ و ، حـ و مثل حـ ز ، يكون ضرب حـ ء في ب حـ مثل مربع حـ ز . فنسبة حـ ء إلى حـ ز كنسبة حـ ز إلى ب حـ . فمثلث ز ء حـ يشبه مثلث ز ب حـ . فزاوية ب ز حـ ، التي هي مثل

زاوية ا ح ب ، المبادلة لها ، مثل زاوية ز د ح . فزاوية ز د ح مثل زاوية ا ح ب .

ولأن ضرب ب ا في ا د مثل ضرب ز ا في ا ط تكون نسبة ب ا إلى ا ز كنسبة ا ط إلى ا د ، فمثلث ا ز د يشبه مثلث ا ط ب . فزاوية ا د ز مثل زاوية ا ط ب . فتبقى زاوية ز د ح ، التي قد تبينً أنها مثل زاوية ا ح ب ، مثل زاوية ز ط ب . فزاوية ز ط ب مثل زاوية ا ح ب ، وزاوية ط ز ب مشتركة ، فمثلث ط ب ز مشابه لمثلث ا ح ز . فضرب ح ز في ز ب مثل ضرب ا ز في ز ط ؛

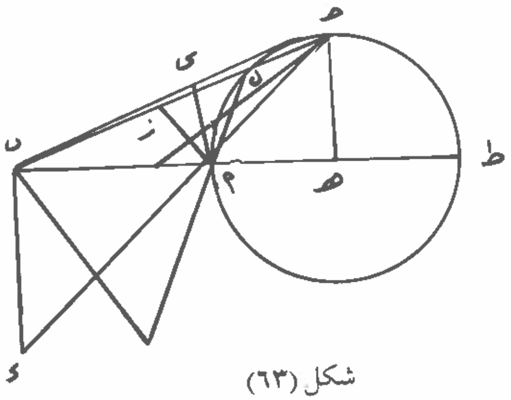
ونسبة ح ز إلى ب ز ، التي هي كنسبة ا ح إلى ح ب ، المعلومة ، كنسبة ضرب ح ز في ب ز الى مربع ب ز ، وضرب ح ز في ب ز هو مثل [ص ١٤٤] ا ز في ز ط . فنسبة | ا ز في ز ط إلى [مربع] ب ز هي كنسبة ا ح إلى ح ب المعلومة ومربع ا ز أعظم من ضرب ا ز في ز ط ، بضرب ز ا في ا ط الذي هو مثل ضرب ب ا في ا د المفروض .

قال ابراهيم بن سنان :

[٧ا] أما أبلونيوس فاستخرج هذه المسألة على أن السطح المعلوم أقل من مربع ا ب . فإن جعل السطح المعلوم هو مربع ا ب ، وأردنا أن نعمل دائرة يكون كل خطين يلتقيان على محيطها ، ومخرجهما من نقطتي ا ، ب : فضل مربع أحدهما على سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة ، هو مربع ا ب ، فإن تحليلنا نحن فيها [ص ١٤٥] هكذا | : ننزل أن الدائرة المطلوبة دائرة ح ، ونصل ا ح ، ب ح . وليكن ضرب ب ح في ى ب مثل مربع ا ب . فإذن نسبة ضرب ب ح في ح ى إلى مربع ا ح معلومة . ولأن ضرب ح ب في ى ب مثل مربع ا ب ، تكون نسبة ب ح إلى ا ب كنسبة ا ب إلى ى ب . وزاوية ا ب ى مشتركة للمثلثين ، فإذن زاوية ا حب مثل زاوية ب ا ى . ونعمل على ب من خط ا ب زاوية

ا ب د ، مثل زاوية ب ح ا ، التي هي مثل زاوية ى ا ب ، فزاوية ى ا ب مثل زاوية ا ب د ، فخط ا ى موازٍ لخط ب د | [الشكل ٦٣]

ولكن لأن نسبة ضرب ب ح في ح ى إلى مربع ا ح المعلومة مؤلفة من نسبة ب ح إلى ح ا ، ومن ح ى إلى ح ا ، التي هي نسبة ى ب إلى ا د ، تكون النسبة المؤلفة من ب ح إلى ح ا ومن ى ب إلى ا د : معلومة :



شكل (٦٣)

وهي نسبة ضرب ب ح في ى ب إلى ضرب ح ا في ا د . لكن ح ب في ى ب معلومة ، لأنها مثل مربع ا ب . فإذن ضرب ح ا في ا د معلوم . وليكن ضرب ا ب في ا ه مثله ، فنقطة ه معلومة .

| ونصل ه ح . فلأن زاوية ا ب د مثل زاوية د ح ب ، وزاوية د ، [ص ١٤٦ في مثلثي ا د ب ، ح ب د ، يكون مثلثا ح ب د . ا د ب متشابهين . فنسبة ح د إلى د ب ، أعني د ب إلى د ا ، كنسبة ح ب إلى ا ب . لكن ضرب ا ه ⁄ ا ب مثل ح ا في ا د ؛ فتكون نسبة ا ب إلى ا ح كنسبة د ا إلى ا ه . وزاوية ا في المثلثين جميعاً . فنسبة ب د إلى د ا كنسبة ح ه إلى ه ا . فإذن نسبة ح ه إلى ه ا كنسبة ح ب إلى ب ا . فإذا بدلنا ، صارت ⁄ ح ه إلى ح ب مثل نسبة ه ا إلى ا ب المعلومة . ⁄ في ⁄ نسبة

ونخرج خطين آخرين ، وهما ا ل ، ل ب ، إلى محيط الدائرة . وليكن ضرب ب ز في ل ب مثل مربع ا ب ، أعني ضرب ح ب في ى ب . ولنخرج م ب حتى تكون زاوية ا ب م مثل زاوية ا ل ب . ويتبين من ذلك أن خط ا ز موازٍ لخط م ب ، لأن زاوية ب ا ز مثل زاوية ا ل ب ، أعني زاوية

أ ب م . ولذلك تكون النسبة المؤلفة من ل ب إلى ل أ ، ومن ل ز إلى ل أ ، هي بعينها النسبة المؤلفة من نسبة ب ح إلى ح أ ، ح ى الى ح أ ، لأنه هكذا طلب منا في المسألة .

[ص ١٤٧] وقد بيّنا أن هذه النسبة هي نسبة ضرب ب ح في ى ب ا إلى ضرب ح أ في أ ء .

وبينٌ من قِبَل ان نسبة ل ز إلى ل أ كنسبة ب ز إلى أم ، أن نسبة ضرب ل ب في ب ز ، إلى ضرب ل أ في أم ، كنسبة ضرب ب ح في ى ب ، الذي هو ايضاً ل ب في ب ز ، إلى ضرب ح أ في أ ء . فتكون نسبة ضرب ل ب في ب ز إلى ضرب ح ء في أ ح ، وإلى ل أ في أم : واحدة . فضرب أ ح في أ ء مثل ضرب ل أ في أم ، وضرب ح أ في أ ء مثل ضرب ب أ في أ ه ، فضرب ل أ في أم أيضاً مثل ب أ في أ ه .

فإذن نسبة ب أ إلى أ ل كنسبة م أ إلى أ ه ، وزاوية ل أ ه مثل زاوية ب أ م . فمثلثا ب أ م ، ه أ ل متشابهان . فتكون نسبة ب م إلى م أ ، كنسبة ل ه إلى ه أ . ولكن نسبة ب م إلى م أ ، كنسبة ل ب إلى ب أ ، لأن زاوية أ ب م مثل زاوية م ل ب . وزاوية ب م ل مشتركة . فتبقى زاوية م أ ب مثل زاوية ل ب م

فإذن نسبة ل ب إلى ل ه كنسبة ب أ إلى أ ه المعلومة . وهي أيضاً كنسبة ب ح إلى ح ه .

وكذلك يكون كل خطين يخرجان من ه ، ب إلى دائرة ط ح : نسبة

[ص ١٤٨] أحدهما الى الآخر واحدة ، وهي نسبة ب أ إلى أ ه ا

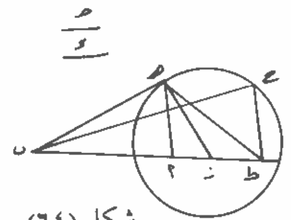
[٣٠٨ و] فقد انحلت هذه المسألة إلى مسألة أبلونيوس أيضاً . ولنا فيها استخراج ا إلا أن هذا الطريق لم يتبين منه أن دائرة ط ح تجوز على نقطة أ . أما أبلونيوس فقد حلَّل هذا القسم تحليلاً لستُ أحفظه ، وقد كنت وقفت عليه ، وتبين منه أن دائـرة

ط ح تجوز على أ . وباقي تحليلنا لهذه المسألة يتبين منه ذلك .⁽⁷⁾

[٧ ب] فأما المسألة التي تأدي اليها التحليل ، فطريق ابلونيوس فيها هكذا :

نضع نقطتي أ ، ب ، ونسبة ما ، وهي نسبة ح الى ء . ونريد أن نعمل دائرة إذا أخرج اليها خطّان من أ ، ب ، والتقيا على محيطها ، كانت نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة ح إلى ء .

فننزل أن ذلك قد وقع ، والدائرة ه ، ونخرج أ ه ، ه ب [الشكل ٦٤] فنسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ح الى ء . فإن نحن جعلنا زاوية ا ز ه أ [ص ١٤٩] مثل زاوية أ ب ه ، وزاوية ز مشتركة ، صارت زاوية ز أ ه مثل زاوية ب ه ز ، وصارت نسبة ب ز إلى ز ه كنسبة ب ه إلى ه أ المعلومة . ونسبة ب ز إلى ز أ كنسبة مربع ب ز إلى مربع ز ه⁽⁸⁾ ، فنسبة ب ز إلى ز أ معلومة ، وخط ز أ معلوم ، فنقطة ز معلومة .



شكل (٦٤)

end

ونخرج خطين آخرين ، وهما أ ع ، ع ب . فنسبة أ ع إلى ع ب كنسبة ح إلى ء . فتصير نسبة ع ب إلى ع أ معلومة ، وهي كنسبة ب ه إلى ه أ . وتكون في القوة متناسبة .

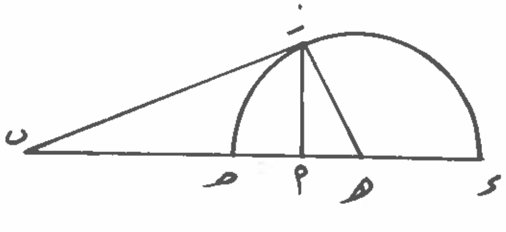
لكن نسبة ب ه إلى ه أ ، أعني ب ز إلى ز ه في القوة⁽⁸⁾ ، كما بينا ، كنسبة ب ز إلى ز أ ، فزاوية ع أ ز مثل زاوية ز ع ب .

وذلك أنها لو لم تكن مثلها لعملنا زاوية ط ع ب مثل زاوية ز أ ع ، فصار مثلثا ط ع ب ، ط أ ع متشابهين ، وصارت نسبة مربع ب ع إلى مربع أ ع ، أعني نسبة مربع ب ط إلى مربع ط ع ، كنسبة ب ط إلى ط أ ،

وكانت كنسبة ب ز إلى ز ا ، فنسبة ب ط إلى ط ا ، كنسبة ب ز إلى ز ا ، وذلك محال ، لأنها إذا فصلت أوجبت أن يكون خط ز ا مثل خط ا ط . فإذن زاوية ز ا ح مثل زاوية ز ح ب . فنسبة ب ح الى ح ا المفروضة كنسبة ب ز إلى ز ح ، وكانت كنسبة ب ز إلى ز ه ، فـ ز ه مثل ز ح [ص ١٥٠] | فنقطة ز مركز دائرة ه ح .

ولأن نسبة ب ز الى ز ه ، كنسبة ز ه إلى ا ز ، لتشابه المثلثين ، يصير ضرب ب ز في ز ا المعلوم ، مثل مربع ز ه ، فمربع ز ه معلوم، فـ ز ه معلوم ، فنقطة ز معلومة . ودائرة ه ح معلومة .

[٧ج] وتركيبنا نحن لتحليل لنا في هذه المسألة كان هكذا : [الشكل ٦٥]



شكل (٦٥)

نضع خطًّا ما، وهو ا ب ، ونسبة ا ج إلى ج ب مفروضة ، ونجعل نسبة ب د إلى د ا كنسبة ب ج الى ج ا . فنٍ ذلك يسهل : أعني تزاد في خط ا ب زيادة [بحيث] تكون نسبة الخط مع الزيادة ، إلى الزيادة ، معلومة . ونعمل على د ج نصف دائرة ، فأقول : [٣٠٨ ظ] ان كل خطين يخرجان من ا ، ب | يفعلان ما قصدنا له :

برهان ذلك : أن نسبة ب د إلى د ا كنسبة ج ب إلى ج ا . فعلى التبديل تكون نسبة ب د إلى ب ج مثل نسبة د ا إلى ا ج . فنقسم خط ج د بنصفين على ه :

فلأن نسبة ب د إلى ب ج كنسبة ا د إلى ا ج ، تكون نسبة نصف الفضل بين د ب ، ب ج ، أعني ج ه ، إلى ب ج : كنسبة نصف الفضل بين

د ا ، ا ج ، أعني ا ه ، إلى ا ج . فإذن نسبة ه ج إلى ج ب كنسبة ا ه إلى ا ج . فإذن نسبة ب ج إلى ج ه كنسبة ج ا إلى ا ه .

ونركب فتكون نسبة ب ه الى ه ج كنسبة ه ج إلى ه ا . فإذن ه ج متوسط بين ه ب ، ه ا فإن علّمنا على نصف الدائرة نقطة ز ، كان خط ه ز مثل ه ج . فإذن نسبة ب ه إلى ه ز كنسبة ه ز إلى ه ا ، وزاوية ه مشتركة ، فمثلثا ه ا ز ، ه ز ب متشابهان ، ولذلك تكون نسبة ب ز إلى ز ا مثل نسبة ب ه إلى ه ز ، أعني ب ه إلى ه ج . فإذن نسبة ب ز إلى ز ا كنسبة ضعف ب ه إلى ضعف ه ج ، أعني مجموع د ب ، ب ج إلى د ج . فنسبة ب ز الى ز ا كنسبة مجموع د ب ، ب ج إلى د ج .

وقد كان بينٌ فيما تقدم أن نسبة د ب إلى ب ج | كنسبة د ا إلى ا ج . [ص ١٥٢] فإذن على التركيب ، تكون نسبة مجموع د ب ، ب ج إلى ب ج كنسبة د ج إلى ج ا . وبالتبديل : نسبة مجموع د ب ، ب ج إلى ج د ، كنسبة ب ج إل ج ا .

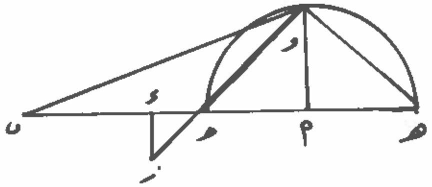
وكانت نسبة ب ز إلى ز ا كنسبة مجموع د ب ، ب ج إلى د ج . فإذن نسبة ب ج إلى ج ا كنسبة ب ز إلى ز ا . فنسبة ا ج إلى ج ب المفروضة ، كنسبة ا ز الى ب ز .

وكذلك أيضاً نبين أن كل خطين يخرجان ، فهما يفعلان هذه النسبة بعينها .

فقد تبين أن الدائرة المطلوبة تجوز على نقطة ج . ونظيرتها في الشكل الذي أدى الى هذا : نقطة ا فكذلك في ذلك الشكل تجوز الدائرة على نقطة ا (٩) .

[٧ ء] | وقد كان لجدي أبي الحسن ، ثابت ، في ذلك تركيب على هذه الجهة ، وهو قصد هذا الطريق :

ليكن خط أ ب معلوماً ، ونسبة أ ح إلى ح ب معلومة ، ونقسم خط أ ب بنصفين على ء [الشكل ٦٦]، ونجعل ضرب أ ح في ح ب ، مثل ضرب ح ء في خطٍّ ما ، وليكن ذلك الخط ح هـ . ونعمل على خط ح هـ نصف دائرة هـ و ح ، فأقول : إن نصف دائرة هـ و ح يعمل ما قصدنا له :



شكل (٦٦)

برهان ذلك انا نعلّم نقطة و على محيط النصف دائرة ، كيفما وقعت ، ونصل ح و ، ب و ، ونخرج من ء عمود ء ز يلقى و ح على ز ، ونصل هـ و .

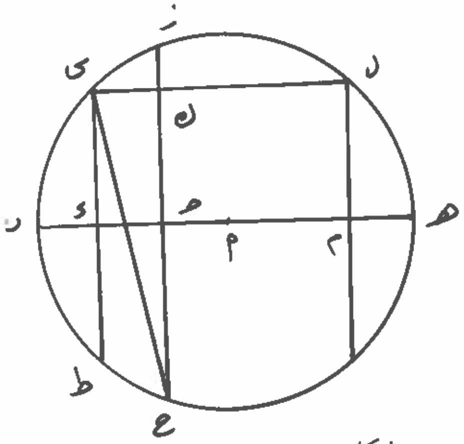
فزاوية هـ و ح قائمة ، وزاوية ح ء ز قائمة ، وزاوية هـ ح و مثل زاوية ء ح ز ، فالزاويتان الباقيتان متساويتان . ولذلك تكون أضلاع مثلثي هـ ح و ، ح ز ء متناسبة . فنسبة هـ ح إلى ح و كنسبة ح ز إلى ء ح فضرب ح هـ في ح ء مثل ضرب ز ح في ح و . وقد كان جعل مثل ضرب أ ح في ح ب . فإذن ضرب و ح في ح ز مثل ضرب أ ح في ح ب . فإذن نقط ز أ ب و في دائرة .

ولأن خط أ ب وتر في تلك الدائرة ، وقد قسم بنصفين على ء ، وأخرج عمود
[. . . و] ء ز يلقى قوس الدائرة على نقطة ز |
[ص ٥] إذن قد بيّنا أن نقطة ز على تلك الدائرة . وتكون القوس التي بين أ ، ز من تلك الدائرة ، مثل القوس التي بين ز ، ب من تلك الدائرة . فالزاويتان اللتان على هاتين القوسين متساويتان .

لكن هاتين الزاويتين هما زاويتا أ و ز ، ز و ب ، لأن و على محيط تلك الدائرة . فإذن قد قسمت زاوية أ و ب بنصفين ، بخط ح و . فنسبة أ و إلى و ب مثل نسبة أ ح إلى ح ب

وكذلك نبين أن كل خطين يخرجان من أ ، ب إلى محيط النصف دائرة يحدثان هذه النسبة . وذلك ما أردنا أن نبين .

[٨] ليكن خط أ ب مقسوماً بنقطتي ح ، ء [الشكل ٦٧] . وليكن فضل مربع أ ب على مربع ح أ معلوماً ، وفضل مربع أ ب على مربع أ ء معلوماً وفضل مربع ح ب على مربع ء ب معلوماً . نريد أن نعلم الخطوط.



شكل (٦٧)

فنجعل أ هـ مثل أ ب . ففضل مربع أ ب على مربع أ ح معلوم وهو ضرب مجموعهما في خط ب ح ، لكن مجموعهما هو هـ ح . فضرب هـ ح في ح ب معلوم

وعلى هذا المثال يكون ضرب هـ ء في ب ء معلوماً .

ونعمل على قطر هـ ب دائرة ، ونخرج من نقطتي ح ، ء عمودي ء ي ، ح ز ، وننفذهما إلى ط ، ع

فضرب هـ ح في ح ب ، أعني مربع ح ز ، معلوم ، فيكون ح ز معلوماً . وكذلك ي ء يكون معلوماً أيضاً . ويكون كل واحد من مثليهما معلوماً . فإذن ز ع ، ط ي معلومان .

ونخرج ك ى عموداً على ز ح ، وليلقَ الدائرة على ل . ونخرج عمود ل م على القطر .

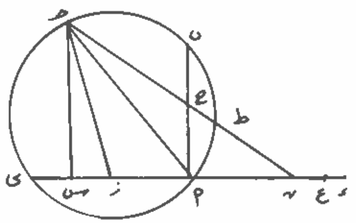
فظاهر أن د ى مثل ك ج ، المعلوم ، ج ز معلوم ، فإذن ز ك معلوم ، ح ج معلوم ، ك ج معلوم ، فَـ ك ح معلوم . فضرب ك ز في ك ح . أعني ضرب ى ك في ك ل ، معلوم . فإذن م ج في ج د معلوم .

ولأن فضل مربع ج ب على مربع د ب معلوم ، يكون ضرب مجموعهما في [ص ٧] ج د معلوماً . ونضيف إليه ضرب م ج في ج د المعلوم ، فيصير ضرب | مجموع م ب ، ب د ، في ج د معلوماً . لكن د ب مثل م ه ، لأن ى ل يوازي القطر ، وأخرج عمودا ل م ، د ى عليه ، فهما متساويان ، ويفصلان مما يلي طرف القطر خطَّين متساويين . فإذن مجموع م ب ، ب د هو قطر ه ب . فضرب ه ب في ج د معلوم .

وإن وصل خطَّا ح ى ، ى ز ، كان ضرب أحدهما في الآخر : مثل ك ى ، أعني ج د ، في القطر : لأن كل مثلث يضرب ضلعاه ، أحدهما في الآخر ، مثل ضرب العمود الخارج من ملتقاهما على قاعدة المثلث ، في قطر الدائرة المعمولة على المثلث .

[. . . ظ] فضرب ز ى في ى ح معلوم . وفضل مربع ى ح على مربع ى ز | معلوم ، لأن ذلك هو فضل مربع ك ح على مربع ك ز ، اللذين كل واحدٍ منهما معلوم . فكل واحد من خطَّيْ ى ز ، ح ى معلوم ، ز ح قد كان معلوماً ، فالدائرة التي ترسم على مثلث ى ز ح معلومة القطر ، ونصف قطرها معلوم ، وهو ا ب ، فَا ب معلوم .

[٩] لتكن دائرة ا ب ج معلومة ، وخطوط ا ب ، ا ج ، ا د [الشكل ٦٨] معلومة الوضع . كيف نخرج من نقطة ج خطًّا كخط ج ح ط ه حتى يكون ضرب ج ط في ط ح مثل مربع ط ه ؟



شكل (٦٨)

فنعمل على أن ذلك قد كان ، ونخرج الخط المعطى ليقطع الدائرة على ى ، ونخرج خط ج ز موازياً لخط ا ب ، وخط ج س عموداً على د ى

فبيِّنٌ أن ضرب ج ه في ه ط مثل ضرب ى ه في ه ا . ولكن ج ه في ه ط هو ج ط في ط ه مع مربع ه ط ، أعني ط ج في ط ح

فلذلك يكون ضرب ى ه في ه ا مثل ج ط في ط ه ومربع ط ه ، أعني سطح ط ج في ط ح ، وذلك هو ج ط في ح ه . فإذن نسبة ج ط الى ه ى كنسبة ه ا إلى ه ح ، التي هي نسبت ا ز الى ج ح ، لأن ا ح يوازي ز ج . فإذن نسبة ط ج إلى ه ى مثل نسبة ا ز إلى ج ح . فضرب ط ج في ج ح مثل ه ى في ا ز .

ولكن لأن ضرب ى ه في ه ا مثل ج ه في ه ط ، يكون فضل مربع ى ه على مربع ه ج كفضل ضرب ى ه في ى ا على ضرب ه ج في ج ط . فذهب أيضاً ضرب ط ج في ج ح مثل ضرب ى ه في ا ز ، فيكون فضل مربع ه ى على مربع ه ج هو فضل ه ى في ز ى على ضرب ه ح في | ط ج ، الذي قد بينا أنه مثل ضرب ه ى في ه ا [ص ٩]

فلذلك يكون فضل مربع ى ه على مربع ه ج هو فضل ضرب ى ه في

ر ى على ى ه في ه ا . وهو ضرب ى ه في فضل ر ى على ه ا

وليكن ر ى مثل ا ﻊ ، فيكون الفضل الذي ذكرناه هو ضرب ى ه في ه ﻊ . ففضل مربع ى ه على مربع ه ﺣ هو ضرب ى ه في ه ﻊ . فإذن ضرب ﻊ ه في ه ى مع مربع ه ﺣ مثل مربع ه ى

وليكن مربع ى ه مشتركاً ، فيجب من ذلك أن يكون ضرب ﻊ ى في ى ه مع مربع ه ﺣ ، ضعف مربع ه ى ولكن مربع ه ﺣ مثل مربعي س ه ، س ﺣ ، فيكون ضرب ﻊ ى في ى ه مع مربعي ه س ، س ﺣ ضعف مربع ى ه . فإذن فضل ضعف مربع ى ه على ضرب ﻊ ى في ى ه مع مربع ه س ، هو مربع س ﺣ المعلوم ولكن ضرب ﻊ ى في ى ه هو ضرب ﻊ ه في ه ى مع مربع ى ه

فإذن الفضل بين مربع ى ه ، وبين ضرب ﻊ ه في ه ى مع مربع ن س : معلوم

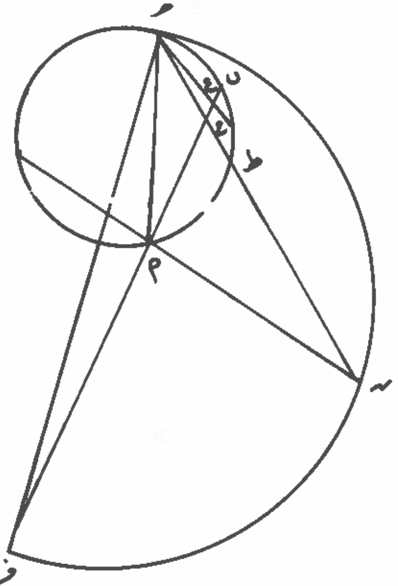
وإن أسقطنا من مربع ى ه : مربع س ى المعلوم ، بقي الفضل بين ضرب
ﻊ ن في ه ى مع مربع ه س وبين مربع ه س مع ضربه في س ى مرتين :
معلوماً ، أو أحدهما مثل الآخر . فاذا أسقطنا مربع ه س المشترك بقي الفضل بين
[ص ١٠] ضرب ﻊ ه في | ه ى وبين ضرب ه س في س ى مرتين : معلوماً ، أو
[٣ و] أحدهما مثل الآخر . وضرب ﻊ ه في ى ه | هو ﻊ ه في س ى ، ﻊ ه
في ه س . فالفضل بين ﻊ ه في ه س و ﻊ ه في س ى ، وبين ه س في
س ى مرتين : معلوم .

ولكن ضرب ﻊ ه المعلوم(١٠) ، في س ى ، معلوم . فيبقى الفضل بين ﻊ ه في ه س ، وبين س ى في ه س مرتين : معلوماً . لكن ذلك هو فضل ما بين ضرب ضعف ى س المعلوم ، في ه س ، وبين ﻊ ه ، المعلوم ، في ه س . وذلك هو ضرب فضل ما بين خط ﻊ ه وضعف ى س ـ وبيّنٌ أن ذلك خط معلوم ـ

في ه س . فإذن ه س معلوم ، ونقطة س معلومة ، فنقطة ه معلومة .

| وقد ينبغي أن تركَّب هذه المسألة ، فإنه إن كان في تحليلها شيء ، بسبب هذا [ص ١١]
الإختصار وترك التقسيم ، خرج في التركيب ؛ وذلك أن في هذا الاستخراج طولاً .
ومع ذلك فقد أخذت فيه أشياء أعظم من أشياء لعلها أن تساويها ، في مواضع بعضها قد صرِّح بها ، وبعضها يحتاج إلى عمل غير هذا ، وإن كان مجانساً له . وقد وقع لنا فيها تحليل أحسن وأقرب من هذا ، وهو هذا :

ليكن موضوعاً أن ضرب ﺣ ط في ط ح مثل مربع ط ه . فنسبة ﺣ ط إلى ط ه ، كنسبة ط ه إلى ط ح . فإذن نسبة ﺣ ه إلى ه ط ، كنسبة ه ح إلى ط ح ـ تركيب .



شكل (٦٩)

فاذن نسبة ﺣ ه إلى ه ح كنسبة ه ط إلى ط ح

ونخرج خط ﻊ ﺣ يوازي ا ه [الشكل ٦٩] ، فيكون مفروض الوضع ، ويلقى ا ب على نقطة مفروضة ، وهي ﻊ ، فنسبة ﻊ ا المعلوم ، إلى ا ح : كنسبة ﺣ ه إلى ه ح ، أعني ه ط إلى ط ح . فنسبة ﻊ ا إلى ا ح كنسبة ه ط إلى ط ح .

ولنخرج ا ب على استقامة ا ح ، حتى يكون مثل ا ﻊ . فنقطة ف مفروضة . وتصير نسبة ا ف إلى ا ح ، كنسبة ه ط إلى ط ح . فيكون ا ط موازياً ف ه . فزاوية ف ه ﺣ مثل زاوية ا ط ﺣ . وزاوية ا ط ﺣ

[ص ١٢] معلومة ، لأن خط أ حـ معلوم ، في دائرة معلومة ، فهو يفصل منها | قطعة معلومة .

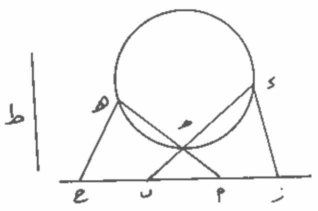
وإن وصل خط حـ ف كان مفروض الوضع والقدر ، لأن نقطتي حـ ، ف معلومتان . فإن عملنا على خط حـ ف قطعة من دائرة تجوز على نقطة ك ، أعني إن عملنا على مثلث ك ف حـ دائرة ، كانت القطعة التي على ف حـ تقبل زاوية معلومة ، وهي زاوية ف ك حـ . فالدائرة مفروضة الوضع . فنقطة ك مفروضة . وقد وصل بينها وبين حـ بخط حـ ط ك ، ونقطة حـ مفروضة ، فخط حـ ط ك معلوم الوضع والقدر . وذلك ما أردنا أن نعمله .

وقد ينبغي أن يُعلم أنَّ ما عملناه ، في الباب الذي قبل هذا ، وإن كان غير [٣ ظ] مستوف ، فهو يشاكل طريق المهندسين في أخذهم | فضلاً بين أشياء قد يجوز أن تكون متساوية ، وما شاكل ذلك من إيقاع أشياء يجوز أن يقع غيرها . وقد قلنا في غير هذا الموضع إن هذا من تقصيرهم ، وإنه يقع لهم من التقصير ، في هذا الباب وغيره ، [ص ١٣] أشياء ينبغي | أن تُتوقَّى وتُتحرَّز .

مثال ذلك مسألة لأبي يحيى(٣) ، وهو من أفضل المهندسين علماً بالهندسة ، في عصره ، استخرج تحليلها على هذا واستعمل فيها هذا الضرب من التجوُّز . فتبينَّ أنه حلَّل غير المسألة التي كان غرضه تحليلها . وذلك أنه أخذ شيئين زعم أنهما مختلفان ، والمسألة توجب أنهما متساويان . وهي هذه :

[٩أ] نريد أن نُخرجَ من طرفي خطٍّ معلوم ، إلى دائرة معلومة ، خطين يلتقيان عند محيطها ، ويكون مجموعهما مساوياً لخط معلوم

فليكن الخط المعلوم خط أ ب [الشكل ٧٠] ، والدائرة المعلومة دائرة حـ ء ﻫ ، والخط المعلوم خط ط . ولننزل أن مجموع خطَّيْ أ حـ ، ب حـ مساوٍ لخط ط



شكل (٧٠)

ونخرج خطَّيْ أ حـ ، ب حـ على استقامتهما إلى ﻫ ، ء .

ونجعل كل واحدة من زاويتي ز ، ح مساوية لزاوية أ حـ ب ، فكل واحد من خطَّيْ أ ح ، ز ب معلوم ، لأنه يصير، من قِبلَ تشابه مثلثي أ حـ ب ، ء ز ب : ضرب ء ب في ب حـ ، الذي هو مثل مربع الخط المماس الخارج من ب ، المعلوم ، مثل ضرب أ ب في ب ز . و[خط] أ ب معلوم ، فَ[خط] ب ز معلوم . وكذلك أ ح معلوم .

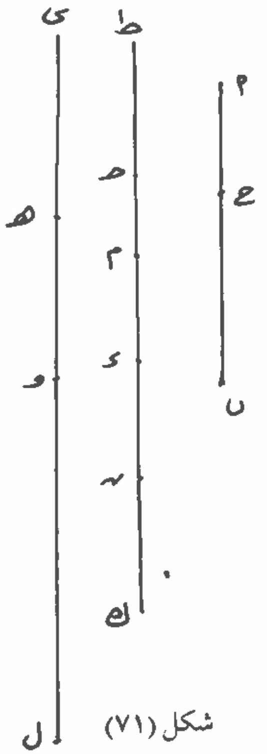
ومثلثا ء ز ب ، أ ح ﻫ متشابهان . فضرب ء ز في ﻫ ح معلوم ، لأن ب ز ، أ ح معلومان ونسبة مجموع أ حـ ، حـ ب ، إلى أ ب | [ص ١٤٠] المعلومة ، كنسبة ء ز ، ز ب مجموعين ، إلى ء ب .

لكن ضرب ء ب في ب حـ معلوم ، فضرب مجموع ء ز ، ز ب في ب حـ معلوم . وكذلك ضرب مجموع ﻫ ح ، ح أ في حـ أ معلوم . وضرب ء ز في ﻫ ح معلوم . فينبغي أن يُعلم الآن أن ضرب مجموع ء ز ، ب ز . في ب حـ ، وإن كان معلوماً ، فإنه مثل ضرب ب ز في أ حـ ، حـ ب مجموعين : وذلك أن زاوية حـ مثل زاوية ز وزاوية ب مشتركة ، وزاوية أ مثل زاوية ء . فيكون المثلثان متشابهين ، ويصير لذلك : نسبة ء ز إلى ب ز كنسبة أ حـ إلى حـ ب ، وتصير نسبة مجموع ء ز ، ب ز ، إلى ب ز ، كنسبة أ حـ ، حـ ب ، إلى حـ ب .

فلذلك يصير ضرب مجموع ء ز ، ب ز ، في حـ ب : مثل ضرب ب ز في مجموع حـ ب ، أ حـ .

فافهم ذلك عني ، وافهم أيضاً أن ضرب أ حـ في مجموع أ ح ، ح ﻫ مثل ضرب مجموع أ حـ ، حـ ب في أ ح . فإنه من هذه الجهة وقع الغلط . فلما أدى الرجل التحليل إلى هذا ، تمَّم التحليل بأن قال :

نريد أن نقسم خطًّا معلوماً بقسمين يكون ضرب أحدهما في خط معلوم وخط مجهول مساوياً لسطح مفروض ، وضرب القسم الآخر في خطين : معلوم ومجهول ، [ص ١٥] مساوياً لسطح آخر مفروض ، ويكون | ضرب أحد المجهولين في الآخر مثل سطح ثالث مفروض .



شكل (٧١)

فليكن خط ا ب معلوماً [الشكل ٧١] ، وليكن كل واحد من خطَّيْ حـ د ، هـ و معلوماً . ولننزل أن خط ا ب قد قُسم على ح ، فكان ضرب ا ح في ط د مساوياً لسطح مفروض ، وضرب ح ب في ي و مساوياً لسطح آخر مفروض ، وضرب ط حـ في ي هـ مساوياً لسطح ثالث مفروض .

ولتكن نسبة ا ح إلى ح ب كنسبة حـ د إلى د ك وكنسبة ل و إلى و هـ ، فنسبة ب ا إلى ا ح كنسبة ك حـ إلى حـ د ؛ وضرب ب ا في حـ د مساوٍ لضرب حـ ك في ا ح . فضرب حـ ك في ا ح معلوم . لكن ضرب ا ح في ط د | [٤ و] معلوم، فنسبة ط د إلى حـ ك معلومة . وكذلك نسبة ي و إلى هـ ل معلومة ، ونسبة حـ د إلى ك د كنسبة ل و إلى و هـ . فضرب د ك في ل و معلوم .

ولتكن نسبة ط د إلى حـ ك كنسبة م حـ إلى حـ د ، وكنسبة د ن إلى د ك . ف[خط] حـ م معلوم ونسبة ط د ، م ن إلى ك حـ واحدة ، فهما متساويان . ويُلقى م د مشتركاً ، فيبقى ط م مساوياً لِ[خط] د ن المعلوم النسبة الى د ك . فخط ط حـ ، مع خط معلوم ، معلوم النسبة إلى خط د ك .

[ص ١٦] وكذلك خط ي هـ ، مع خط معلوم ، معلوم النسبة إلى خط و ل |

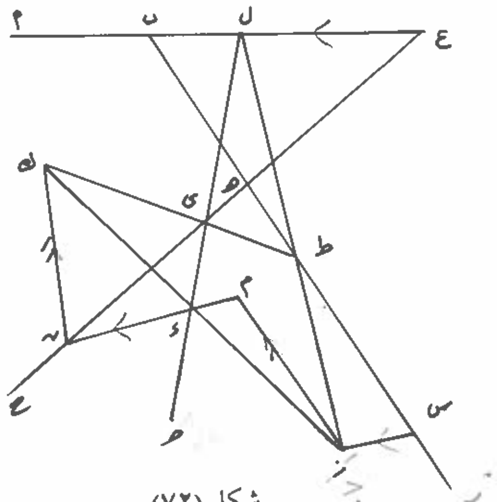
وأيضاً نسبة خط ط حـ ، مع خط معلوم، إلى خط د ك ، معلومة . وضرب ك د في و ل معلوم ، وضرب ط حـ ، مع خط معلوم ، في و ل ، معلوم ، ونسبة و ل الى ي هـ مع خط معلوم ، معلومة ، فضرب ط حـ ، مع خط معلوم ، في ي هـ مع خط معلوم ، معلوم . فيبقى ضرب ط حـ في خط معلوم ، وَ ي هـ في خط معلوم ، معلوماً ، وهذا هو ضرب ط حـ في خط معلوم النسبة إلى خط ي هـ . فَ ط حـ مع خط معلوم النسبة الى ي هـ : معلوم . لكن ضرب ط حـ في خط معلوم النسبة إلى د هـ معلوم . فكل واحد منهما معلوم .

ثم ينبغي أن يعلم أن هذا التحليل ، لو سُلِّم أنه صحيح ، لا علَّة فيه ، لكان تحليل مسألة أخرى ، غير المسألة التي أدَّى اليها أمر دائرة د هـ حـ . وذلك أنا قد بيَّنا أنَّ ضرب ب حـ في مجموع د ز ، ز ب هو مثل ضرب ب ز المعلوم في مجموع ا حـ ، حـ ب . ونظير ذلك ، في هذا الشكل الذي ذكرناه قبيل ، عن هذا الرجل ، أن يكون ضرب | ا ح في ط د مثل ضرب حـ د المعلوم في ا ب [ص ١٧] المعلوم .

فإذن إذا كان ذلك كذلك ، لأنه هكذا أوجبت شروط المسألة ، في دائرة د هـ حـ ، لم يستقم التحليل الذي أتى به ، ولم يكفِ في تحليل هذه المسألة . وذلك أنه قد تبينَّ ان ضرب ا ب في حـ د مثل ا ح في حـ ك . لكن قد قلنا ان مفروضات المسألة توجب أن يكون ضرب ا ب في حـ د مثل ا ح في ط د . فإذن ضرب ا ح في ط د مثل ضرب ا ح في حـ ك . فإذن ط د مثل حـ ك . فكيف يمكن أن تكون نسبة المثل ، هي مثل نسبة د ز إلى د ك أو د م إلى د حـ ؟ هذا ما لا يمكن ، لأن هاتين النسبتين هما نسبة الأصغر إلى الأكبر . ولو جُعلت نقطة م مطابقة لنقطة حـ ، حتى تصير نسبة م د إلى د حـ كنسبة ط د إلى حـ د ، وجُعلت نقطة ن مطابقة لنقطة ك ، حتى تصير نسبة د ن إلى د ك كنسبة ط د إلى حـ ك ، لم ينتفع بشيء من ذلك ، ولا تمَّ هذا التحليل الدي أتى به .

لكن هذا | الرجل لم يخطىء في استعماله لما جرى على عادة المهندسين في وقتنا من ترك بعض الأقسام . وإنما أردت أن أُبين أمر تقصير [ي] ، إن كان في المسألة أو غيرها ، بأن أُبين أني لم أخرج عن العادة ، فقط لا غير .

[١٠] إذا كانت خطوط أ ب ، ز هـ ، هـ ح [الشكل ٧٢]
[ص ١٨] **موضوعة، ونقطتا | حـ ، ء معلومتين ونقطة ك معلومة ، ونقط حـ ، ء ، ك على خط مستقيم ، كيف نخرج خطَّين كخطَّيْ حـ ط ل ، ء ى ل ، يلقيان أ ب على نقطة واحدة ، ويلقيان ز هـ ، هـ ح على نقطتي ط ، ى ، حتى تكون نقط ط ، ى ، ك على خط مستقيم؟**



شكل (٧٢)

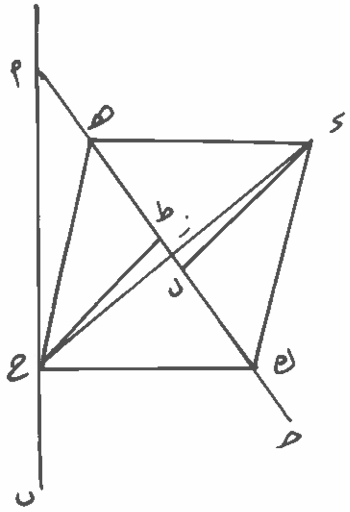
فلنُنزل أنَّ ذلك قد كان ، فتصير نسبة ل ط إلى ط حـ مؤلفة من نسبة ل ى إلى ء ى ، ومن نسبة ء ك إلى ك حـ ، كما تبين في المجسطي(١١) .

ونخرج خطَّيْ حـ س ، ن ء يوازيان أ ب ، فهما معلومان ، لأنهما لقيا

خطَّيْن موضوعين . ونصل ك ن ، ونخرج حـ م يوازيه ويلقى ء ن . فنقطة م معلومة لأن ك ن معلوم الوضع . ولْيلقَ س هـ ، ح هـ : أ ب . على ب ، ع ، فتصير نسبة ل ط إلى ط حـ : كنسبة ل ب إلى حـ س ، ونسبة ل ى إلى ء ى : كنسبة ع ل إلى ء ن . ونسبة ء ك إلى ك حـ : كنسبة ء ن إلى ن م . فنسبة ل ب إلى حـ س مؤلَّفة من نسبة ع ل إلى ء ن ، ومن ء ن إلى ن م . لكن ذلك كنسبة ع ل إلى م ن . فعلى التبديل تصير نسبة ل ب إلى ع ل : كنسبة حـ س المعلوم إلى م ن المعلوم وخط ع ب معلوم . فنقطة ل معلومة .

[١١] ليكن خطَّا ء هـ ، أ ب معلومين بالوضع ، يلتقيان على أ ، ونقطتا أ ، هـ معلومتان ، ونقطة ء كذلك معلومة . كيف نخرج خطًّا كخط ء ز ح حتى يصير ضرب هـ ز في أ ح معلوماً؟

[الشكل ٧٣]



شكل (٧٣)

فلننزل أن ذلك قد كان ، ونخرج هـ ح ، ونخرج عمود ح ط على أ هـ ، فنسبة ح ط إلى أ ح معلومة . فضرب هـ ز في ط ح إذن معلوم . فمثلث هـ ح ز معلوم.(١٢) فنصل ء هـ ، فهو موضوع، ونخرج ح ك يوازيه.

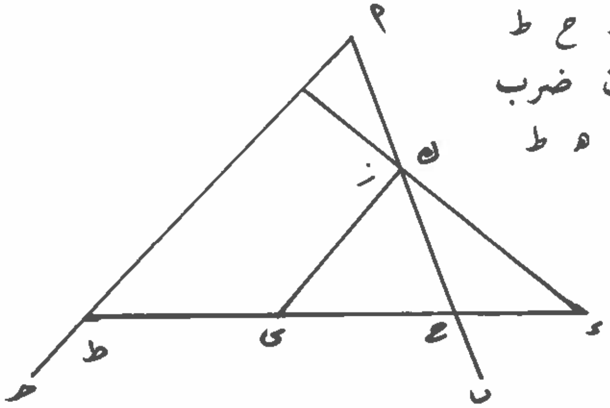
فزاوية ح ك أ مثل زاوية ء هـ ك المعلومة . وزاوية أ معلومة . فمثلث ك أ ح معلوم الصورة.

وأيضاً مثلثا د ك ه ، ح د ه على قاعدة واحدة ، وفي جهة واحدة ، وبين خطين متوازيين . فهما متساويان . ونسقط مثلث ه ز د المشترك ، فيبقى مثلث ز د ك مثل مثلث ز ه ح المعلوم . فمثلث ز د ك معلوم .

وإن أخرجنا عمود د ل على ا حـ كان معلوماً ، وكان ضرب ك ز في
[ص ٢٠] د ل المعلوم معلوماً ، لأن | مثلث د ك ز معلوم . فإذن ك ز معلوم .

[٥ و] ولأن مثلث ك ح ه معلوم الصورة ، تصير | نسبة ك ا إلى ا ح معلومة ، وضرب ا ح في ه ز معلوم ، فضرب ك ا في ز ه معلوم ، ومجموع ط ز ، ا ه معلوم . فيصير ه ز إذن معلوماً ، وذلك ما أردنا أن نبين .

[١١ ا] وليكن أيضاً خطًّا ا ز ب ، ا ه حـ معلومين ، [الشكل ٧٤] ونقطتا ه ، ز معلومتين ، ونقطة د كذلك معلومة . كيف نخرج خطًّا كخطّ د ح ط حتى يكون ضرب ح ز في ه ط معلوماً؟

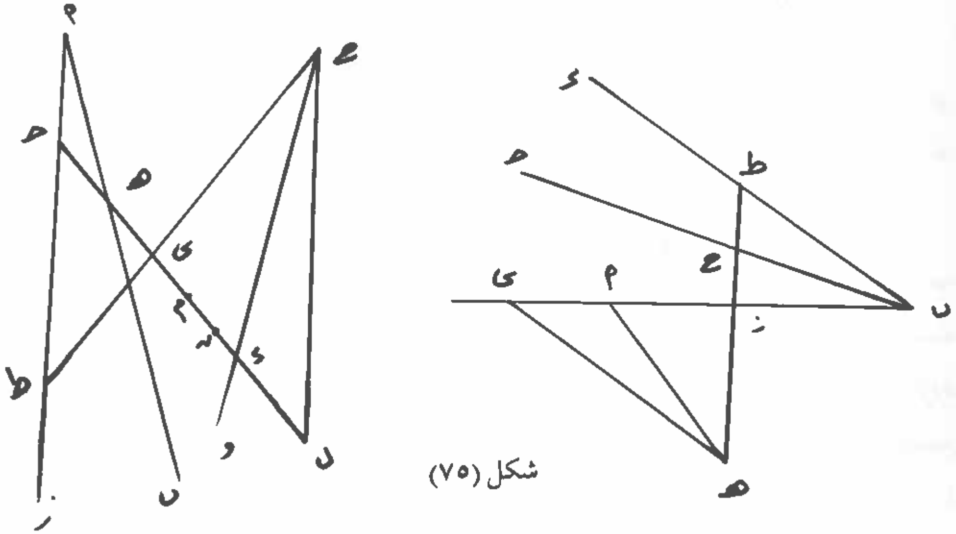


شكل (٧٤)

فلنتنزل أن ذلك قد كان ، ونصل خط د ه فيلقى خط ا ب على نقطة ك . فهي معلومة . ونخرج ك ى يوازي ا ه ويلقى ح ط على ى . فنسبة ه د الى

د ك ، المعلومة ، هي كنسبة ه ط إلى ك ى فهذه النسبة معلومة . وضرب ه ط في ز ح معلوم . فضرب ك ى في ز ح معلوم . فقد رجعت هذه المسألة الى التي قبلها .

[١٢] فلتكن خطوط ا ب ، ب حـ ، ب د ملتقية ، ونقطة ه معلومة ، وقد أُخرج خط ه ز ح ط [الشكل ٧٥] فصارت نسبة ز ح إلى ح ط مفروضة . كيف نعلم نقطة ز ؟



شكل (٧٥)

فنخرج ه ا يوازي خط ب د ، فنقطة ا معلومة . وكذلك نخرج ه ى يوازي خط ب حـ .

فنسبة ز ط إلى ز ح تكون معلومة . وهي مؤلفة من نسبة ز ط إلى ب ز ، أعني ز ه إلى ز ى ، ومن نسبة ب ز إلى ز ح ، [أعني ز ا الى ز ه] . وذلك هو نسبة ز ا إلى ز ى . ولكن نقطة ى معلومة ، فخطّ ى ا معلوم ، ونسبة ى ز إلى ز ا معلومة . فاذا فصلنا صارت [ز ا] معلومة ، فتصير نقطة ز معلومة .

[١٢ أ] ونقول في هذه المسألة ، في الصورة الثانية : لتلتق الخطوط لا على نقطة واحدة ، وهي أ هـ ب ، ﺣ هـ د ، أ ﺣ ز ، ونقطة ح معلومة ، وقد خرج ح ى ك ط ، فصارت نسبة ى ك إلى ك ط معلومة . وذلك يتبين هكذا :

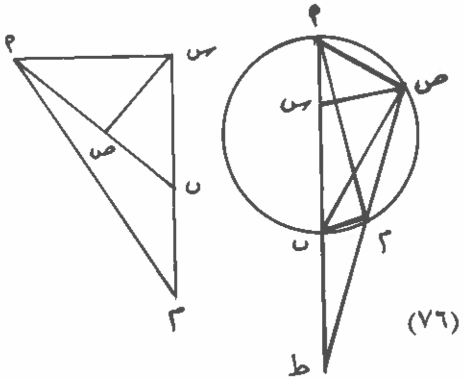
[ص ٢٢] | نخرج ح د يوازي أ ط ز ، فنقطة د معلومة ، وَح ل يوازي أ ب ، فنقطة ل معلومة . فنسبة ط ى إلى ى ك معلومة ، لأنها على التفصيل كذلك ، وهي مؤلفة من ط ى إلى ى ﺣ ، أعني ح ى إلى ى د ، ومن ى ﺣ إلى ى هـ ، ومن ى هـ إلى ى ك ، أعني ل ى إلى ى ح .

فإذن النسبة المؤلفة من ى ح إلى ى د ، ومن ى ﺣ إلى ى هـ ، ومن ل ى إلى ى ح : معلومة ، وذلك هو النسبة المؤلفة من ل ى إلى ى د ، من نسبة ى ﺣ إلى ى هـ ، وذلك هو نسبة ضرب ل ى في ى ﺣ إلى ضرب ى د في ى هـ .

لكن نقط ل ، هـ ، ﺣ [، د] معلومة . فهو بيِّنٌ أنا ان قسمنا خط ل ﺣ المعلوم بنصفين ، على م ، كان ضرب ل ى في ى ﺣ ، مع مربَّع م ى ، معلوماً ، لأن ذلك مثل مربع م ﺣ المعلوم ، إذ كان نصف ل ﺣ المعلوم . فإذن مربَّع م ى ، مع سطح نسبته إلى ضرب د ى في ى هـ معلومة ، معلوم . فيصير ضرب د ى في ى هـ ، مع سطح نسبته إلى مربع م ى معلومة ، معلوماً .

وإن قسمنا خط د هـ بنصفين ، على ن ، كان ن هـ معلوماً ، وصار ضرب د ى في ى هـ ، مع مربع ى ن معلوماً . لكن قد كان ذلك ، مع سطح نسبته إلى
[٥ ظ] مربَّع م ى معلومة | معلوماً . فإذن إما أن تكون نسبة مربَّع ى ن إلى مربَّع
[ص ٢٣] م ى معلومة ، أو يكون الفضل بين مربع ى ن | ، وبين سطح نسبته إلى مربع م ى معلومة ، معلوماً . لكن م ن معلوم . فنقطة ى معلومة . وذلك أن خروج ما انتهى اليه هذا العمل سهل هينٌ .

[١٣] دائرة أ ب مفروضة، وقطرها أ ب ط معلوم الوضع ، وعليه نقطة ط [الشكل ٧٦] ، وأُخرج خط ط م ص ، فكان ب م مثل م ص . نريد أن نعلم نقطة م



شكل (٧٦)

فزاوية ب أ م [الشكل ٧٦] مثل زاوية ص أ م لأن كل واحد من خطَّيْ ب م ، م ص مثل صاحبه ، فقوساهما متساويتان وتوتران زاويتين متساويتين . فنسبة م ط إلى ط أ كنسبة م ص إلى ص أ ، لأنهما كذلك على التبديل . ونسبة م ط إلى ط أ كنسبة ب ط إلى ط ص ، لأن سطح أ ط في ط ب مثل سطح ط ص في ط م . فإذن نسبة م ص إلى ص أ كنسبة ب ط إلى ط ص . فإذن سطح ط ص في ص م مثل سطح أ ص في ب ط .

| ولنخرج عمود س ص . فيكون سطح ص ط في ط م مثل أ ط في [ص ٢٤
ط ب ، ط ص في ص م مثل أ ص في ب ط . فإذن مربَّع ط ص مثل سطح خطَّيْ ص أ ، أ ط مجموعين في ب ط . ومربع ط ص مثل مربعي س ص ، ط س ، ومربع س ص مثل سطح أ س في ب س ، ومربع س ط مثل ط س في س ب ، مع س ط في ب ط . فيكون سطح أ ط في ب ط ، أ ص في ط ب مثل س ط في ط ب ، س ب في أ س [، ط س في ب س] . فيسقط من ذلك سطح س ط في ط ب ، المشترك ، فيبقى سطح أ ص في ط ب وَأ س في

ط ب مثل ط س في س ب مع س ا في س ب ، الذي هو سطح ا ط في س ب . فإذن سطح خطّيْ ا ص ، ا س مجموعين في ب ط مثل سطح س ب في ا ط . فنسبة مجموع خطّيْ ا ص ، ا س إلى س ب : كنسبة ا ط المعلوم ، إلى ب ط المعلوم . فنسبة ا ص ، ا س مجموعين ، إلى س ب : نسبة مفروضة .

ونصل ب ص . فزاوية ا ص ب زاوية قائمة ، وقد أخرج في هذا المثلث عمود س ص ، فكانت نسبة خطّيْ ا س ، ا ص إلى س ب نسبة مفروضة ، وخط ا ب مفروض .

[ص ٢٥] | تدبير ذلك أن نخرج خط س ب على الاستقامة ، في صورة أخرى، [بحيث] يكون م ب مثل ا ب . ونصل ا م . فنسبة مجموع س ب ، ب ص إلى ا ص مفروضة . وهي نسبة ضرب ا ب في ا ص ، أعني مربّع ا س ، إلى سطح ا ب في ب ص ، المساوي لمربّع ب س ، مع سطح ا ب في ب س . فإذن نسبة مربّع ا س إلى [مربع] س ب مع سطح ب س في ا ب ، أعني م ب : نسبة مفروضة . وسطح م ب في ب س ، مع مربّع ب س
[٦ و] يكون منه | سطح م س في س ب .

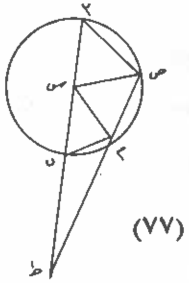
فنسبة مربع س ا إلى ضرب م س في س ب . نسبة مفروضة . وإذا ركّبا كانت نسبة مربع ا س مع سطح م س في س ب إلى سطح م س في س ب نسبة مفروضة .

ولكن مربع ا م مثل مربعي م ب ، ب ا - الذي هو مربع م ب مرتين ، مع سطح ب س في م ب مرتين ، وذلك مثل سطح م س في م ب مرتين .

ومربع ا م أيضاً هو مساوٍ لمربعي م س ، س ا . فيكون مربعا م س ، س ا مثل ضرب س م في م ب مرتين . وهما أيضاً مثل مربع س ا وضرب س م في م ب وَس م في س ب . فيبقى سطح م س في م ب مثل

م س في س ب مع مربع ا س .

| وكانت نسبة ذلك إلى ضرب م س في س ب معلومة . فإذن نسبة سطح [ص ٢٦] م س في س ب إلى سطح م س في م ب مفروضة ؛ وذلك نسبة م ب المعلوم ، إذ كان مثل ا ب المعلوم ، إلى ب س . فَ ب س معلوم . ولذلك يكون ا س معلوماً



شكل (٧٧)

[١٣ ا] إستخراج لعليّ بن الحسن بن معدان ، في هذه المسألة ، سهل .

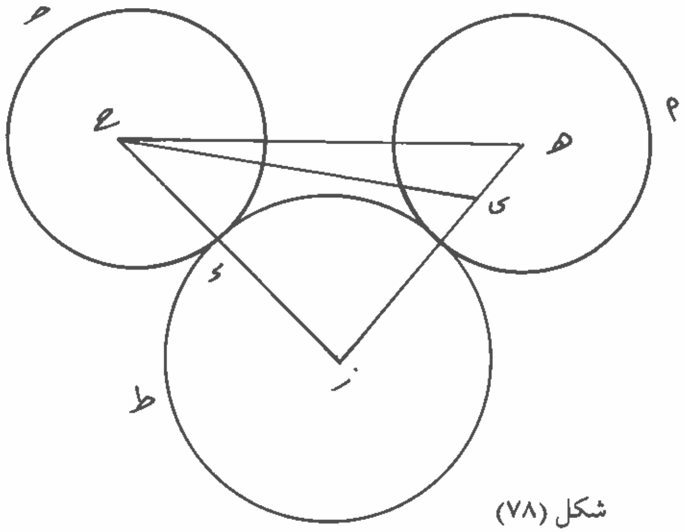
نفرض أن خط ط م ص قد فصل من دائرتي ا ب [الشكل ٧٧] قوسّي ب م ، م ص ، متساويتين ، ومركز الدائرة س . ونصل م س ، ص س

فلأن قوسّي م ب ، م ص متساويتان ، تكون زاويتا ب س م ، م س ص متساويتين. فتكون نسبة خط ط م إلى خط م ص ، كنسبة خط ط س إلى خط س ص ، لأن زاوية ط س ص من المثلث قد قسمت بنصفين ، وخط س ص مثل خط س ا . فنسبة ط م إلى م ص ، كنسبة ط س إلى س ا . ونصل | ا ص ، فيكون موازياً لخط س م ، فتكون نسبة ط س إلى [ص ٢٧] ط ا كنسبة س م إلى ا ص . والنسبة معلومة وَس م معلوم فَـ . ا ص معلوم.

[١٤] دائرتا ا ب ، ح ء [الشكل ٧٨] مفروضتان ونريد أن نرسم دائرة تماسُّهما ، وتكوّن ما بين التماسين من الدائرة المطلوبة قوساً شبيهة بقوس معلومة

فنضع أن ذلك كذلك ، وأن دائرة ب ط ء تماسُّ دائرة ا ب على ب ، ودائرة ح ء على ء ومركزها ر ، ومركز دائرة ا ب : ه ، ومركز دائرة ح ء : ع ونصل ه ب ر ، فهو من أجل تماس الدائرة مستقيم . ونصل ه ع فهو

معلوم . فيكون خط ء ز مثل خط ب ز ، وخطًّا ء ح ، ه ب معلومين ، لأنهما نصفا القطرين . ونفصل من ه ب مثل ح ء ، وهو ى ب ، فتصير ى ز مثل ز ح ، ويبقى ه ى معلوماً . وإن وصلنا خط ح ى صار مثلث ز ح ى
[ص ٢٨] | متساوي الساقين ، وزاوية ز التي عند ساقيه ، معلومة ، لأن قوس ب ء شبيهة
[٦ ظ] بقوس معلومة . فيكون مثلث ز ح ى معلوم | الصورة . فزاوية ز ى ح معلومة . وتبقى زاوية ه ى ح معلومة . فنعمل على مثلث ه ى ح دائرة ، وهي ه ى ح . فعلى خط ه ح المعلوم : قطعة تقبل زاوية معلومة ، قد خرج فيها خط ه ى معلوماً ، لأنه فضل ما بين ه ب و ح ء . فنقطة ى معلومة ، ونقطة ح معلومة ، فخط ح ى معلوم وموضوع ؛ وقد قام على نقطتي ح و ى زاويتان معلومتان ، فهما تحدثان خطَّين معلومي الوضع . فنقطة ز معلومة . وذلك ما أردنا أن نبينٌ .

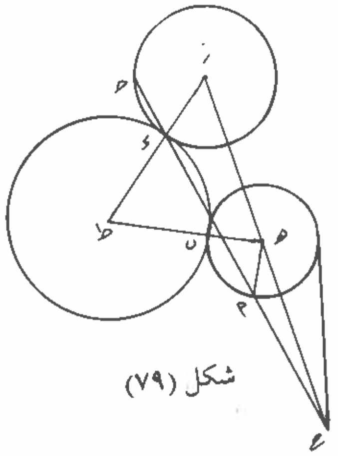


شكل (٧٨)

[١٤أ] وأيضاً تحليل مسألة أخرى من هذا الفن :

دائرتا أ ب و حـ ء مفروضتان .

نريد أن نرسم دائرة تماسُّهما ، ويكون الخط الخارج بين التماسَّين معلوماً .



شكل (٧٩)

فلنضع ذلك ، وهي دائرة ب ء ى ، ومركز دائرة أ ب نقطة ه ، ومركز دائرة ء حـ نقطة ز ، ومركز دائرة ب ء ى نقطة ط ، والتماسَّان ب و ء . فخطّ ه ب ط | مستقيم ، وخط ز ء ط مستقيم . وليكن خط ب ء هو المساوي [ص ٢٩] للخط المعلوم ، وننفذه إلى نقطتي أ و حـ ، ونصل أ ه ، ز حـ .

فنسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ط ء إلى ط ب ، وخط أ ب ء مستقيم ، فزاوية ه مثل زاوية ط . فلذلك يكون أ ه موازياً ء ز ، وكذلك ب ه موازياً ز حـ .

فإن كان ه ب مثل ز ء ، وب ط مثل ط ء : فإن نسبة ه ب الى ب ط كنسبة ء ز إلى ء ط . فخط ه ز المعلوم موازٍ لِب ء المعلوم . فنسبة أحدهما الى الآخر معلومة . فنسبة ه ط إلى ط ب معلومة ، وَه ب معلوم ،

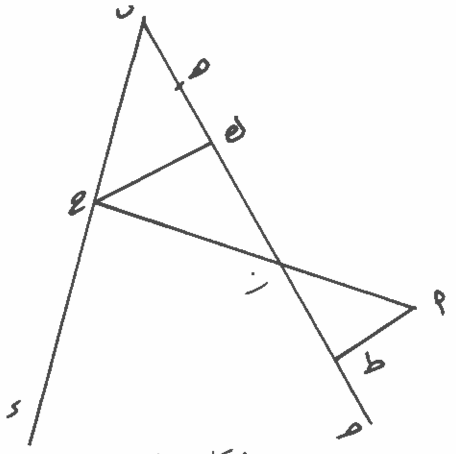
وكذلك ز ط معلوم ، والدائرتان المرسومتان على مركزي ه ، ز وببعدَي ه ط ، ز ط معلومتان ، فتقاطعهما ، وهو ط ، معلوم .

وأما إن لم تتساوَ الدائرتان ، فقد نحتاج أن نستعمل ما بيّنّاه . وهو موازاة خط ه ب لخط ز ج . فلأنهما متوازيان ، غير متساويين ، حينئذ يلقى خط ب ج خط ه ز ، فلقيه على ح ، وتصير نسبة ز ج المعلوم إلى ه ب المعلوم كنسبة ز ح إلى ه ح ، ه ز معلوم ، فنقطة ح معلومة . فإن أخرجنا خط ح ك مماسًا للدائرة أ ب كان معلوماً ، ولذلك يكون مربّعه معلوماً ، وهو مثل ضرب ب ح في أ ح .

لكن نسبة د ز إلى ه أ ، المعلومة ، كنسبة د ح إلى ح أ . فنسبة د ح إلى ح أ معلومة ، وضرب ب ح في أ ح معلوم | فضرب ب ح في د ح [ص ٣٠] معلوم . وخط د ب معلوم ، فخط ب ح معلوم ، ونقطة ح معلومة ، والدائرة المرسومة على مركز ح ، وببعد ح ب معلومة . فلتكن دائرة ل ب م . فهذه الدائرة معلومة ، ودائرة أ ب معلومة ، فتقاطعهما ، وهو ب ، معلوم . ويصير خط ب ح معلوماً . فنقطة د معلومة . فخطًا ه ب ط ، ز د ط إذن موضوعان .
وذلك ما أردنا أن نعمل .

[٧و] | **[١٥] نقطة أ مفروضة [الشكل ٨٠] وخطّا ب ج ، ب د مفروضا الوضع ، ونقطة ه معلومة . وقد خرج خط أ ز ح ، فصارت نسبة ه ز إلى ب ح معلومة ،**

فنخرج من ح عمود ح ك على ب ه ، فتصير نسبة ب ح إلى ك ب معلومة ، وذلك أن زاوية ك قائمة ، وزاوية ب معلومة ، فتصير نسبة ز ه إلى ك ب معلومة | . وأيضاً نخرج أ ط يوازي ك ح فهو عمود على ب ج ، [ص ٣١] فنقطة ط معلومة ، فتصير نسبة ح ك إلى ك ز ، كنسبة أ ط المعلوم إلى ط ز . فنسبة خطٍّ معلوم إلى ط ز ، كنسبة ك ح إلى ك ز .



شكل (٨٠)

ونسبة ك ح إلى ك ب معلومة ، فنسبة خطٍّ معلوم إلى ط ز كنسبة ب ك إلى ك ز . فضرب ك ز في خطٍّ معلوم مثل ضرب ط ز في ب ك . ونسبة ب ك إلى ز ه معلومة . فضرب ط ز في ز ه : مثل ضرب ك ز في خط معلوم .

وقد كانت نسبة ز ه إلى ك ب معلومة . فإذن نسبة خط ه ك مع خط معلوم ، وهو ه ب ، إلى ه ز معلومـة. ففضل ه ز على خط نسبته إلى ه ك معلومة ، معلوم . فقد تأدّى إلى ما أقوله

شكل (٨١)

[١٦] خط ط ه معلوم ، وضرب ط ز في ز ه مثل ز ك في خط معلوم . وزيادة ز ه على خط معلوم النسبة الى ك ه ، معلومة [الشكل ٨١]

فليكن المعلوم[١٣] هو ز م ، فتصـير نسبـة م ه إلى ه ك معلومـة .

[ص ٣٢] ونجعل ز م مثل ه ل ، فتصير ز ه مثل م ل | فضرب ط ز في م ل ، مثل ك ز في خط معلوم . لكن ذلك هو ضرب ز م في خط معلوم ، أعني ضرب ه ل في خط معلوم ، مع م ك في خط معلوم .

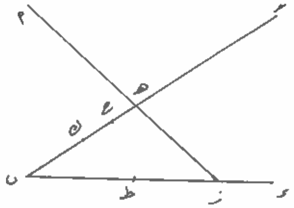
لكن نسبة ك م إلى م ه معلومة ، لأنها على القلب معلومة ، فضرب ك م في خط معلوم ، مثل ضرب م ه في خط معلوم . فإذن ضرب ط ز في م ل مثل ضرب م ه في خط معلوم ، مع ضرب ه ل في خط معلوم .

فليكن ذلك المعلوم الـذي يضرب فيه م ه هو ط س . فضرب ط ز في م ل مثل ضرب ط س في م ه ، مع ضرب خط معلوم | في ه ل . لكن ضرب [٧ظ] ط ز في م ل هو ط ز في ه ل مع ط س في م ه وَس ز في م ه . فإذن ضرب ط ز في ه ل مع ط س في م ه وَز س في م ه مثل ضرب ط س في م ه مع ه ل في خط معلوم .

نقط المشترك فيبقى ضرب ط ز في ه ل وَز س في م ه مثل ضرب ه ل في خط معلوم

لكن ضرب ه ل في خط معلوم : معلوم . فضرب ط ز في ه ل المعلوم مع ضرب ز س فـي م ه : معلـوم . يذهـب مـن ذلك ضرب ط س في ه ل ، معلوماً ، فيبقى ضرب ز س في ه ل مع ز س في م ه معلوماً . لكن ذلك هو ز س في م ل ، م ل مثل ز ه . فضرب ز س في ز ه معلوم .

[ص ٣٣] لكن ط ه | معلوم ، ط س معلـوم ، فيبقـى س ه معلومـاً ، وضرب س ز في ز ه معلوم . فكل واحد منهما معلوم ، فتكون نقطة ز معلومة



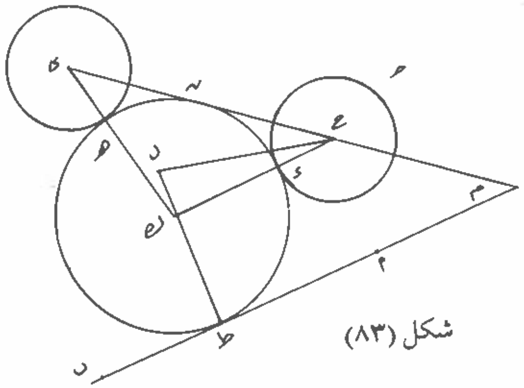
شكل (٨٢)

[١٧] وأيضاً فليكن خطّا ب ح ، ب ء معلومي الوضع [الشكل ٨٢] ونقطة ا معلومة ، ونسبة ه ح إلى ز ط معلومة ، ونقطتا ح ، ط معلومتين

فإن نحن جعلنا نسبة ه ح إلى ز ط ، المعلومة ، كنسبة ح ك إلى ب ط المعلوم ، كان ك ح معلوماً ، ونقطة ك معلومة ، وصارت نسبة ح ك إلى ب ط كنسبة ه ك إلى ب ز ، لأن نسبة الكل الى الكل كنسبة البعض الى البعض . فهذه المسألة راجعة إلى ما كانت عليه المسألة التي قبلها . وقد نرجع اليها ، على جهة أخرى ، بإخراج الخط الموازي ، كما فعلنا حيث جعلنا ضرب الخطين الموصولين ، أحدهما في الآخر ، مثل سطح معلوم.

[١٨] ومما أثبتناه في الدوائر المماسَّة بغير هذا الطريق :

خط ا ب ، ودائرتا ح ء ، ه ز : مفروضات . ونريد أن نجد دائرة تماسُّ جميع ذلك .



شكل (٨٣)

فليكن ذلك موجوداً ، وهي دائرة ه ط : تماسُّ خط اب على ط ، ودائرة ج د على د ، ودائرة ه ز على ه . ومركز دائرة ج د : ح ؛ ومركز دائرة ه ب : ى ، ومركز دائرة د ه ط : ك . ونصل ك ى ، فهو يجوز على ه ، لأن الخط الجائز على المركزين : يجوز أيضاً على التماسّ . وكذلك يكون خط ح د ك مستقيماً ، وإن وصل ك ط ، كان عموداً على اب ، لأنه جائز على التماس والمركز . ويصير خط ح ى معلوم الوضع .

وليكن أولاً موازياً ا ب ، ك ط عموداً على ا ب فهو عمود على ح ى ؛ فليلقه على ن ، فيصير ط ن عموداً بين خطين متوازيين موضوعين ، فهو معلوم . فخط ط ن معلوم . وهو مثل ك ط ، ك ن ؛ ك ط مثل ك ه . فيكون ، إذا أضيف إلى ذلك : ه ى ، الذي هو نصف قطر دائرة ه ز ، المعلوم ، مجموع خطَّيْ ى ك ، ك ن معلوماً ؛ وكذلك يكون ح ك ، ك ن معلوماً . فإذن مثلث ح ى ك : قاعدته معلومة والعمود الخارج من رأس المثلث عليها ، مع كل واحد من الضلعين الباقيين معلوم .

فأما إن لقي ح ى : اب على م ، فأنا نخرج ح ل يوازي اب ، ويلقى ط ك على ل . فيكون موضوعاً . وصار | العمود الواقع بين ح ل ، اب معلوماً . فخط [٨ و]
ط ل معلوم . فيصير مجموع ل ك ، ك ه ، ه ى ، أعني ل ك ، ك ى ، معلوماً . [ص ٣٥]
وكذلك مجموع ح ك ، ك ل معلوماً .

لكن نسبة م ن إلى ن ط معلومة ، لأن زاوية ط معلومة ، وزاوية م معلومة ، وتبقى زاوية ن معلومة . فنسبة ط ن إلى ن م معلومة ، فنسبة ل ن إلى ن ح معلومة .

فقد صار مثلث ك ح ى : قاعدته معلومة ، وقد أخرج فيه خطّ ك ن ، على زاوية معلومة ، وهي ن وفُصل منه خط ك ل ، فكان مجموع ك ل ، ك ى

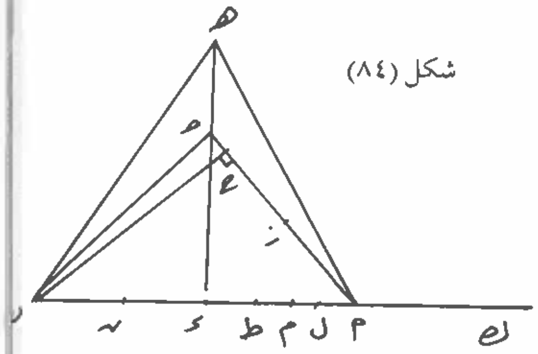
معلوماً ، ومجموع ح ك ، ك ل معلوماً ، وصارت نسبة ح ن إلى ل ن معلومة .

فأول ما انحلَّت هذه المسألة : مثلث ا ب ج معلوم القاعدة ، ونقطتا ا ، ب معلومتان ، وقد خرج عمود ج د ، فكان مجموع ج ا ، ج د معلوماً ، وكذلك مجموع د ج ، ج ب معلوماً [الشكل ٨٤]

فبيِّنٌ أنه إن كان أحد المعلومين مثل الآخر ، كان مجموع ا ج ، ج د | مثل [ص ٣٦]
مجموع ج د ، ج ب . فإذن ج ا مثل ب ج ، وَ ج د عمود ، فَ ا د مثل د ب . فنقطة د معلومة . فخط ج د معلوم الوضع ، لأنه عمود على ا ب . ومجموع ج ا ، ج د معلوم . فليكن مثل د ه ، فنقطة ه معلومة . ويصير ، إذا أسقط ج د مشتركاً ، ا ج مثل ج ه . ولأن نقطتي ا ، ه معلومتان ، يصير خط ا ه موضوعاً ، فزاوية ه معلومة ، وزاوية ا مثلها ، لأن ا ج مثل ج ه ، فزاوية ه ا ج معلومة فخط ا ج موضوع ، فنقطة ج معلومة ، لأن ه د موضوع .

وإن كان الخطَّان غير متساويين ، صار فضل أحدهما على الآخر معلوماً ، فلذلك تكون زيادة خطَّيْ ا ج ، ج د على ج د ، ج ب : معلومة ، أعني زيادة ا ج على ج ب . ولتكن هذه الزيادة ا ز . فَ ا ز معلوم وان نحن أخرجنا عمود ب ح على ا ج [الشكل ٨٤] ، صار مربَّعا ا ج ، ج ب مثل مربع ا ب ، وضرب ا ج في ج ح مرتين . لكن مربَّع ا ب معلوم . ففضل مربعي ا ج ، ج ب ، أعني ا ج ، ج ز ، على ضرب ج ح في ج ا مرتين ، ، معلوم . ولكن مربّعي ا ج ، ج ز مثل ضرب ا ج في ج ز مرتين ، مع مربع ا ز . فإذا أسقط من ذلك ضرب ج ح في ا ج مرتين ، يبقى سطح معلوم . فنسقط من ذلك مربع ا ز المعلوم ، فيبقى ضرب | ا ج في ح ز [ص ٣٧]
مرتين معلوماً . فنصفه معلوم .

فإن نحن جعلنا ضرب أ حـ في ز ح ، المعلوم ، مثل ضرب أ ب في ء ط ، صار ء ط معلوماً .


شكل (٨٤)

ولأن مثلثي حـ ء أ ، ح أ ب متشابهان ، إذ كانت زاوية ح القائمة مثل زاوية ء القائمة ، وزاوية أ مشتركة ، يصير ضرب حـ أ في أ ح مثل ضرب أ ب في أ ء . يذهب ضرب أ ب في ء ط ، مثل أ حـ في ز ح . يبقى ضرب [٨ ظ] أ حـ في أ ز | مثل ضرب أ ب في أ ط فنسبة أ ب إلى أ ز ، كنسبة أ حـ إلى أ ط المعلومة .

ولتكن نسبة حـ ء إلى أ ك مثلها . فنسبة مجموع أ حـ ، حـ ء إلى ط ك معلومة . ومجموع أ حـ ، حـ ء معلوم فَـ ط ك معلوم . ولأن نسبة أ حـ إلى حـ ء كنسبة أ ط إلى أ ك ، تصير نسبة الفضل بين مربّعي أ حـ ، حـ ء ، أعني مربّع أ ء ، إلى مربع حـ ء ، كنسبة الفضل بين مربعي أ ك ، أ ط إلى مربّع ك أ ؛ وعلى التبديل : نسبة مربّع أ ء إلى فضل ما بين مربعيْ أ ط ، أ ك ، كنسبة مربع حـ ء الى مربع ك أ المعلوم . فنسبة فضل ما بين مربعي ط أ ، أ ك إلى مربع أ ء : معلومة . وليكن أ ل مثل أ ك . فيصير فضل ما بين مربعي ك أ ، أ ط هو ضرب ل ط في ط ك ، المعلوم . فضرب ل ط في خط معلوم ، هو سطح نسبته إلى مربع أ ء امعومة . فإذن ضرب ل ط في خط معلوم : مثل مربع أ ء .

[ص ٣٨] ولذلك إن قسمنا خط ل ط | بنصفين ، على م ، صار ضرب م ط في خط معلوم ، مثل مربّع أ ء .

لكن خطّ ط ك معلوم وأ ك مثل أ ل ، ل م مثل م ط ، فَأ م

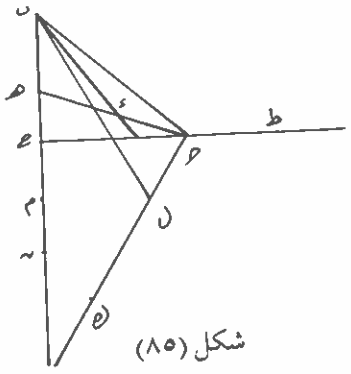
نصف ط ل . فَأ م معلوم . فضرب خط معلوم في م ط مثل مربع أ ء . لكن ضرب أ م في الخط المعلوم ، مع ضرب ط ء في الخط المعلوم : معلوم . فيصير ضرب أ ء في خط معلوم ، يزيد على ضرب م ط في خط معلوم ، بسطح معلوم . لكن ضرب م ط في خط معلوم . مثل مربع أ ء .

فبينٌ أن ضرب أ ء في خط معلوم : معلوم . فليكن المعلوم هو أ ز . ففضل ضرب أ ز في أ ء على مربع أ ء معلوم . لكن ذلك هو ضرب أ ب في ء ن . فضرب أ ء في ء ن معلوم . وَأ ن معلوم ، فَأ ء معلوم ، فنقطة ء معلومة .

| [١٩ وليكن مثلث أ ب حـ [الشكل ٨٥] : قاعدته ، وهي أ ب ، [ص ٣٩] معلومة ، ونقطتا أ ، ب معلومتان ، وخط حـ ه يحدث عند ب زاوية معلومة . وجعلت نسبة ء ه الى ه ب معلومة ، فكان مجموع ء حـ ، حـ ب معلوماً ، وكان مجموع أ حـ ، حـ ء معلوماً

تدبير ذلك :

إن كان المعلومان متساويين ، صار أ حـ مثل حـ ب ، فصار : إذا أُخرج عمود حـ ع على أ ب ، خط أ ع مثل خط ع ب . فنقطة ع معلومة . فعمود حـ ع موضوع ،


شكل (٨٥)

ونسبة ب ه إلى ه ء معلومة ، وزاوية ه معلومة ، فزاوية ء ب ه معلومة . وخط أ ب موضوع ، فخط ء ب موضوع ، وليلقَ حـ ع على ز ، فنقطة ز معلومة .

وتصير زاوية ه معلومة ، وزاوية ح قائمة ، فزاوية ح حـ ه معلومة . وزاوية ب ء ه معلومة ، لأنه مثلث ب ء ه معلوم الصورة . فزاوية ز ء حـ معلومة . فمثلث ء ز حـ معلوم الصورة . فنسبة ء حـ إلى حـ ز معلومة .

لكن مجموع ء حـ و حـ ب معلوم . فيكون خط ب حـ ، مع خط نسبته إلى ز حـ معلومة ، معلوماً . فخط ز حـ ، إذن ، مع خط نسبته إلى ب حـ معلومة ، معلوم . فليكن المعلوم ز ط . فنقطة ط معلومة . ويكون حينئذ الخط المعلوم النسبة الى ب حـ هو حـ ط .

[ص ٤٠] **فقد أخرج من نقطة ب المعلومة ، خط إلى خط | ط ح الموضوع ، ونقطة ط**
معلومة ، فصارت نسبة ب حـ إلى ط حـ معلومة .

وأما ان لم يكن أحدهما مثل الآخر ، فإنه إذا كان مجموع أ حـ و حـ ء
[٨ و] معلوماً | ومجموع حـ ب ، حـ ء معلوماً ، وليسا بمتساويين ، كان الفضل بينهما
معلوماً . لكن ذلك الفضل ، هو الفضل بين أ حـ ، حـ ب . فليكن الفضل
أ ك . فَ أ ك معلوم . ونخرج عمود ب ل على أ حـ . فيكون ، كما قلنا في
الشكل الذي قبل هذا:(١٤) ضرب أ حـ في ك ل معلوماً . فإن جعل مثل ضرب
أ ب في ح م ، كان ح م معلوماً ، وصارت نسبة أ ب المعلوم إلى أ ك
المعلوم ، كنسبة أ حـ إلى أ م ، لأنه يبقى ضرب حـ أ في أ ك مثل ب أ في
أ م ، كما قلنا في الشكل الذي قبل هذا . فنسبة أ حـ إلى أ م معلومة . ولتكن
كنسبة أ ك المعلوم إلى م ں . فخط م ں معلوم .

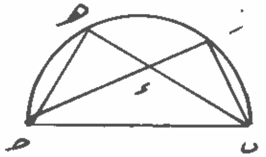
وتبقى نسبة ك حـ ، أعني خط ب حـ ، إلى أ ں : معلومة . لكن خط أ ب معلوم ، وكل واحد من خطَّيْ م ں ، م ح معلوم ، فمجموع أ ن ، ب ح معلوم . فإذن خط ب ح مع خط معلوم النسبة إلى ك حـ ، وهو أ ں ، معلوم .

لكن إن أخرج ها هنا عمود حـ ح ، وأخرج اليه ب ء إلى ز ، صار مثلث
ه ء ب معلوم الصورة ، فزاوية ح ب ز معلومة ، وزاوية ح قائمة ، فزاوية
ز معلومة . ولذلك نسبة ب ح إلى ب ز معلومة | وقد كان ب ح مع خط نسبته إلى [ص ٤١]
ب حـ معلومة ، معلوماً ، فيصير ب حـ مع خط نسبته إلى ب ح معلومة ، معلوماً ، و
[مع] الخط الذي نسبته إلى ب ز معلومة ، معلوم . وأيضاً تبينَّ أن مثلث ز ء حـ
معلوم الصورة ، فتصير نسبة ء حـ إلى ز حـ معلومة . لكن مجموع ب حـ ، ء حـ
معلوم . فإذن ب حـ ، مع خط نسبته إلى ز حـ معلومة ، معلوم .

وأيضاً ب حـ ، مع خط نسبته إلى ب ز معلومة ، معلوم . وزاوية ب ز حـ معلومة ، لأن مثلث ز ء حـ معلوم الصورة .

فنبين أولاً الأول [شكل ٨٦] :

ليكن خط أ ب معلوم النهاية ، وهي ب ، وموضوعاً ، ونقطة حـ معلومة ،
وليقل قائل إن نسبة حـ ء إلى حـ ب معلومة . فنخرج عمود حـ ه [على
ب ء] ، فهو موضوع . وإن عملنا على حـ ب نصف دائرة ، مرَّت بنقطة ه ،
وكانت مفروضة ، فلتكن دائرة حـ ه ز ب و ونخرج حـ ء إلى ز ، ونصل | [ص ٤٢]
ب ز .



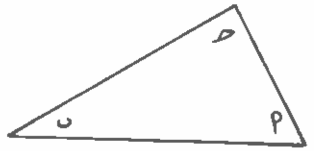
شكل (٨٦)

فمثلثا ب ز ء و حـ ه ء متشابهان ، لأن زاوية ه مثل زاوية ز ، إذ كل واحدة منهما قائمة ، وزاوية ء على الرأس ، وتبقى زاوية حـ مثل زاوية ب . فنسبة حـ ء إلى ء ب المعلومة كنسبة حـ ه المعلوم إلى ب ز . فَب ز معلوم . ونقطة ب معلومة ، ودائرة حـ ز ب معلومة ، وقد خرج فيها وتر ب ز المعلوم ،

من نقطة ب المعلومة ، فنقطة ز معلومة ، فخط حـ ء ز معلوم الوضع ، وخط أ ب موضوع ، فنقطة ء معلومة .

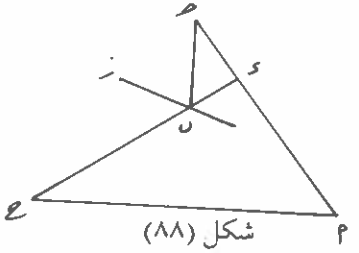
ويتبينُ الثاني بهذا القول :

ليكن مثلث أ ب حـ [الشكل ٨٧] ، زاوية حـ منه معلومة ، وخط أ ب ، مع خط نسبته إلى أ حـ معلومة ، معلوم ، وَ أ ب ، مع خط نسبته إلى ب حـ معلومة ، معلوم . فإن كان المعلومان متساويين ، كان الخط المعلوم النسبة إلى أ حـ مثل الخط المعلوم النسبة الى خط ب حـ . فكانت نسبة أ حـ إلى خط ب حـ معلومة ، وزاوية حـ معلومة . فنسبة أ حـ إلى أ ب معلومة ، وخط أ ب ، مع [ص ٤٣] خط نسبته إلى أ حـ معلومة ا ، معلوم ، فكل واحد منهما معلوم . وكذلك كل واحد من أ ب ، ب حـ .



شكل (٨٧)

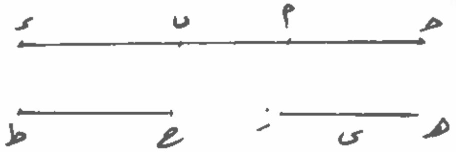
وإن كانا مختلفين ، كان فضل الخط ، الذي نسبته إلى أ حـ معلومة ، على الخط الذي نسبته إلى ب حـ معلومة ، معلوماً . وإذا كان كذلك فبينٌ بسهولة أن فضل أ حـ ، على خط نسبته إلى ب حـ معلومة ، معلوم فليكن ذلك الفضل المعلوم أ ء [الشكل ٨٨] ، وتبقى نسبة ء حـ إلى حـ ب معلومة ، فنسبة ب حـ إلى حـ ء معلومة ، وزاوية حـ معلومة ، فمثلث ب ء حـ معلوم الصورة . فتصير زاوية ء معلومة ، والتي تليها أيضاً تصير معلومة . وكان خط أ ب ، مع خط نسبته إلى ب حـ



شكل (٨٨)

معلومة ، معلوماً ، ونسبة ب حـ إلى ب ء معلومة ، فخطُّ أ ب ، مع خط نسبته لى ب ء معلومة ، معلوم . فليكن المعلوم أ ز . فتكون نسبة ء ب إلى ب ز معلومة ا ، ولتكن كنسبة ء ع إلى أ ء ، فَ ء ع معلوم . [ص ٤٤]

وتبقى نسبة ب ع إلى أ ب معلومة ، لأن نسبة الباقي إلى الباقي : كنسبة الكل الى الكل. لكن لأن أ ء معلوم ، وَ ء ع معلوم ، وزاوية أ ء ع معلومة ، يكون مثلث أ ء ع معلوماً ، وقد خرج من رأسه إلى قاعدته خط أ ب . فتصير نسبة أ ب إلى ب ع معلومة ، كما بيَّنا قبيل . وهذا سهل هينٌ ، وهو يتبين بنحو الباب الذي ذكرناه قبل هذا العمل ، بأن نعمل على أ ع نصف دائرة . . . وسائر ما قلناه ، وهذا العمل ، في أمر مثلث أ ب حـ هو شبيه بما عمل فيه أبو يحيى .



شكل (٨٩)

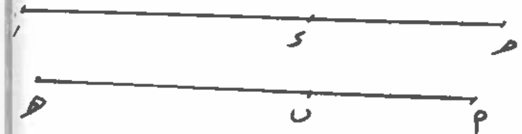
[٢٠] وأيضاً :

إن كان خط أب ، مع [خط] نسبته إلى أ حـ معلومة ، معلوماً ، [ومع خط نسبته إلى ب ء معلومة ، معلوماً ، كانت] نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة ، فليكن الخط الذي هو مع أب معلوم ، خط هـ ز [الشكل ٨٩] ، حتى تكون نسبة هـ ز إلى أ حـ معلومة ؛ والخط الذي مع أب معلوم هو ع ط حتى تكون نسبة ا ب ء إلى ع ط [ص ٤٥] معلومة . فيصير مجموع هـ ز ، أب معلوماً ، ومجموع ع ط ، أب معلوماً ، فإن كان مجموع هـ ز ، أب مثل مجموع ع ط ، ب أ كان هـ ز مثل ع ط ، ونسبة أ حـ إلى هـ ز معلومة ، ونسبة ب ء إلى ع ط معلومة ، فنسبة حـ أ إلى ب ء معلومة .

أو لم يكونا متساويين ، فيبقى أنه يصير الفضل بين [مجموع ه ز ، ا ب] مجموع ا ب ، ح ط [معلوماً] . فليكن ي ز هو الفضل المعلوم ، ويبقى ه ي مثل ح ط . فلتكن نسبة ه ز إلى ج ا معلومة ، كنسبة ز ي إلى ا ك . فَا ك معلوم . وتبقى نسبة ه ي إلى ك ج معلومة ، لأنها كنسبة الكل إلى الكل . وهي مثل ح ط . فنسبة ح ط إلى [١٠ و] ك ج معلومة . ونسبة ح ط إلى ب د | معلومة ، فنسبة ك ج إلى ب د معلومة ، ففضل ا ج على خطك ج ، الذي نسبته إلى ب د معلومة ، معلوم .

[٢١] وأيضاً

إذا كان ا ب ، مع خطٍّ نسبته إلى ج د معلومة ، معلوماً ، كان ج د ، مع خط نسبته إلى ا ب معلومة ، معلوماً .



شكل (٩٠)

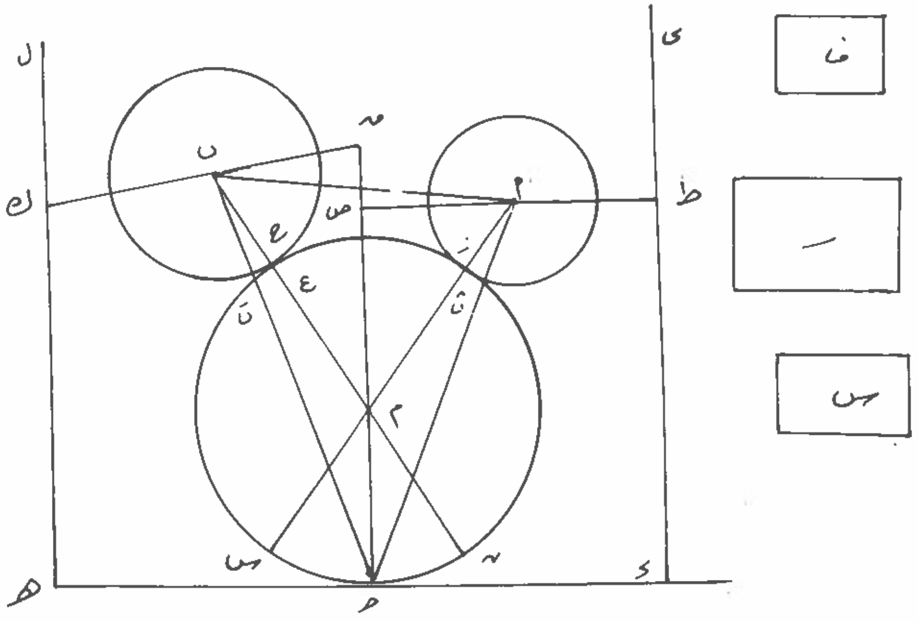
فليكن الخط الذي نسبته إلى ج د معلومة : ب ه [الشكل ٩٠] فنسبة ب ه إلى ج د معلومة ، وَا ه يصير معلوماً ، كما وضعنا .

فلتكن نسبة ب ه إلى ج د كنسبة ا ه إلى ج ز . فَج ز معلوم . وتصير نسبة ا ب إلى د ز كنسبة ا ه إلى ج ز . لأن نسبة الباقي إلى الباقي كنسبة الكل إلى الكل . فنسبة ا ب إلى د ز معلومة فإذن ج د مع د ز ، الذي نسبته إلى ا ب معلومة ، هو خط معلوم ، وهو ج ز .

[٢٢] وفي هذه المسألة طريق لأبي العباس بن يحيى

قد كنت عرفت منه تحليله وتركيبه . وتركيبنا لتحليله فيه هكذا :

[ص ٤٧] لتكن دائرة معلومة ، وهي ز ، ومركزها ا ، ودائرة | ح معلومة ، ومركزها ب ، [الشكل ٩١] وخط د ج ه معلوم الوضع . نريد أن نرسم دائرة تماسُّ دائرتي ز ، ح وخط د ج ه .



شكل (٩١)

فلنخرج من نقطة ا خطًّا [وهو ا ط] ، يوازي هذا الخط ، أيضاً ونخرج بين خطَّيْ ا ط ، ج د : عمود د ط ، وبين د ج ه وخط ب ك ، الموازي له ، عمود ه ك .

وليكن نصف قطر دائرة ز مثل ط ي ، ونصف قطر دائرة ح مثل ك ل . وليكن سطح ف مثل مربع نصف قطر دائرة ح ، ولتكن نسبة سطح س الى سطح ف كنسبة د ي إلى ه ل .

وليكن الفضل بين مربع نصف قطر دائرة ز ، وبين سطح س : سطح ر . فلأن خطَّيْ ا ب ، د ج ه معلومان ، ونقطتي ا ، ب معلومتان ، قد يمكن أن نخرج خطين كخطَّي ب ج ، ج ا ، حتى يكون فضل مربع ا ج على سطح نسبته إلى مربع ج ب ، كنسبة د ي إلى ه ل : سطح ر ، كما تبينَّ في مسألة لأبي العباس ، عملها وقد استخرجناها نحن بطرق ، في كتاب الدوائر المماسَّة .

فليكن الخطَّان خطَّيْ ب ج ، ج ا . ونعمل دائرة تماسُّ خط د ج ه على ج ، وتماسُّ دائرة ز ، وذلك سهل هينٌ ، وهي دائرة ز ن ج . فأقول : إنا عملنا ما أردنا .

برهان ذلك أن نخرج عمود حـ ٯ على خط حـ ء هـ ، فيكون مركز دائرة
[ص ٤٨] ر ح حـ عليه ، من قِبَل أن خطّ ء حـ هـ | يماسُّها ، وليكن م ، ونخرجه إلى
أن يلقى خط ط ا على ص ، وخط ك ب على ٯ

فإذا أسقطنا إذن من مربَّع ا حـ سطح ر ، كانت نسبة السطح الباقي إلى مربَّع ب حـ ، كنسبة ء ى إلى هـ ل . لكن نسبة سطح سْ إلى ف أيضاً هذه النسبة . فإن نقصنا من ذلك السطح الباقي [من] مربَّع ا حـ ، الذي ذكرناه قبل: سطح س ، ونقصنا أيضاً من مربع ب حـ ، سطح ف ، بقيت نسبة السطح الباقي بعد هذين المنقوصين ، من مربَّع ا حـ ، إلى الباقي من مربَّع ب حـ ، بعد سطح ف ، كنسبة د ى إلى هـ ل .

لكن إذا نقصنا من مربع ا حـ : سطحي ر ، س ، كنا قد نقصنا منه مربع
[١٠ ظ] نصف قطر | دائرة ر ، فلذلك يكون مربَّعا ا حـ ، حـ ب مثل مربَّعي نصفيّ
قطريّ دائرتيّ ر ، ح ، مع سطحين نسبةُ أحدهما إلى الآخر ، كنسبة ء ى إلى
هـ ل .

لكن مربَّع ا حـ هو ضرب حـ ا في ا ث ، مع ضرب حـ ا في حـ ث . ونصل ا م ، فهو يجوز على ر ، لأن دائرة حـ ر تماسّ دائرة ر على ر ، لأنا هكذا رسمناها . ونخرج هذا الخط إلى س . ونصل ذ ت .

فلأن دجـ قطر، تكون زاوية ذ ث حـ قائمة ، وزاوية ا ص حـ قائمة ،
وزاوية ا حـ ص مشتركة ، لمثلثي ا حـ ص ؛ ، ث ذ حـ . فإذن مثلث حـ ص ا
[ص ٤٩] بشبه مثلث ث ذ حـ . فضرب ا حـ في حـ ث مثل ضرب | ص حـ في حـ ذ.

ونصل أيضاً خط ب م ٯ وخط ث ذ . فيكون أيضاً مثلث ذ حـ ث يشبه مثلث ب ٯ حـ . فضرب ب حـ في حـ ت مثل ضرب ٯ حـ في حـ ذ.

فلما كنا قد بيّنا أنّ مربّعي ا حـ ، حـ ب مجتمعان من تلك السطوح ، أعني

مربّعي نصفي قطريْ الدائرتين ، مع السطحين اللذين نسبة أحدهما إلى الآخر ، كنسبة ء ى ، أعني ء ط ، الذي هو مثل حـ ص ، مع ط ى ، إلى ل هـ ، الذي هو ك هـ ، أعني حـ ٯ ، مع ك ل .

لكن مربع ا حـ هو ضرب ا حـ في حـ ت ، أعني حـ ذ في حـ ص، مع ضرب حـ ا في ا ث ، أعني س ا في ا ر ، الذي هو س ر في ا ر ، مع مربع ا ر . لكن س ر مثل حـ ذ ، لأن كل واحد من هذين الخطين هو قطر الدائرة . وَا ز مثل ط ى . فإذن ضرب حـ ذ في ص حـ ، أعني ط ء ، مع ضربه في ط ى ، الذي هو ضربه في ء ى ، مع مربع ا ر : هو سطح إذا نقص منه مربع ا ر ، بقي سطح نسبته الى الباقي من مربع ب حـ ، إذا نقص منه مربع ب ح : كنسبة ء ى إلى هـ ل

لكن إذا نقصنا من مربع ا حـ ، المساوي للسطوح التي ذكرناها ، مربع
ا ر ، بقي حـ ذ في ء ى . والسطح الذي نسبة هذا السطح اليه : نسبة ء ى | [ص ٥٠]
إلى هـ ل ، هو سطح حـ ذ في هـ ل

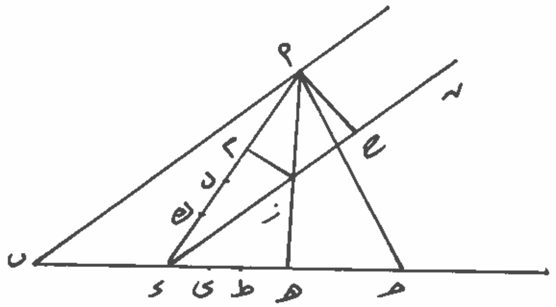
فإذا نقصنا إذن من مربّع ب حـ : مربع ب ح ، كان الباقي مساوياً حـ ذ في هـ ل ، لأن نسبة ضرب حـ ذ في ء ى اليهما واحدة . يذهب ضرب حـ ذ في حـ ٯ ، أعني هـ ك ، مثل ضرب ب حـ في حـ ت ، يبقى ضرب حـ ذ في ك ل ، أعني ب ح ، مثل ضرب ب حـ في ب ت . إذا نقص منه مربع ب ح ، فجُعِل مربع ب ح مشتركاً ، فيصير ضرب ب حـ في ب ت ، مثل ضرب ذ حـ في ب ح ، مع مربَّع ب ح .

فإن لم تكن دائرة ر حـ س تمر بنقطة ح ، فلتقع على ع . فيصير خط ن ع مثل خط حـ ذ ، لأن نقطة م مركز ، فكل واحد من خطَّيْ ن ع ، حـ ذ هو القطر .

فيصير ضرب حـ ذ ، أعني ن ع ، في ب ح ، مع مربَّع ب ح ، مثل ضرب ب حـ في ب ت . لكن ضرب ن ع في ب ح مع مربع ب ح : لكنه أعظم منه .

وكذلك يتبين أنه يلزم المحال إذا مرت دائرة ر حـ س على أي موضع كان غير نقطة ع . فإذن خط ن م قد جاز على مركزي دائرتين ، وقبل موضع التقائهما . فهما متماسّتان .

[٢٣] خطّاً أ ب ، ب حـ معلوما الوضع [الشكل ٩٢] وقد التقيا على ب ، ونقطتا حـ ، ء معلومتان . أردنا أن نخرج خطّين ، كخطّي حـ أ ، أ ء ، حتى يكون مجموعهما مثل ء ب المعلوم



شكل (٩٢)

[ص ٥١] فليكن ذلك | ، ولنخرج من أ عمود أ هـ على خط ب حـ ، فزاوية هـ
[١١ و] قائمة ، وزاوية ب معلومة ، | فنسبة أ هـ إلى هـ ب معلومة ، وليكن ء س موازياً أ ب . فنسبة هـ ر إلى هـ ء معلومة ، لأنها كنسبة أ هـ إلى هـ ب . ونسبة ء ب المعلوم إلى أ ر نسبة معلومة . فـَ ر أ معلوم . وليكن أ حـ مثل أ ل ، هـ حـ مثل هـ ط . ففضل مربع أ ء ، على مربع أ حـ : هو فضل مربع ء هـ على مربع هـ حـ . والفضلان اللذان ذكرنا : هما ضرب مجموع أ ء ،
[ص ٥٢] حـ أ ، المعلوم في ء ل ؛ وَحـ ء في ء ط . |

فنسبة مجموع حـ أ ، أ ء ، المعلوم إلى حـ ء ، المعلوم : كنسبة ء ط إلى ء ل . فهذه النسبة إذن معلومة .

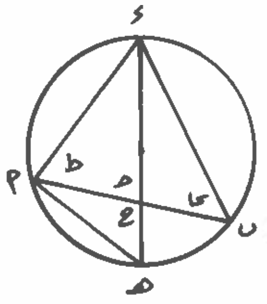
ونقسم ط ء على ى بنصفين ، ل ء على ك بنصفين . فنسبة ك ء إلى ء ى معلومة ، ولأن أ ل مثل أ حـ ، ك ل مثل ك ء ، يكون أ ك نصف مجموع أ حـ ، أ ء المعلوم . فإذن أ ك معلوم . ولأن حـ هـ مثل هـ ط ، ط ى مثل ء ى ، يكون هـ ى مثل نصف ء حـ المعلوم ، فإذن هـ ى معلوم . ولتكن نسبة ك ء إلى ء ى ، المعلومة ، كنسبة ك م إلى هـ ى المعلوم . فـ ك م معلوم . ويبقى أ م معلوماً .

ولأن مثلث ء هـ ر يشبه مثلث أ هـ ب ، يكون مثلث ر هـ ء معلوم الصورة . فنسبة ء هـ إلى ء ر معلومة ، ونسبة م ء إلى ء هـ معلومة ، لأنها كنسبة ك ء إلى ء ى ؛ إذ كانت أيضاً نسبة م ك إلى هـ ى : هذه النسبة . وإذا ركبنا ، كانت كما قلنا : نسبة م ء إلى ء هـ كنسبة ك ء إلى ء ى المعلومة . ونسبة ر ء إلى ء هـ كانت معلومة . فنسبة م ء إلى ء ر معلومة .

ولأن زاوية هـ ر ء معلومة ، تكون زاوية ء ر أ معلومة .

ونخرج من نقطة أ خطّاً يوازي ر م ، وهو أ ع . فتكون | نسبة م ء [ص ٥٣] إلى ء ر المعلومة ، كنسبة أ م المعلوم إلى ر ع . فـَ ر ع معلوم .

وإذ كنا بيّنا أنه معلوم ، وأن زاوية أ ر ع معلومة ، لأنها في توالي زاوية أ ر ء المعلومة ، فزاوية أ ع ر معلومة(١٥) ، وزاوية م ر ء مثلها ، فهي معلومة . ونسبة ء ر إلى م ء معلومة ، فزاوية ر ء م معلومة . وزاوية ء ر أ كانت معلومة . فمثلث أ ر ء معلوم الحلقة . وخط أ ر معلوم ، فخط أ ء معلوم | ونقطة ء معلومة . فنقطة أ معلومة . وخط هـ أ عمود على [١١ ظ] ب هـ المعلوم الوضع ، وخط أ ب معلوم الوضع ، فنقطة هـ إذن معلومة . وهذا ما أردنا أن نعمل .



شكل (٩٣)

[٢٤] قال أبو العلاء :

إذا كان فضل مربع أ ب على مربع أ ح معلوماً، وفضل مربع أ ب على مربع ب ح معلوماً، فإن ضرب ب ح في ح أ
[ص ٥٤] مرتين، مع مربع أ ح، وضرب ب ح في ا
ح أ مرتين، مع مربع ب ح معلوم .

فليكن ضرب أ ح في ح ب مرتين مثل مربع ح ء ، وليكن ح ء عموداً على أ ب . فيكون مربّعا ب ح ، ح ء ، أعني مربع ب ء : معلوماً . وكذلك يكون مربّع أ ء معلوماً . فيكون خطّا ء ب ، ء أ معلومين .

قال ابراهيم بن سنان : فحللت أنا ذلك على هذه الجهة :

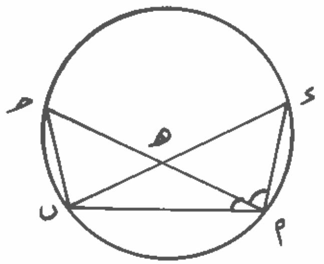
نعمل على مثلث أ ء ب دائرة ، أ ء ب ه [الشكل ٩٣] ، ونخرج عمود ح ء إلى ه ونصل أ ه ، ه ب . فلأن نسبة ضرب ب ح في ح أ إلى مربع ح ء معلومة ، وهي مؤلفة من نسبة ب ح إلى ح ء ، ومن أ ح إلى ح ء ؛ ولكن نسبة أ ح الى ح ء كنسبة أ ه إلى ب ء ، لأن مثلث أ ه ح يشبه مثلث ب ح ء : إذ كانت زاوية ء مثل أ ، وكذلك أيضاً زاوية ء ب أ مثل زاوية أ ه ء ـ في قطعة واحدة من الدائرة . وكذلك نسبة ب ح إلى ح ء كنسبة ه ب إلى أ ء : ـ لذلك تكون النسبة المؤلفة من أ ه إلى ب ء ، ومن ه ب إلى أ ء معلومة . وهي نسبة سطح أ ء في ء ب ، المعلوم ، إلى سطح أ ه في ه ب . فسطح أ ه في ه ب معلوم .

ولأن فضل مربع أ ء على مربع ء ب معلوم ، وهو مثل فضل مربع أ ح
[ص ٥٥] على ا مربع ح ب ، وكفضل مربع أ ه على مربع ه ب ، إذ كان ح ه
عموداً على أ ب ، يكون كذلك فضل مربع أ ه على مربع ه ب معلوماً .
وضرب أ ه في ه ب معلوم ، فكل واحد من أ ه ، ه ب معلوم .

ونسبة أ ء إلى ه ب معلومة ، وهي كنسبة ء ح الى ب ح . فهذه النسبة معلومة .

وزاوية ءحب قائمة ، فزاوية ى معلومة .

وأيضاً نسبة ء ب إلى ه أ معلومة . وهي نسبة ء ح إلى ح أ ، وزاوية ح قائمة ، فزاوية ط معلومة . فتبقى زاوية أ ء ب معلومة . فمثلث أ ء ب معلوم الحلقة ، أ ء معلوم ، أ ب معلوم ، فمربعه معلوم ، وفضل مربع أ ب على مربع ب ح معلوم ، فـ . ب ح معلوم(٦)



شكل (٩٤)

[٢٥] دائـــرة أ ب ح ء [الشـــكل ٩٤] وقع فيهـا أوتـار أ ب ، أ ح ، أ ء ، وكانت الأوتـار معلومة . وكانت زاوية ب أ ح مثل زاوية ح أ ء . نريد أن نعلم القطر .

فنصل ب ء ، يقطع أ ح على ه ، فتكون نسبة ب أ الى أ ء كنسبة
ب ه إلى ه ء . فنسبة ه ء إلى ه ب معلومة . وهذه النسبة هي نسبة ضرب
ا ء ه في ه ب الى مربع ه ب . [ص ٥٦]

لكن ضرب ء ه في ه ب مثل ضرب أ ه في ه ح . فنسبة ضرب أ ه في ه ح إلى مربع ب ه معلومة .

وأيضا لأن زاوية ب أ ح مثل زاوية ح أ ء ، وزاوية ح أ ء مثل زاوية ح ب ه ، لأنهما في قطعة واحـــدة من الدائـــرة ، فزاوية ح أ ب مثـــل زاوية ح ب ه ، وزاوية أ ح ب مشتـــركة لمثلثـــي أ ب ح ، ه حب فزاوية

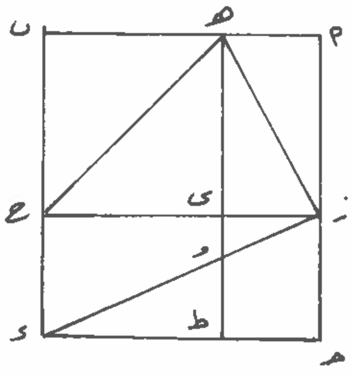
ج ه ب الباقية مثل زاوية أ ب ج . فأذن مثلثا أ ب ج ، ه ج ب
[١٢و] متشابهان . فنسبة ا ب ج إلى ب ه كنسبة ج أ إلى أ ب المعلومة . فنسبة ب ج إلى ب ه معلومة ، فنسبة مربَّع ب ج إلى مربَّع ب ه معلومة .

وأيضاً لأن مثلث أ ب ج يشبه مثلث ه ج ب ، يكون مربع ب ج مثل ضرب أ ج في ج ه . فلذلك تكون نسبة ضرب أ ج في ج ه إلى ضرب أ ه في ه ج معلومة . وهذه النسبة هي نسبة ج أ المعلوم إلى أ ه . فـ . أ ه معلوم إذن .

فيكون كل واحد من أ ه ، ه ج معلوماً . فضرب أحدهما في الآخر معلوم . وهو مثل ضرب ب ه في ه د . ونسبة ب ه إلى ه د معلومة . فكل واحد منهما معلوم .

[ص ٥٧] فقد صار لنا مثلث ا أ ب د ، معلوم الأضلاع . فالدائرة التي تعمل عليه معلومة القطر وذلك ما أردنا أن نعمل

[٢٦] سطح أ ب ج د [الشكل ٩٥] فيه خطَّان متوازيان، وهما أ ج ، ب د . ونقطة ه على أ ب معلومة . ومثلث ه ز ح شبيه بمثلث معلوم الصورة . نريد أن نعلم نقطتي ز ، ح



شكل (٩٥)

فنخرج من ه خطاً موازياً أ ج ، ب د ، وهو ه ط . فيكون متى وصلنا ز و د : خط ح د يوازي و ى . فنسبة ح ى إلى ى ز كنسبة د و إلى و ز التي

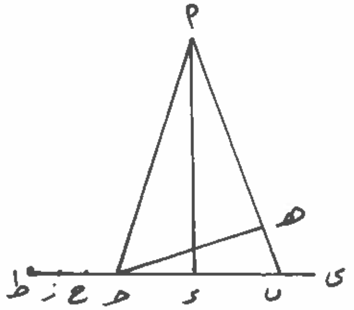
هي نسبة د ط إلى ط ج ، لأن و ط يوازي ز ج .

فنسبة ز ى إلى ى ح إذن مثل نسبة ج ط إلى ط د المعلومة . وذلك أن خط ه ط موضوع يوازي خطَّيْ أ ج ، ب د المعلومي الوضع ، ويلقى ج د على ط . فنقطة ط معلومة . فكل واحد من خطَّيّ ط د ، ج ط معلوم.

فإذن نسبة ز ى إلى ى ح معلومة . فنسبة ز ح إلى ى ز معلومة . لكنها إلى ز ه معلومة ، لأن مثلث ا ز ه ح معلوم الصورة . فلذلك نسبة [ص ٥٨] ز ه إلى ز ى معلومة . لكن زاوية ه ز ى معلومة . فمثلث ه ز ى معلوم الصورة ، فزاوية ز ه ى معلومة ، وخط ه ى موضوع ، فخط ه ز موضوع ، وذلك أن نقطة ه معلومة ، وقد لقي خط أ ج الموضوع . فنقطة ز معلومة .

وكذلك نعلم نقطة ح . وذلك ما أردنا أن نعلم .

[٢٧] ليكن مثلث أ ب ج : زاوية أ منه معلومة ، وعمود أ د معلوم، وفضل ما بين أ ب ، أ ج معلوم ونريد أن نعلم أضلاعه



شكل (٩٦)

فبيّنٌ أنه متى أخرج عمود ج ه على أ ب ، أن مثلث أ ه ج يكون معلوم الصورة ، لأن زاوية ه قائمة ، وزاوية أ معلومة . وأيضاً لأن فضل ما بين أ ب ، أ ج معلوم ، يكون مربَّعه معلوماً . وذلك هو فضل ما بين مربَّعي

ا ب ، ا ج ، وبين ضرب ا ج في ا ب مرتين . لكن مربعي ا ب ، ا ج
مثل مربعي ب د ، د ا ا ومربعي ا د ، د ج . ففضل ما بين هذه المربعات [١٢ظ]
وبين ضرب ا ب ا ج مرتين : معلوم . فإن أسقط من ذلك ضعف مربع ا د
المعلوم ، بقي الفضل بين مربعي ب د ، د ح وبين ا ضرب ا ب في ا ج
مرتين معلوماً .

ولكن نسبة ا ج إلى ج ه معلومة . فنسبة ضرب ا ب في ا ج مرتين الى ضرب ا ب في ج ه معلومة ، وضرب ا ب في ه ج مثل ضرب ا د في ب ج . فنسبة ضرب ا ب في ا ج مرتين ، إلى ضرب ا د في ب ج معلومة . فنجعل ضرب ا ج في ا ب مرتين مثل ب ج في ج ز . فنسبة ضرب ب ج في ج ز الى ب ج في ا د المعلوم : معلومة . وهي مثل نسبة ج ز إلى ا د . فإذن ج ز معلوم . والفضل بين مربعي ب د ، د ج وبين ضرب ب ج في ج ز معلوم .

وأيضاً فإن مربع ا ب مثل مربعَيْ ب د ، د ا ، وهو أيضاً مثل ضرب ا ب في ب ه مع ا ب في ا ه فإذن مربَّعا ب د ، د ا مثل ضرب ا ب في ب ه مع ا ب في ا ه

فأما ضرب ا ب في ب ه فهو مثل ضرب ب ج في ب د ، لأن مثلثي ب د ا ، ب ه ج متشابهان ، إذ زاوية ه قائمة وزاوية ب مشتركة لهما . وإذ كان ذلك كذلك ، كانت أضلاعهما متناسبة ، وكانت تحيط بسطوح متساوية ، كما قلنا . فإذن ضرب ب ا في ا ه مع ضرب ب ج في ب د : مثل مربع ب د مع مربع ا د .

ولكن ضرب ب ج في ب د مثل ضرب ب د في د ج مع مربع ب د ،
فإن أسقطنا مربع ب د مشتركاً ، بقي مربع د ا مثل ضرب ب د ا في د ج [ص ٦٠]
مع ضرب ب ا في ا ه .

لكن نسبة ا ه الى ه ج معلومة ، وهي كنسبة ضرب ب ا في ا ه إلى ضرب ب ا في ه ج . فإذن مربع د ا المعلوم ، هو مثل ضرب ب د في د ج مع سطح نسبته إلى ضرب ا ب في ه ج معلومة .

وضرب ا ب في ه ج مثل ضرب ج ب في ا د . فإذن مربع ا د مثل ضرب ب د في د ج ، مع سطح نسبته الى ب ج في ا د معلومة . وليكن ذلك السطح هو ضرب ب ج في ج ح .

فإذن نسبة ضرب ب ج في ج ح إلى ب ج في ا د معلومة . وهي نسبة ج ح الى ا د المعلوم ف . ج ح معلوم .

فإذن ضرب ب د في د ج مع ضرب ب ج في ج ح مثل مربَّع ا د المعلوم .

فقد حصل أن ب د في د ج مع ضرب ب ج في ج ح معلوم . فضرب ب د في د ج مرتين مع ب ج في ج ح مرتين ، وذلك ضرب ب ج في ضعف ج ح ، وليكن ج ط . ف . ج ط معلوم .

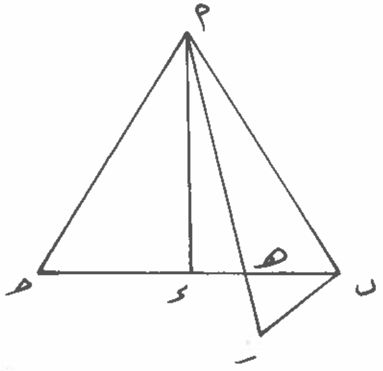
وأيضاً قد كان الفضل بين مربَّعي ب د ، د ج وبين ضرب ب ج في ج ز
معلوماً . ونزيد على ذلك ضرب ب د في د ج مرتين ، مع ضرب ب ج في
ج ط ، المعلوم . فيصير الفضل بين ضرب ب د في د ج مرتين ، مع ضرب
ب ج في ج ط ، ومربّعي ب د ، د ج ، وبين ضرب ب ج ا في ج ز [ص ٦١]
معلوماً . لكن ضرب ب د في د ج مرتين . مع مربَّعي ج د ، ب د : مثل مربع
ب ج

فإذن فضل ما بين مربَّع ب د ، د ج ، وضرب ب ج في ج ط ، وبين ضرب ب ج في ج ز ، معلوم . فإذن إن أسقطنا ضرب ب ج في ج ز ، يبقَ سطح معلوم وذلك هو مربع ب ج مع ضرب ب ج في ز ط ، وهو معلوم .

ولكن ز ط معلوم . ح ط معلوم . فنجعل ب ى مثل ز ط . فيصير ضرب ب ح في ى ب مع مربع ب ح معلوماً ، وذلك هو ضرب ى ح في [١٣ و] ح ب . فهذا السطح فيه ح ب في ب ى | المعلوم . فـ ب ح معلوم. وكذلك جميع ما في هذه المسألة .

وإن بقيت شروط المسألة على ما هي عليه ، إلا أن زاوية ا قائمة ، فإن في ذلك استخراجاً على هذه الجهة :

فضل ما بين مربَّعي ا ب ، ا ح ، وذلك مربّع ب ح ، وبين ضرب ا ح في ا ب مرتين : معلوم . وضرب ا ب في ا ح مرتين مثل ضرب ب ح في ا ء مرتين . إذن فضل ما بين مربع ب ح ، وضرب ب ح في ضعف ا ء ، معلوم . فإذا كان ذلك كذلك ، وكان ا ء معلوماً ، كان ب ح معلوماً . وذلك سهل هينٌ .



شكل (٩٧)

[٢٧ ا] وهذا الاستخراج لنا هو شبيه باستخراج يوجد لهذه المسألة غير منسوب إلى مستخرجه :

وليكن مثلث ا ب ح : قاعدته ب ح ، وعموده ا ء [الشكل ٩٧] ، ونسبة ا ء إلى ب ح معلومة ، وكل واحد من خطي ا ب ، ا ح معلوم ، ونريد أن نعلم القاعدة .

فليكن ه ء مثل ء ح ، ونصل ا ه فيكون مثل ا ح ، ونخرج عمود

ب ز على ا ه :

فلأن ا ب معلوم ، ا ح معلوم يكون فضل مربَّع ا ب ، أعني مربعيْ ب ء ، ء ا ، على مربَّع ا ح ، أعني مربَّعَيْ ا ء ، ء ح ، معلوماً . وذلك هو فضل مربَّع ب ء على مربَّع ء ح . فهو معلوم . وذلك مثل ضرب جميعهما في فضل ما بينهما ، الذي هو ب ه في ب ح ـ معلوم

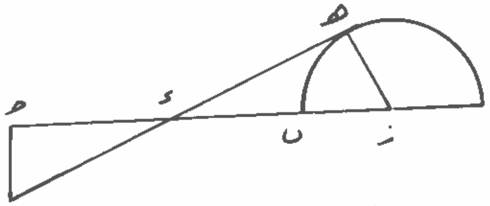
ولكن نسبة ب ح إلى ا ء معلومة . فضرب ا ء في ب ه إذن معلوم.

ولأن زاويتي ز ، ء قائمتان ، وزاوية ب ه ز مثل | زاوية [ص ٦٣] ا ه ء ، يكون المثلثان متشابهين ، فلذلك يكون ضرب ا ء في ب ه مثل ب ز في ا ه ، ا ه مثل ا ح ، المعلوم، فـ ب ز معلوم

ومربَّع ا ب مثل مربَّعَيْ ب ز ، ز ا . ولكن مربَّع ا ب معلوم ومربع ب ز معلوم . فمربَّع ا ز معلوم ، فَـ ا ز معلوم . وَ ا ه معلوم ، فيبقى ه ز معلوماً ، وزاوية ز قائمة ، فمربَّع ب ه معلوم، لأنه مثل مربَّع ب ز ، ز ه . فَـ ب ه معلوم . وضربه في ب ح معلوم ، فَـ ب ح معلوم ، ونعلم أيضاً ا ء .

وذلك ما أردنا أن نعلم .

[٢٨] لتكن نقط ا ، ب ، ح على خط مستقيم [الشكل ٩٨] ، وهو معلوم ، ولتُعلم نقطة ما ، وهي ء ، وليقُلْ قائل : إن ضرب ا ء في ء ب معلوم النسبة عند مربَّع ء ح . ونريد أن نعلم نقطة ء



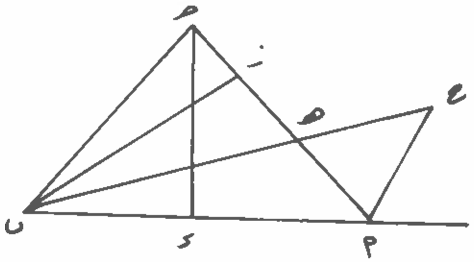
شكل (٩٨)

فتعمل على ا ب نصف دائرة، وهو ا ه ب ، ومركزها ز و ونخرج من د خطًا مماسًا ، وهو ه د :

فضرب ا د في د ب مثل مربَّع ه د و فمربَّع ه د معلوم النسبة عند مربَّع د ج و فنسبة ه د إلى د ج معلومة . ونخرج عمود ح ج على
[ص ٦٤] | ا ج و وليلقَ ه د على ح

فإذن زاوية ز ه د القائمة إذ كانت عند التماس : مثل زاوية ج و وزاوية
[١٣ ظ] د في تقاطع خطين ، وتبقى زاوية ح مثل زاوية ز . فنسبة ز ه إلى ا ج ح
مثل ه د إلى ج د و المعلومة .

وَز ه معلوم ، فَـ . ج ح معلوم ، ولكنه موضوع ، لأن نقطة ج معلومة ، ج ح عمود على ا ج . فنقطة ح معلومة . وقد خرج منها خط مماس ، وهو ه ح . فإذن نقطة ه معلومة [فنقطة د معلومة] وذلك ما أردنا أن نعلم .



شكل (٩٩)

[٢٩] إذا كان مثلث ا ب ج ، قاعدة ا ب منه معلومة [الشكل ٩٩] وفضل ما بين ا ج و ج ب معلوم، وأخرج عمود ج د فكان معلوماً ، ونريد أن نعلم المثلث .

فليكن فضل ما بينهما هو ا ه و ونخرج عمود ب ز على ا ج .

فيكون مربَّعا ا ج و ج ب يزيد على ضرب ا ج في ج ز مرتين ، بمربَّع ا ب المعلوم .

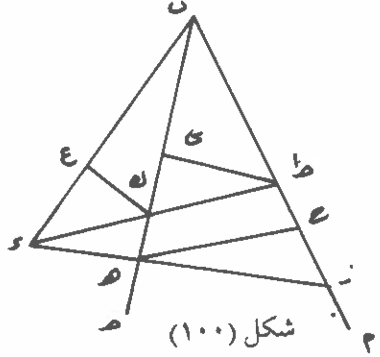
فإذن فضل مربَّعَيْ ا ج و ج ب و أعني مربعي ا ج و ج ه على ضرب ا ج في ج ز مرتين ، وذلك هو ضرب ا ج في ز ه مرتين ، مع مربع
ا ا ه المعلوم ، معلوم . فإذن ضرب ا ج في ز ه معلوم . [ص ٦٥

ولكن عمود ج د معلوم . فيكون ضرب ج د في ا ب و المعلوم ، معلوماً ، وذلك مثل ضرب ب ز في ا ج و لأن كل واحد منهما ضعف مثلث ا ب ج .

فإذ كان ضرب ا ج في كل من ز ه و ب ز معلوماً ، فإن نسبة ز ه إلى ب ز معلومة . فمثلث ز ه ب معلوم الصورة ، لأن مع النسبة المعلومة ، زاوية ز قائمة * . فإن أخرجنا ا ح يوازي ب ز وأخرج اليه ه ب و كانت نسبة ز ه إلى ب ز كنسبة ا ه إلى ا ح . فَ ا ح معلوم وزاوية ح مثل زاوية ه ب ز المبادلة لها . وزاوية ه ب ز معلومة ، لأن مثلث ه ب ز معلوم الصورة . فإذن زاوية ح معلومة .

لكن كل واحد من خطَّيْ ا ح و ب ا معلوم. فلذلك يكون المثلث معلوماً . فزاوية ح ا ب معلومة . لكن زاوية ح ا ه معلومة ، لأنها في مثلث يشبه مثلث ب ه ز المعلوم الصورة . وتبقى زاوية د ا ج معلومة وزاوية د معلومة . وتبقى زاوية ا جد معلومة ، وخط ج د معلوم . ف[خط] ا ج معلوم وذلك ما أردنا أن تعمله .

[٣٠] لتكن زاوية ا ب ج معلومة، [الشكل١٠٠] ، ونقطة د معلومة نريد أن نخرج خطًا كخطّ د ك ط حتى يكون مثلث ب ط ك مثل سطح ص المفروض.



شكل (١٠٠)

---

* هنا كتب في الحاشية العبارة التالية بخط قديم : من هذا الموضع فضل ، ذلك أن المسألة تتم في هذا الموضع ، لأن زاوية هـ معلومة ، تبقى زاوية أ هـ ب معلومة وكل واحد من خطي ا ب ، ا هـ معلوم .

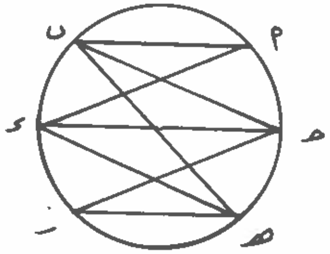
فنخرج عمود ط ى على ب ك فيكون ضرب ط ى في ب ك هو ضعف المثلث ، أعني سطح ص ، فهو مفروض . ونخرج عمود د ه ز على ب ج و فهو مفروض . وخط ب ه أيضاً مفروض .

فالنسبة المؤلفة من د ه إلى ط ى ، ومن ه ب إلى ب ك معلومة . ونسبة د ه إلى ط ى مثل نسبة د ك إلى ك ط . فالنسبة المؤلفة من ه ب إلى ب ك ومن د ك إلى ك ط معلومة .

ونخرج ه ح يوازي د ط . فتكون نسبة ب ه إلى ب ك كنسبة ه ح إلى ك ط . فالنسبة المؤلفة من ه ح إلى ك ط ومن د ك إلى ك ط ، معلومة . وهي نسبة ضرب د ك في ه ح ، إلى مربّع ك ط .

[١٤ و] ونسبة د ز إلى ز ه | و [وهما] معلومان ، هي كنسبة د ط إلى ه ح ، وكنسبة ضرب ه ح في د ك ، الذي نسبته الى مربّع ط ك معلومة ، الى ضرب ط د في د ك (١٧) . فإذن نسبة ضرب ط د في د ك الى مربّع ك ط معلومة . فنسبة ط د إلى د ك معلومة ، كما تبين في كتاب المعطيات .(١٨)

ونصل د ب فهو مفروض القدر والوضع ، ونخرج ك ع يوازي ا ب . [ص ٦٧] فنسبة | ط د الى د ك ، المعلومة ، كنسبة ب د إلى د ع و وخط د ب معلوم ، فَ د ع معلوم ، وموضوع . ونقطة د معلومة ، فنقطة ع معلومة ، وقد جاز عليها خطّ موازٍ لخطّ ا ب المعلوم الوضع . فَ ك ع إذن معلوم الوضع . فإذن نقطة ك معلومة ، فخط د ك معلوم الوضع .



شكل (١٠١)

[٣١] دائرة ا ب ج [الشكل١٠١] فيها أوتار متوازية ، وهي : ا ب و ج د و ه ز ؛ وقوس ه ج مثل قوس ا ج ، وكل واحد من الأوتار معلوم ، ونريد أن نعلم القطر .

فلأن الخطوط متوازية ، تكون [قوس] ه ج مثل قوس ز د و المساوية لقوس د ب ؛ وقوس ا ج مثل قوس ه ج . فخطوط ه ج و ز د و د ب و ج ا متساوية .

فلأن ذا أربعة أضلاع ، ج ه ز د ، في الدائرة فضرب ه ج في ز د ، مع ضرب ه ز في ج د : مثل ه د في ز ج . ففضل ه د في ز ج على ه ج في ز د معلوم ، لأن ذلك هو ضرب ه ز المعلوم في د ج المعلوم . فأما ه ج في ز د | فهو مثل مربّع ز د . وأما ه د في ز ج فهو مربّع ه د ، [ص ٦٨] وذلك أن ه د مثل ز ج ، لأن قوس ه ج مثل قوس ز د ، وقوس ه ز مشترك ، فقوس ج ه ز مثل قوس ه ز د . ولذلك : زيادة مربّع ه د على مربّع ز د ، أعني مربّع ب د معلومة .

ومثل ذلك تكون زيادة مربع ب ج على مربّع د ب معلومة ، لأن كل واحد من ا ب و ج د ، المتوازيين ، معلوم . ولذلك فضل ما بين مربّعَيْ ب ج و ه د معلوم

وأيضاً لأن قوس ه ج مثل قوس ب د ، إن جعلنا ه ز د مشتركاً ، تبين أن ج د المعلوم مثل ه ب . فلذلك ضرب ه ب في ج د معلوم ، وهو مثل ه د في ب ج ، مع ضرب ه ج في ب د ، أعني مربّع ب د . فلذلك ضرب ه د في ب ج ، مع مربّع ب د : معلوم .

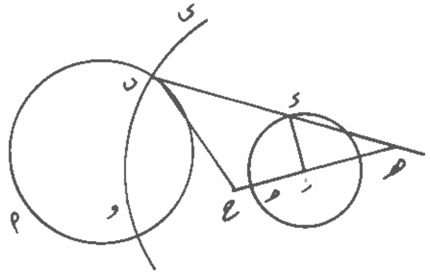
لكن فضل ما بين مربّعي ب د و ج ب معلوم . فإذن مربّع ب ج و مع ضرب ب ج في ه د : معلوم .

والفضل بين مربعي ب ج و ه د معلوم . فكل واحد منهما معلوم .

لكن ج ز مثل ه د ، فإذن خطوط ب ج و ج د و ج ز معلومة . وقوسا ب د و د ز متساويتان فالدائرة معلومة القطر

وهذه مسألة مستخرجة في الشكل الخامس والعشرين(١٩) .

[ص ٦٩] **[٣٢] دائرتا أ ب ، ج د معلومتان ، ونقطة ه معلومة ، نريد | أن نخرج خطًا كخط ه د ب [الشكل ٥١] على أن تكون نسبة ه د إلى د ب معلومة .**



شكل (١٠٢)

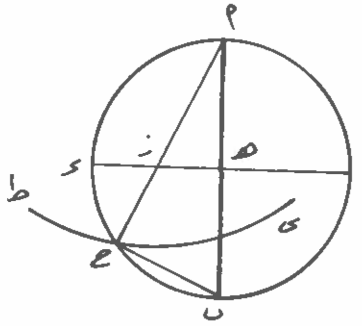
[١٤ ظ] فلننزل أن ذلك | قد كان . وليكن مركز دائرة ج د نقطة ز ، ونصل د ز ، ونخرج من ه إلى ز خطًا ، وهو ه ز ح ، ونخرج من ب خطًا يوازي د ز ، وهو ب ح .

فتصير نسبة ب ح إلى د ز مفروضة ، لأنها كنسبة ب ه إلى ه د . وَ ز د معلوم . فإذن ب ح معلوم . ولأن نقطتي ه ، ز موضوعتان ، يكون خط ه ز ح معلوم الوضع .

ولأن نسبة ب ه إلى ه د ، المعلومة ، كنسبة ح ه إلى ه ز المعلوم ، يكون ه ح معلوماً ، فنقطة ح معلومة . فإن نحن رسمنا على مركز ح ، وببعد ح ب : دائرة ى و ، كانت موضوعة . فتقاطعها مع دائرة أ ب ، وهو ب ، معلوم ، فخط ه ب معلوم الوضع . وذلك ما أردنا أن نعلم .

[٣٣] وأيضاً تحليل مسألة أخرى:

دائرة أ ب ج د معلومة ، وقطرها أ ه ب ، وخط ج ه د قائم عليه . نريد أن نخرج من أ خطًا كخطّ أ ز ح ، حتى يكون خط ح ز مثل ه ز



شكل (١٠٣)

فلننزل أن ذلك قد كان . فلأنّ مربّع د ه مثل ضرب ج ز في ز د مع مربّع ز ه ، ومربع د ه معلوم ، يكون ضرب ج ز في ز د ، أعني أ ز في ز ح ، مع مربع ه ز ، معلوماً . لكن مربّع ز ه مثل مربّع ز ح .

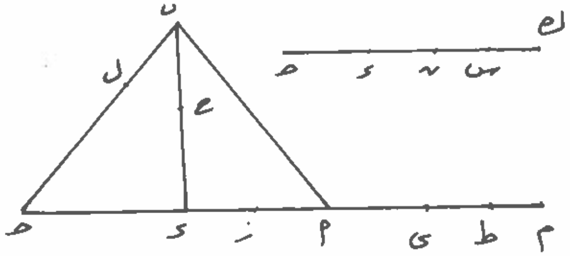
فإذن يجتمع من ذلك أن ضرب أ ح في ز ح معلوم .

وأيضاً إن وصلنا ب ح ، كانت زاوية ب ح أ قائمة ، وزاوية أ ه ز قائمة ، وزاوية ب أ ح مشتركة . فيصير المثلثان متشابهين . ولذلك نسبة ب أ إلى أ ح كنسبة أ ز إلى أ ه فضرب ب أ في أ ه المعلوم ، مثل ضرب أ ح في أ ز فهذا السطح معلوم .

لكن ضرب أ ح في ح ز معلوم . فإذن مربع أ ح معلوم . فَأ ح معلوم .

فتدير على مركز أ ، وببعد أ ح ، دائرة ط ح ى . فهي معلومة الوضع . فنقطة ح معلومة . وذلك ما أردنا أن نعمله .

| **[٣٤] إذا كان مثلث أ ب ج : قاعدة أ ج منه معلومة ، وعمود ب د** [ص ٧١] **مع ب ج معلوم ، وخط أ ب مع خط ب ج معلوم ؛ نريد أن نعلم كل واحد من أ ب ، ب ج ، وعمود ب د .**



شكل (١٠٤)

فبينٌ أن فضل مربّع أ ب على مربّع ب ج هو فضل مربّع أ د على مربّع

ء حـ . وكلُّ خطَّين ففضل ما بين مربّعيهما هو ضرب مجموعهما في الفضل بينهما . فليكن ه ب مثل ب حـ ، ء ز مثل حـ ء ، أ ه مثل ء ح . فيكون ضرب أ حـ في أ ز مثل ضرب مجموع حـ ب ، ب أ في أ ه ، أعني ء ح .

ولكن مربّع أ حـ معلوم ، وهو مثل ضرب أ حـ في حـ ز ، أعني أ حـ في ء حـ مرتين ، وذلك هو ضرب ضعف أ حـ في ء حـ ، مع ضرب مجموع أ ب ، ب حـ | في حـ ء . وهو معلوم .

وليكن م أ مثل أ حـ . فإذن ضرب م حـ في حـ ء ، وضرب مجموع أ ب ، ب حـ في ء ح : معلوم

ولأن مجموع أ ب ، ب حـ معلوم ، ومجموع ب ء ، حـ ب معلوم ، يكون ضرب مجموع أ ب ، ب حـ في مجموع ء ب ، ب حـ معلوماً . فالفضل بينه وبين ضرب مجموع أ ب ، ب حـ في ء ح ، م حـ في حـ ء : معلوم، فإذا اسقطنا مجموع أ ب ، ب حـ في ء ح مشتركاً ، بقي الفضل بين ضرب م حـ في حـ ء وضرب مجموع أ ب ، ب حـ في مجموع حـ ب ، ب ح ، معلوماً .

وليكن ضرب م حـ في حـ ط مثل ضرب مجموع أ ب ، ب حـ في مجموع ب ح ، ب حـ

فيكون الفضل بين ضرب م حـ في حـ ء ، م حـ في حـ ط معلوماً ، وهو ضرب م حـ المعلوم في ط ء . فإذن ط ء معلوم .

ولأن ضرب م حـ في ط حـ مثل ضرب مجموع أ ب ، ب حـ في مجموع ب ح ، ب حـ ، تكون نسبة م حـ المعلوم إلى مجموع أ ب ، ب حـ المعلوم كنسبة مجموع ب ح ، ب حـ إلى ط حـ . فإذن نسبة مجموع ب ح ، ب حـ إلى ط حـ معلومة . ولكن لأن مجموع أ ب ، ب حـ معلوم ، وذلك هو مجموع ه ب ، ب حـ ، أعني ضعف ب حـ : إذ كان ب حـ مثل ب ه ، مع خط

أ ه ، أعني ح ء ، يكون ء ح مع ضعف ب حـ معلوماً ولكن ب حـ مع ب ء معلوم . فالفضل بين ذلك معلوم . وهو الفضل بين ب حـ ، ء ح وبين ء ب . فإذا | أسقطنا المشترك ، وهو ء ح ، بقي الفضل بين ب ح ، ب حـ [ص ٧٣] معلوماً .

وليكن ب ح مثل ل ب فإذن خط ل حـ معلوم ، وتكون نسبة ب حـ ، ب ل مجموعين الى حـ ط معلومة . إذن ب ح ، أعني ب ل ، مع ب حـ ، معلوم النسبة الى ط حـ . كما تبين قبيل . ولكن مجموع ب حـ ، ه ب هو ضعف ل ب مع ل حـ . فيكون ضعف ل ب أصغر من خط نسبته إلى ط حـ معلومة ، بشيء معلوم ، وهو ل حـ . فإذا عكسنا كان خطٌّ ط حـ أعظم من خطّ نسبته إلى ضعف ل ب معلومة ، بخط معلوم . وبيان ذلك سهل هين . لكن الخطّ الذي نسبته إلى ضعف ب ل معلومة : نسبته إلى ب ل معلومة . فإذن خط ط حـ أعظم من خطّ له إلى ل ب نسبة معلومة ، بخط معلوم .

وليكن الخط المعلوم ط ى . فإذن نسبة ى حـ إلى ل ب معلومة .

ولأن مجموع ء ب ، ب حـ معلوم ، إذا أسقط ل حـ المعلوم ، بقي ل ب ، ب ء معلوماً .

فإذن خطّ ب ء مع خطّ نسبته إلى حـ ى معلومة ، وهو ل ب ، معلوم . فإذا عكسنا ، كان خط حـ ى ، مع خط نسبته إلى ب ء معلومة ، معلوماً . وهذا أيضاً سهل هين . وليكن الخطّ ء ك فإذن نسبة ء ك إلى ء ب معلومة ، ومجموع ء ك ، حـ ى معلوم. ولكن ء ى معلوم ، لأن كل | واحد من خطَّيْ ء ط ، ط ى [ص ٧٤] معلوم . فإذن ط حـ بأسره معلوم .

ولما كان مجموع ب ء ، ب حـ معلوماً ، فبيِّنٌ أن مربَّعي ب حـ ، ب ء ، أعني مربع حـ ء ، مع مثلَيْ مربع ب ء ، وضعف ب حـ في ب ء ، معلوم .

لكن ضعف مربّع ب ء ، وضعف ب ء في ب ح هو ضرب مجموع ح ب ، ب ء مرتين ، في ب ء . فيكون مربّع ح ء مع ضرب مجموع ح ب ، ب ء في ب ء مرتين ، معلوماً .

ونسبة ب ء إلى ء ك معلومة ، وهي نسبة مجموع ح ب ، ب ء في ء ب ، إلى مجموع ح ب ، ب ء في ء ك

فإذن مربّع ح ء مع سطح نسبته إلى ضرب ح ب ، ب ء في ء ك معلومة ، معلوم .

ونجعل وذلك السطح هو ضرب ك ء في ك ز . فإذن نسبة ك ز في ك ء إلى مجموع ح ب ، ب ء المعلوم في ك ء : نسبة معلومة . وذلك نسبة ك ز إلى مجموع ح ب ، ب ء . ومجموع ح ب ، ب ء معلوم . فيكون [١٥ ظ] | ك ز معلوماً . ويصير مربّع ح ء ، مع السطح الذي ذكرناه أولاً ، الذي صار بدله ك ز في ك ء : معلوماً . فيكون خط ك ح المعلوم قد انقسم بقسمين على نقطة ء فكان مربع ح ء مع ضرب ك ء في خط معلوم ، وهو ك ز ، معلوماً . فضرب ك ز في ك ء ، مع مربّع ح ء : معلوم

[ص ٧٥] لكن لأنّ ك ح معلوم ، ك ز معلوم ، يكون ك ح في ك ز معلوماً | وذلك هو ك ز في ك ء ، ك ز في ح ء .

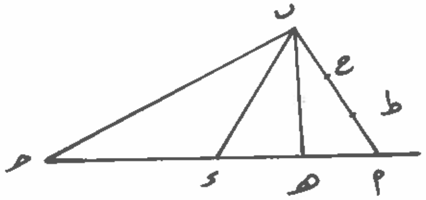
ولكن ك ز في ك ء مع مربع ح ء معلوم . فالفضل بين ك ز في ح ء ، وبين مربع ح ء : معلوم

فليكن ء ح مثل س ل . فالفضل بين ك ل في س ل ، وبين مربّع س ل معلوم ، وهو س ك في س ل . فـ . س ل في س ك معلوم . فكل واحد من س ك ، س ل معلوم . فـ . س ل مثل ح ء . فـ . ح ء معلوم. فيبقى ك ء معلوماً . ونسبة ك ء إلى ء ب معلومة . فـ . ء ب معلوم . ومجموع

ء ب ، ب ح معلوم . فـ . ب ح معلوم . ومجموع ب أ ، ب ح معلوم ، ب ح معلوم ، فـ . أ ب معلوم .

وذلك ما أردنا أن نعمله .

[٣٥] مثلث أ ب ح : قاعدة أ ح منه معلومة ، ومجموع أ ب ، ب ح معلوم وكل واحد من خطوط أ ء ، ء ب ، ء ح معلوم . نريد أن نعلم أضلاعه .



شكل (١٠٥)

فنخرج من نقطة ب عمود ب هـ على خطّ أ ح . [الشكل ١٠٥]*

فبيّنٌ أن مربّع ب ح مثل مربّعَيْ ب ء | ، ء ح ، وضرب ح ء في [ص ٧٦] ء هـ مرّتين . ولكن مربّعَيْ ء ب ، ء ح معلومان . فيكون فضل مربّع ب ح على ضرب ء هـ في ح ء مرّتين ، معلوماً .

ونجعل مربّع أ ب وضرب أ ب في ب ح مرّتين مشتركاً . فيكون الفضل بين مربّع أ ب ، أ ب في ب ح مرتين ، هـ ء في ء ح مرّتين ، وبين أ ب في ب ح مرّتين ومربّعَيْ أ ب ، ب ح : معلوماً .

لكن مجموع مربّعَيْ أ ب ، ب ح وضرب أ ب في ب ح مرتين: معلوم ، لأن ذلك هو مربّع مجموع أ ب ، ب ح المعلوم. فيكون إذن مربع أ ب ، وضرب أ ب في ب ح مرتين ، وضرب هـ ء في ء ح مرّتين معلوماً .

ولكن مربّعي ء ب ، أ ء معلومان . وهما مثل مربّع أ ب ، وضرب

أجرى المحقق تعديلاً في هذا الشكل كي يطابق النص .

ضعف أ ء في ء هـ . فيجتمع لنا ضرب ب حـ في ب أ مرتين ، وضعف مربّع أ ب ، الذي هو مجموع ب حـ ، ب أ في ب أ مرتين ، مع ضرب أ ء في ء هـ مرتين ، ء حـ في ء هـ مرتين ، الذي هو أ حـ في ء هـ مرتين : معلوماً . فنصف ذلك معلوم . فيصير : ضرب مجموع ب أ ، ب حـ في أ ب ، مع أ حـ في ء هـ معلوماً .

وليكن ضرب مجموع أ ب ، ب حـ في أ ب مثل أ حـ في ز هـ . فيكون ضرب أ حـ في مجموع ز هـ ، هـ ء ، أعني ز ء ، معلوماً . وخط أ حـ معلوم ، | فخط ز ء معلوم . ونسبة أ حـ إلى مجموع أ ب ، ب حـ ، [ص ٧٧] المعلومة ، كنسبة ب أ إلى هـ ز . فنسبة ز هـ إلى أ ب معلومة ، وَ أ ء معلوم ، وَ . ء ز معلوم ، فيبقى أ ز معلوماً ، فيكون أ هـ أصغر من مقدار ز هـ ، الذي نسبته إلى أ ب معلومة ، بشيء معلوم ، وهو أ ز .

[١٦ و] فإذن أ ب أعظم من خط نسبته | إلى أ هـ معلومة ، بخط معلوم

وليكن الخط الذي نسبته إلى أ هـ معلومة هو خط أ ح . فيكون ب ح معلوماً

ولأن مربع ء ب معلوم ، وهو مثل مربعي ء هـ ، هـ ب ، يكون مربع ء هـ مع مربع ب هـ معلوماً، ويكون أيضاً ، من أجل أن أ ء معلوم ، مربعا ء هـ ، هـ أ وضرب ضعف ء هـ في هـ أ : معلوماً فالفضل بين مربع ب هـ وبين ء هـ في هـ أ مرتين مع مربع هـ أ : معلوم .

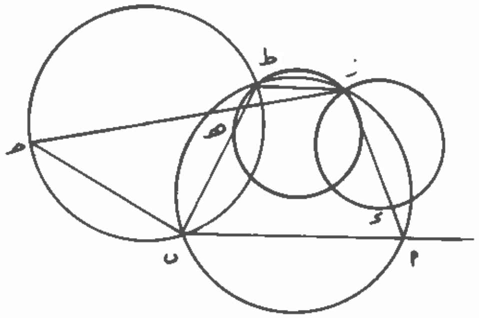
ونجعل مربع أ هـ مشتركاً . فيصير الفضل بين مربع أ ب وبين ضرب أ ء في أ هـ مرتين : معلوماً

ولكن نسبة ضرب أ ء في أ هـ مرتين ، إلى ضرب ء أ في أ ح معلومة . فإذن الفضل بين مربع أ ب وبين سطح معلوم النسبة إلى ضرب ء أ في أ ح :

معلوم ، وهو أ ح في خط معلوم . وليكن الخط أ ط . فيكون ط أ معلوماً ، ويكون الفضل بين مربع أ ب وبين ضرب أ ح في ط أ معلوماً .

ولكن مربع أ ب هو ضرب | أ ب في أ ط ، مع أ ب في ب ط . [ص ٧٨] فالفضل بين ح أ في أ ط ، وبين ضرب أ ب في أ ط ، مع أ ب في ب ط : معلوم . فاذا أسقط ضرب ح أ في أ ط ، صار ضرب ب ح في أ ط ، وضرب أ ب في ب ط معلوماً . ولكن ضرب ب ح في أ ط معلوم ، لأن ب ح ، أ ط كل واحد منهما معلوم . فيكون ضرب أ ب في ب ط معلوماً . فَأ ط معلوم . فَأ ب معلوم

[٣٦] نضعُ زاوية معلومة ، وهي أ ب حـ [الشكل١٠٦]*؛ ونضع فيها نقطتي ء ، هـ معلومتين ، ونريد أن نخرج خطين ، كخطي أ ء ز ، ز هـ حـ حتى يكون ضرب أ ء في ء ز مثل سطح معلوم ، وضرب ز هـ في هـ حـ مثل سطح آخر معلوم .



شكل (١٠٦)

فنتزل أن ذلك قد كان . ونصل بين نقطتي ب ، ء فيكون خط ب ء معلوماً. ونجعل ضرب أ ء في ء ز ، المعلوم ، مثل ضرب ب ء في ء ح .

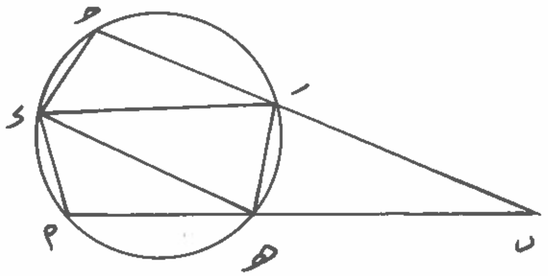
فيكون ء ح معلوماً . وتصير[نقطة ح معلومة . ونجعل] ضرب ب هـ في هـ ط مثل ضرب هـ ز في هـ حـ ، المعلوم ، فيصير هـ ط معلوماً وتصير نقطة ط معلومة .

---

* قام المحقق بتعديل هذا الشكل ليطابق النص .

[ص ٧٩] وأيضاً | لأن ضرب ب ء في ء ح مثل أ ء في ء ز ، يكون ذو أربعة أضلاع ب ز ح أ في دائرة ، فلذلك تكون الزوايا التي في قطعة واحدة من تلك الدائرة متساوية . فلتكن الدائرة ز ب ى ، فتصير زاوية ح ب أ المعلومة ، إذ كانت بين خطين معلومين [مثل] زاوية ح ز ء . فهذه الزاوية معلومة . فإن عملنا على مثلث ح ز ء دائرة ، كانت معلومة ، لأنه قد عمل حينئذ على خط معلوم ، وهو ء ح . قطعة تقبل زاوية معلومة ، مثل زاوية ح ز ء . فنعمل إذن الدائرة ، وهي ح ك ز . فهذه الدائرة معلومة الوضع .

وأيضاً ضرب ط هـ في ب هـ مثل حـ هـ في هـ ز . فزاوية حـ ب ط
المعلومة ، مثل زاوية هـ ز ط . فهذه الزاوية معلومة . فإن [عملنا] على مثلث
[١٦ ظ] هـ ز ط دائرة كانت معلومة الوضع ، لأن خط هـ ط | وقد عمل عليه قطعة
تقبل زاوية معلومة ، فالقطعة معلومة . فلتكن القطعة هـ ز ك ط . فهذه
القطعة المعلومة تلقى القطعة المعلومة التي هي ل ز ح على ز ، فنقطة ز
معلومة ، ونقطتا ء ، هـ معلومتان . فخطا ز هـ حـ ، ز ء أ معلومتا
الوضع .



شكل (١٠٧)

---

* الشكل غير موجود في الأصل. وهو هنا كما قدره المحقق ، وفي الوضع الذي اختاره

[٣٧] لتكن زاوية معلومة هي أ ب حـ ، فيها نقطة معلومة ، وهي ء . نريد أن نعمل مثلثاً شبيهاً بمثلث معلوم الصورة رأسه نقطة ء ، والزاويتان الباقيتان مماستان لخطي أ ب ، ب حـ

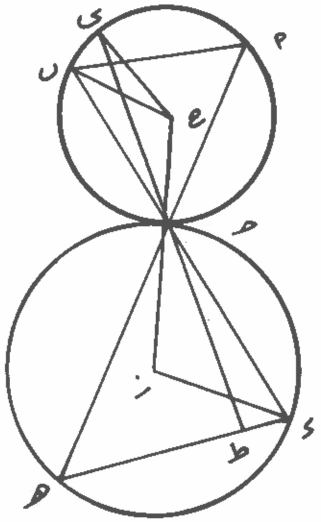
فليكن ذلك المثلث هو مثلث أ ء حـ ، ولنعمل عليه دائرة وهي دائرة أ ء حـ ز هـ ، تقطع أ ب على هـ ، ب حـ على ز ، ونصل ز هـ .

فبينٌ أن زاوية ء هـ أ ، مع زاوية أ حـ ء في قطعة واحدة ، فهما متساويتان . لكن زاوية أ حـ ء معلومة، لأنها تساوي نظيرتها من المثلث المعلوم الصورة ، المفروض . فزاوية ء هـ أ معلومة . فقد خرج من نقطة ء المعلومة خط يحيط مع أ ب الموضوع بزاوية معلومة ، وهي زاوية ء هـ أ . فنقطة هـ معلومة . وكذلك أيضاً نبين أن زاوية ء ز حـ مثل زاوية ء أ حـ المعلومة ، فزاوية ء ز حـ معلومة . فنقطة ز معلومة ، لذلك السبب بعينه . فنقطتا هـ ، ز معلومتان ، ونقطة ء معلومة . فقد مر بمثلث ء هـ ز المعلوم النقط ، دائرة ، فهي معلومة . ولقيت خطي أ ب ، ب حـ على نقطتي أ ، حـ ، فهما معلومتان فمثلث أ حـ ء معلوم . وذلك ما أردنا أن نعمله .

**[٣٨] ومما لم نثبته في كتاب الدوائر المماسّة فأثبتناه في هذا الكتاب : كيف [ص ٨١]
ترسم دائرة تماسّ دائرة معلومة وتمر بنقطتين معلومتين؟**

فلتكن الدائرة المعلومة دائرة أ ب حـ ، والنقطتان المعلومتان ء ، هـ . ونتزل أنا وجدنا دائرة تمر بهاتين النقطتين ، وتماس الدائرة على حـ ، وهي ء هـ حـ . ونخرج خط ء حـ [إلى ب] . فإن جعلنا نقطة ز مركز دائرة حـ هـ ء ، ح مركز دائرة أ ب حـ ، كان خط ز حـ ح مستقيماً ، لأنه يمر بالمركزين والتماس . وإن وصلنا ب ح ، ء ز كان ء ز مثل ز حـ ، ب ح مثل حـ ح ، فنسبة

ز حـ إلى حـ ح كنسبة ء ز إلى ب ح ؛ وزاوية ء حـ ز مثل زاوية ح حـ ب . وكل واحدة من زاويتي ز ء حـ ، حـ ب ح أقل من قائمة ، لأن ء ز [نصف] قطر . فزاوية ز ء حـ حادة ، وكذلك زاوية حـ ب ح حادة . فلذلك يكون المثلثان متشابهين . فنسبة ء حـ إلى حـ ب مثل نسبة ز حـ إلى [ص ٨٢] حـ ح . وعلى هذا المثال فنسبة | حـ ز إلى حـ ح مثل نسبة ه حـ إلى حـ أ ، إذا أخرج ه حـ أ .



شكل (١٠٨) *

فنسبة ء حـ إلى حـ ب كنسبة ه حـ إلى حـ أ . فإذن مثلثا أ ب حـ ، ء ه حـ متشابهان .

ولذلك تكون زاوية أ مثل زاوية ه المبادلة لها . فخط أ ب يوازي ء ه .

---

* مكان هذا الشكل في الأصل فراغ . وهو من وضع المحقق .

وأيضاً فلأن النسب | التي هي بالتفصيل متساوية تكون إذن متساوية ، [١٧ و] فينبغي أن تصير نسبة أ ه إلى ه حـ مثل نسبة ب ء إلى ء حـ . ونسبة أ ه إلى ه حـ ، كنسبة ضرب أ ه في ه حـ الى مربع ه حـ ، وكذلك النسبة الأخرى . فتصير نسبة ضرب أ ه في ه حـ الى مربع ه حـ كنسبة ضرب ب ء في ء حـ إلى مربع حـ ء . وعلى التبديل : نسبة ضرب أ ه في ه حـ إلى ضرب ب ء في ء حـ : كنسبة مربع حـ ه إلى مربع حـ ء .

لكن ضرب أ ه في ه حـ معلوم ، لأن ذلك مثل مربع الخط الخارج من نقطة ه المعلومة إلى دائرة أ ب المعلومة ، مماساً لها . وبيّنٌ أن هذا الخط معلوم .

وكذلك أيضاً ضرب ب ء في ء حـ معلوم .

فلذلك تكون نسبة مربع ه حـ الى مربع حـ ء معلومة . وكذلك نسبة ه حـ الى حـ ء معلومة .

وإن قسمنا خط ه ء بهذه النسبة ، على نقطة ط ، كانت نقطة ط معلومة . وإن وصلنا خط ط حـ كانت زاوية ء حـ ط مثل زاوية ه حـ ط | ، لأن نسبة [ص ٨٣] ه حـ إلى حـ ء كنسبة ه ط إلى ط ء .

وننفذ خط حـ ط إلى محيط الدائرة فيلقاه على ى . فتصير زاوية أ حـ ى مثل زاوية ب حـ ى ، من قبل ان المقابلتين لهما متساويتان . فلذلك يكون قوس أ ى مثل قوس ى ب . وإن نحن أخرجنا من المركز ، وهو حـ ، إلى نقطة ى ، خط ى ح ، كان قائماً على وتر أ ب ، على زوايا قائمة ، لأن الخط الخارج من المركز إلى نصف القوس هو عمود على وتر القوس . فلذلك يكون خط ى ح عموداً على أ ب .

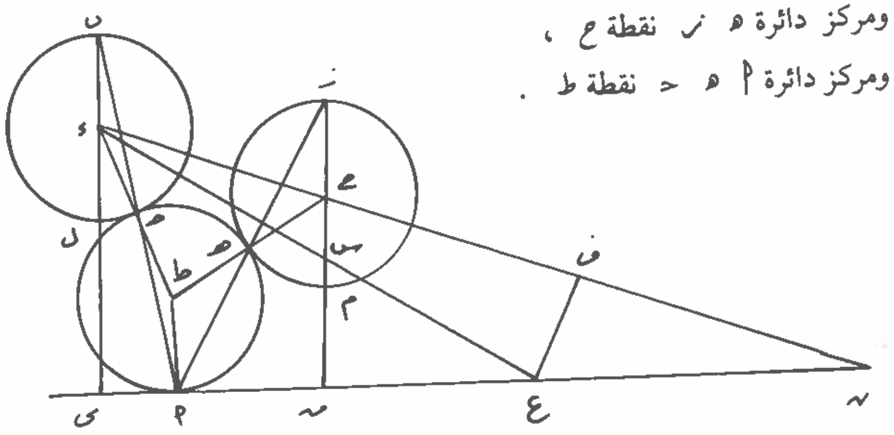
لكن أ ب يوازي ء ه . فإذن ى ح عمود على ء ه ، ونقطة ح معلومة . وخط ء ه معلوم الوضع ، فخط ى ح ، العمود عليه ، معلوم الوضع . وقد لقي دائرة معلومة الوضع ، على ى . فنقطة ى معلومة . ونقطة ط معلومة . فخط ح ط معلوم الوضع . ودائرة أ حـ ب معلومة الوضع . فنقطة حـ معلومة .

فقد مر بمثلث حـ ء هـ دائرة . فهي موضوعة ، وذلك ما أردنا أن نعمله .

[ص ٨٤] | وأيضاً تحليل مسألة أخرى :

[٣٩] إذا كانت نقطة أ معلومة ، ودائـرة ب حـ معلومـة ، ودائـرة هـ ز معلومة ، كيف ترسم دائرة تماسّ دائرتي هـ ز ، ب حـ وتجوز على نقطة أ ؟

فلننزل ان تلك الدائرة دائرة هـ حـ أ [الشكل١٠٩]، تمـاس دائـرة هـ ز على هـ ، ودائـرة ب حـ على حـ ، وتمرّ بنقطة أ ، ومـركز دائـرة ب حـ نقطـة ء ، ومركز دائرة هـ ز نقطة ح ، ومركز دائرة أ هـ حـ نقطة ط .



شكل (١٠٩)

وتصل أ ط ، ونخـرج أ حـب ، أ هـ ز ، ونصـل ب ء ، ز ح . فيصير :

نسبة ب ء إلى ء حـ مثل نسبة أ ط إلى ط حـ . فيصير مثلث ب ء حـ شبيهاً بمثلث أ حـ ط ، كما بيّنا نظير ذلك في الشكل الذي قبل هذا .

وكذلك يصير مثلث أ ط هـ شبيهاً | بمثلث ز هـ ح . [١٧ ظ]

ونسبـة ب ء ، المعلـوم ، إذ هو نصف قطـر دائـرة معلومـة ، الى ز ح : معلومة . لأن ز ح أيضاً ، لهذا السبب ، معلوم . فالنسبة المؤلفة من نسبة ب ء إلى أ ط ، ومن أ ط إلى ز ح : معلومة .

لكن نسبة ب ء الى أ ط كنسبة ب حـ إلى حـ أ ، ونسبة أ ط إلى ز ح كنسبة أ هـ إلى هـ ز ، لما بينا أن المثلثات متشابهة . فالنسبة المؤلفة من ب حـ إلى حـ أ ومن أ هـ إلى هـ ز معلومة .

وإن نحن جعلنا نسبة ب حـ إلى حـ أ مثل خط ك إلى هـ أ ، كانت النسبة المؤلفة من ك إلى أ هـ ، ومن أ هـ إلى ا هـ ز : معلومة . لكن ذلك هو نسبة [ص ٨٥] ك إلى هـ ز . فنسبة ك إلى هـ ز معلومة .

وأيضاً ضرب ب أ في أ حـ معلوم ، لأن ذلك هو مربع الخط المعلوم الخارج من نقطة أ المعلومة ، المماس لدائرة ب حـ المعلومة . وضرب ز أ في أ هـ معلوم لهذا السبب . وذلك ان نقطة أ معلومة ، ودائرة ز هـ معلومـة . ونسبـة ضرب ب أ في أ حـ إلى ضرب ز أ في أ هـ معلومة . لكن هذه النسبة مؤلفة من نسبة ب أ الى ز أ ومن نسبة أ حـ الى أ هـ . ونسبة أ حـ الى أ هـ كنسبة ب حـ إلى ك : لأن نسبة ب حـ الى ك كنسبة ك إلى أ هـ . فالنسبة المؤلفة من نسبة أ ب الى أ ز ومن نسبة ب حـ الى ك معلومة . وذلك هو نسبة ضرب أ ب في ب حـ إلى ضرب أ ز في ك .

لكن نسبة ضرب أ ز في ك الى ضرب أ ز في هـ ز معلومة ، لأن نسبة ك الى هـ ز معلومة ، كما بينا . فتصير نسبة أ ب في ب حـ الى ضرب أ ز في ز هـ معلومة .

فنخرج خط ب ء على استقامة الى ى . ونخرج من أ خطًا يكون عموداً على

ى ء ، وهو أ ى ، وليلقَ ء ى دائرة ب حـ على ل . ونصل ل حـ . فزاوية
[ص ٨٦] ل حـ ب قائمة ، لأن ل ب قطر ، وزاوية ى قائمة ، وزاوية ب مشتركة | ،
فتصير زاوية ب ل حـ مثـل زاوية ب أ ى . فمثلثـا ب ى أ ، ب ل حـ
متشابهان ، وتكون أضلاعهما المتناسبة تحيط بسطـوح متسـاوية : فضرب أ ب في
ب حـ مثل ضرب ى ب في ب ل .

وكذلك ايضاً نخرج من أ عموداً على ر ح ، وهو أ ں . وبيّنٌ أن ر ح يوازي
ب ء ، من قِبَل أنهما يوازيان أ ط : إذ كنـا بيّنـا قبيل أن مثلثـي ء ب حـ ، أ حـ ط
متشابهـان ، وزاوية ب منهما مسـاوية للمبادلـة لهـا . وكذلك زاوية ر مثـل زاوية
ط أ ه .

فإن كان ر ح يوازي ب ء ، فإن العمود الخارج على ب ء ، المخرج من
أ ، هو العمود بعينه المخرج من أ على ر ح .

وليلقَ خط أ ى خط ر ح على ں ، وليلق ر ح دائرة ه ر على م .

فيصير كما بينا في نظير ذلك قبيل : ضرب ں ر في ر م مثل ضرب أ ر
في ر ه

فإذن نسبة ضرب ى ب في ب ل الى ضرب ں ر في ر م معلومة . وهي
مؤلفة من نسبة ى ب الى ں ر ، ومن نسبة ب ل الى ر م . ونسبة ب ل
الذي هو قطر دائرة ب ل ، الى ر م الذي هو قطر دائرة ه ر : معلومة . فيبقى
نسبـة ى ب الى ر ں معلومـة . وقـد نقص منهما مقـداران معلومـان ، وهما
[١٨ و] ب ء ، ر ح . فنسبة ء ى | الى ح ں معلومة . ويكون الفضل بين احدهما
[ص ٨٧] وبين | مقدار نسبته الى الآخر معلومة : معلوماً .

فإن كانت نسبة ء ى الى ح ں معلومة ، وكانت نسبة المثـل ، فإن خطّـي
ء ى ، ح ں يكونان متوازيين متساويين ، فيصير ء ح موازياً ى ں . فقد أخرج
من نقطة أ ، وهي معلومة ، خط يوازي ء ح ، وهو خط موضوع ، فخط أ ى
موضوع ، وهو عمود على أ ط ، إذ كان يوازي ى ب العمود على أ ى . فإذن

هو يماس دائرة حـ أ ه . فقد ماسّت دائرة حـ ه أ دائرة ب حـ ، ومرّت بنقطة
معلومة ، وهي أ ، وماسّت خطاً موضوعاً ، وهو أ ى ، فهي موضوعة ، كما بينا
في كتاب الدوائر المماسة .

وإن لم تكن نسبة ء ى الى ح ں نسبة المثل ، فإن احدهما أطول من الآخر .
ونخرج ء ح ليلقى ى ں ، وليلقَهُ على ن . فتصير نسبـة ء ى إلى ح ں
المعلومة ، كنسبة ء ن الى ن ح . فهذه النسبة معلومة . وخط ء ح معلوم . فخط
ح ن معلوم ، فنقطة ن معلومة ، لأن نقطتي ح ، ء معلومتان . ولذلك يكون
خط ى أ موضوعاً ، لأنه بين نقطتين معلومتين ، وهو يماس دائرة حـ أ ه . فيصير
الأمر الى ما قلناه من مماسّة دائرة معلومة وخط معلوم ونقطة معلومة ، فتصير دائرة
حـ أ ه معلومة .

وإن كان الفضل بين ء ى وبين خط نسبته إلى ح ں معلومة ، معلومـاً .
فليكن الفضل هو ح س ، فـَ ح س معلوم ، وتبقى | نسبة ى ء الى س ں [ص ٨٨]
معلومة ، فإن كانت نسبة المثل فبين أن هذين الخطين ، لأنهما متساويان متوازيان ،
يصير الخطان الواصلان بين أطرافهما متوازيين متساويين ، فيصير خط ء س موازياً
لخط ں ى العمود على ح ں . فإذن س ء عمود على ح س . فزاوية س قائمة .
ومربع حـ ء المعلوم مثل مربعي ح س ، س ء . ومربع س ح معلوم، فمربع
س ء معلوم .

فإن جعلنا نقطة ح مركزاً ، وأدرنا ، ببعد ح س ، دائرة ، كانت معلومة
الوضع . وكذلك أن جعلنا نقطة ء مركزاً ، وأدرنا ببعـد س ء دائـرة . كانـت
موضوعة . فتقاطعهما ، وهو نقطة س ، معلوم . ونقطة ح معلومة . فخط س ح
موضوع . وقد خرج عليه عمود من نقطة أ المعلومة ، وهـو أ ں . فـ . أ ں
معلوم ، وهو يماس دائرة حـ أ ه . فقد عاد ذلك الى ما وصفناه .

وإن كانت نسبة ء ى إلى س ں ليست نسبـة المثـل ، فإنـا نخـرج خطّي

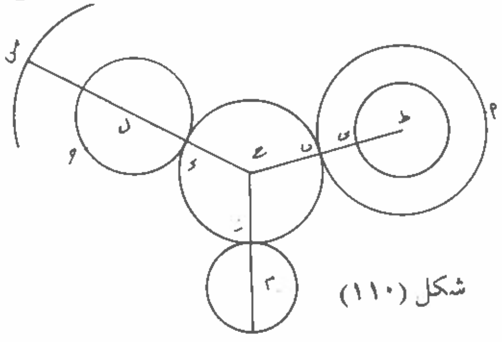
ء س ، ى ں ليلتقيا على ع . فنسبة ء ى الى س ں المعلومة ، كنسبة ء ع الى ع س . فهذه النسبة معلومة . ونخرج من ع عمود ع ف على ں ع ، يلقى خط ء ع المعلوم على ف . فنسبة ء ع الى س ء كنسبة ع ف الى س ح المعلوم ، لأن ع ف يوازي ں س ح ، العمود على أ ں ، س ح معلوم ، فـ . ع ف معلوم .

[ص ٨٩] | وأيضاً نسبة نسبة ء ع إلى ء س كنسبة ء ف الى ء ح . فهذه النسبة [١٨ ظ] معلومة . ، ء ح معلوم ، وموضوع | ونقطتا ء ، ح معلومتان ، ونقطة ف معلومة .

فإن وصلنا خط أ ف كان موضوعاً ومعلوماً . فمربعه معلوم . ففضل مربع أ ف على مربع ف ع معلوم وذلك هو مربع أ ع ، لأن زاوية أ ع ف قائمة .

فَـ . أ ع معلوم . فالدائرتان المرسومتان على مركز أ ومركز ب ، وببعدي أ ع ، ع ف معلومتان ، وتقاطعهما ، وهو ع ، معلوم . فنقطة ع معلومة . ونقطة أ معلومة . فخط أ ع موضوع . فقد عاد ذلك الى ما ذكرنا.

[٤٠] فليكن الآن قصدنا ان نعمل دائرة تماس [ثلاث] دوائر مفروضة



شكل (١١٠)

فلتكن الدوائر أ ب ، ح ء ، ه ز ، ولننزل اننا وجدنا الدائرة التي تماس جميعها ، وهي دائرة ب ء ز [الشكل ١١٠] ، ومركزها ح ، ومركز دائرة

ه ز نقطة م ، والتماس ز ، فخط ح ز م مستقيم . ومركز دائرة أ ب نقطة ط ، والتماس ب ، فخط ط ب ح مستقيم . وكذلك مركز دائرة ء ح نقطة ل ، والتماس ء ، ، فخط | ل ء ح مستقيم . [ص ٩٠]

فبيّنٌ أن خطوط ب ح ، ح ز ، ح ء متساوية . فان كانت الدوائر المفروضة متساوية ، فإن خطوط ط ب ، د ل ، م ز متساوية ، فتصير خطوط ط ح ، ل ح ، م ح متساوية

فنقطة ح مركز دائرة تمر بنقط ل ، ط ، م . لكن هذه الثلاث النقط معلومة ، فإن عملنا على المثلث الذي هذه النقط عند زواياه ، دائرة ، كان مركزها معلوماً . فنقطة ح إذن معلومة ، فخط ط ح معلوم ، فنقطة ب معلومة . وكذلك نقطة ء ، ونقطة ز .

وإن كانت دائرتان منها متساويتين ، والأخرى ليست متساوية ، كان في المثلث خط ز م مثل خط ل ء ، فصار جميع خط م ح مثل جميع خط ح ل . فتصير الدائرة المرسومة على مركز ح ، وببعد ح م تجوز على نقطتي م ، ل المعلومتين ، إذ كانتا مركزي دائرتين معلومتين فإن نحن جعلنا ى ب مثل م ز ، صار ى ب معلوماً . وَ ط ب معلوم ، فإذن ط ى معلوم . وتصير خطوط م ح ، ح ى ، ح ل متساوية . فالدائرة التي تمر بنقطتي م ، ل ، على مركز ح تجوز على ى . فإن جعلنا نقطة ط مركزاً ، وأدرنا ، ببعد ط ى المعلوم ، دائرة ، كانت معلومة ، ولتكن ى ك . فتصير تلك الدائرة التي ترسم على مركز ح ، وببعد ح ى تلقى دائرة ك ى على ى ، والخط | الذي يجوز على مركزيهما ، وهو ط ح ، يجوز على [ص ٩١] موضع التقائهما ، وهو ى . فهما متماستان .

فقد أدى ذلك الى أن نرسم دائرة تماس نقطتي ل ، م المعلومتين ودائرة ى ك المعلومة . وقد بينا ذلك فيما تقدم

وإن كانت الدوائر مختلفة جعلنا أيضا ى ب مثل م ز ، ء س مثل

ز م ، فصار د س معلوماً ، وصار د ل معلوماً ، فيبقى ل س معلوماً . وذلك
[١٩ و] | ان أنصاف أقطار هذه الدوائر المعلومة : معلومة . والفضل بينها معلوم

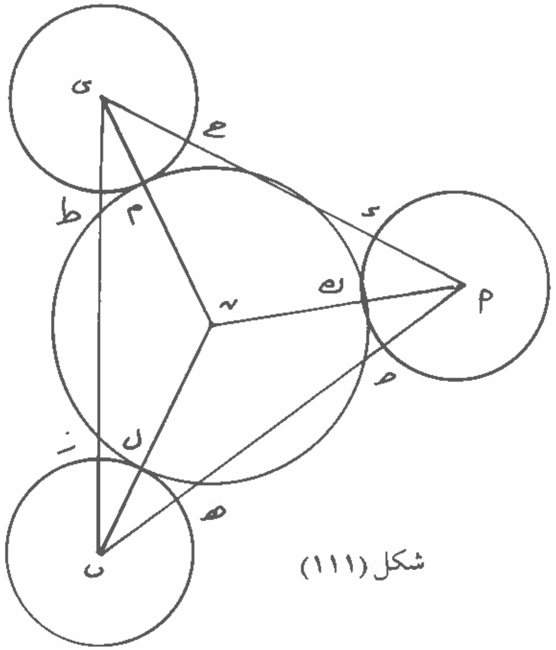
فإن جعلنا نقطة ل مركزاً ، وأدرنا ببعد ل س دائرة د س كانت معلومة .

ولأن خطوط ى ب ، د س ، ز م متساوية ، وخطوط ح ب ، ح ز ، ح د متساوية ، فخطوط ح ى ، ح م ، ح س متساوية . فالدائرة التي ترسم على مركز ح ، وببعد ح م تجوز على نقطة م المفروضة ، إذ كانت مركز دائرة ه ز المعلومة ، وتجوز على نقطتي ـ ، س ، فيما بين دائرة ى ك ، كما بينا قبيل ، وتماس دائرة س على س . وذلك ان الخط الذي يجوز على مركزيهما ، يجوز على موضع التقائهما ، الذي هو س . ويتبين ذلك كما بينا أمر دائرة ك ى ، والدائرة التي مركزها ح ونصف قطرها ح ى .

فإذن قد صارت هذه الدائرة تماس نقطة م المعلومة ودائرة م ز المعلومة ،
[ص ٩٢] ودائرة ى ك المعلومة ، وذلك | ما قد بيناه فيما تقدم . فنقطة ح معلومة ، وسائر تمام المسألة يكون معلوماً . وذلك ما أردنا أن نبين .

[٤١] تحليل ابي العلاء وأبي يحيى في هذه المسألة هكذا: دائرة حـ د معلومة ومركزها أ ، ودائرة ه ز معلومة ومركزها ب ، ودائرة ح ط معلومة ومركزها ى [الشكل١١١] ، ودائرة ك ل م تماس هذه الدوائر على نقط ك ، ل ، م ، ومركزها ن .

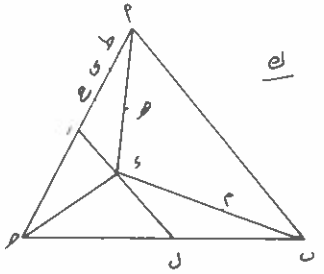
فبيّنٌ أن الخط الخارج بين نقطتي أ ، ن يمر بنقطة ك ، وهي التماس ، وكذلك الخط الواصل بين نقطتي ب ، ن يمر بنقطة ل ، وهي التماس ، وكذلك الخط الواصل بين نقطتي ى ، ن يمر بنقطة م . فتصير خطوط ك ن ، ل ن ، م ن متساوية . فالفضل بين خطوط أ ك ، ى م ، ب ل ، من أجل ذلك ، هو الفضل بين خطوط أ ن ، ى ن ، ب ن .



شكل (١١١)

لكن تلك الفضول معلومة ، لأن أقطار | الدوائر معلومة . فالفضول بين أ ن ، ى ن ، ب ن معلومة ، ومثلث أ ى ب | معلوم لأنه يمر بمراكز الدوائر [ص ٩٣]
المعلومة الوضع . [١٩ ظ]

وأما ابو العلاء فحلّل ذلك على هذه الجهة . مثلث أ ب حـ مفروض الأضلاع [الشكل١١٢] وفيه نقطة د ، وأخرج منها خطوط أ د ، ب د ، حـ د فكان مجموع خطي أ د ، د ب معلوماً ، ومجموع خطي ب د ، حـ د معلوما



شكل (١١٢)

هذه مسألة ليست مما انحل اليه ما قلناه ، إذ جعلنا الدائرة تماس الدوائر الثلاث من الخارج . فأما إن جعل التماس على غير ذلك ، فإنه ينحل الى ما قاله أبو العلاء .

قال ابو العلاء :

نريد أن نعلم نقطة د : فبينٌ أن فضل ا د على د حـ معلوم ، فليكن خط ا هـ .

ونخرج عمود د ز . فبين أن فضل مربع ا د على مربع د حـ مثل فضل [ص ٩٤] مربع خط ا ز على مربع خط ز حـ وبين أن فضل مربع خط ا ا د على مربع خط د حـ هو ضرب مجموع خطي حـ د ، د ا في ا هـ المعلوم .

ونجعل ز ع مثل ز حـ . فبين ان ضرب حـ ا في ا ع مثل ضرب ا هـ المعلوم في مجموع ا د ، د حـ . فإذن نسبة ا حـ المعلوم الى ا هـ المعلوم كنسبة مجموع خطي د ا ، حـ د إلى ا ع . وبين ان هذه النسبة مفروضة . ونجعل نسبة ا هـ المعلوم إلى ا ط ، كنسبة مجموع ا د ، د حـ إلى ا ع . فـ ا ط معلوم.

إذن نقسم ط ع بنصفين على نقطة ى ، فبين أن نسبة ط ى إلى د حـ مفروضة.(٢٠) ، ط حـ معلوم ، ز حـ مثل ز ع ، ط ى مثل ى ع ، فمجموع خطي ط ى ، ز ع نصف خط ط حـ المفروض .

ونجعل نسبة مجموع خطي د حـ ، ك إلى مجموع خطي ط ى ، ز ع ، المعلوم ، كنسبة د حـ الى ط ى ، المعلومة . فمجموع خطي د حـ ، ك معلوم ، فنسبة ك الى ز حـ ، معلومة .

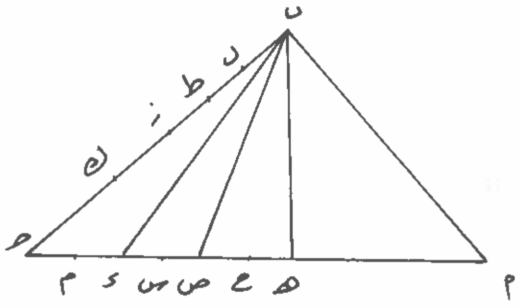
ونخرج عمود د ز حتى يلقى ب حـ على ل . فبين ان مثلث ل ز حـ مفروض الخلقة ، ونسبة حـ ز الى حـ ل مفروضة . فإذن نسبة ك إلى حـ د معلومة . ومجموع خطي حـ د ، د ب معلوم ، فبين ان فضل د ب على ك معلوم ، وليكن خط ب م

فإذن نسبة م د الى ك معلومة ، ونسبة ك الى ل حـ معلومة . فنسبة د م الى ل حـ معلومة وزاوية ل ا معلومة . [ص ٩٥]

فقد أدت هذه المسألة الى المسألة [التي] بعدها :

[٤١]* مثلث ا ب حـ : قاعدة ا حـ فيه معلومة [الشكل ١١٣] ، ومجموع ا ب ، ب حـ معلوم ، ط ك معلوم ، ونسبة ك ب الى ا د معلومة

فنخرج عمود ب هـ فيقع بين نقطتي ا ، د ، ونجعل حـ ز مثل ا ب .



شكل (١١٣)

فبينٌ أن فضل مربع خط ب حـ ، على مربع خط ب ا : هو ضرب مجموع ا ب ، ب حـ ، في ب ز .

ونجعل م حـ مثل ا هـ . فبينٌ أن فضل [مربع] هـ حـ على مربع ا هـ ، الذي هو مساوٍ لفضل مربع حـ ب على مربع ا ب ، مثل ضرب ا حـ في هـ م .

---

* الشكل في هذه المسألة لا يطابق النص . وفي النص اضطراب كثير لا سيما التباس الحروف ، وقد قمت بتعديل الشكل والنص حتى تطابقا .

فإذن مجموع خطَّيْ أ ب ، ب ﺣ ، في خط ز : مساوٍ لضرب أ ﺣ في ﻫ م . فنسبة أ ﺣ الى مجموع أ ب ، ب ﺣ ، المعلومين : كنسبة ب ز الى ﻫ م

[٢٠ و] فنقسم ﻫ م بنصفين على س | وَ. ب ز بنصفين على نقطة ط . فتكون نسبة ب ط الى ﻫ س معلومة . ونسبة ب ك الى أ ء معلومة . فاذا فصلنا من [ص ٩٦] خط أ ء خطاً تكون نسبته الى | ط ك ، المعلوم : كنسبة أ ء الى ب ك ، المعلومة ، وهو أ ح ، كان معلوماً . وتبقى نسبة ء ح الى ب ط معلومة.

فَبينٌ إذن أن نسبة ﻫ س الى ح ء معلومة . وبالتركيب تكون نسبة مجموع ﻫ ء ، ح س ، الى ح ء معلومة . فبينٌ إذن ان نسبة ﻫ ء ، ح س الى ب ط معلومة .

وَ. أ س معلوم ، لأنه نصف قاعدة أ ﺣ . وَ. أ ح معلوم . فيبقى ح س معلوماً .

ونفصل من ب ط خطاً تكون نسبة ح س ، المعلوم ، اليه : كنسبة ﻫ ء ، ح س الى ب ط . وهو ط ل . فيكون إذن معلوماً . وتكون نسبة ب ل الى ﻫ ء : معلومة . ونسبة ﻫ ء إلى ب ء مفروضة ، لأن مثلث ب ﻫ ء مفروض الحلقة . فإذن نسبة ب ل الى ب ء مفروضة . ونسبة ب ك الى أ ء مفروضة . فإذا فصلنا من خط أ ء خطاً تكون نسبة ك ل ، المعلوم ، اليه ، مثل هذه النسبة ، وهو خط أ ص ، كان معلوماً . وصارت نسبة ص ء الى ب ل معلومة .

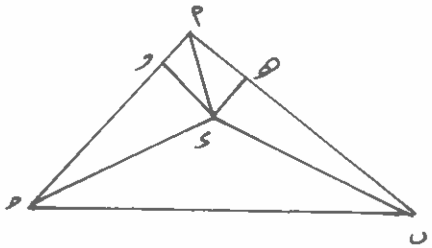
وقد كان تبين ان نسبة ب ل الى ب ء معلومة . فنسبة ب ء الى ء ص معلومة.

وزاوية ء مفروضة . فمثلث ب ص ء معلوم الحلقة .

و بينٌ أن نسبة ب ل الى ب ص مفروضة . فخط ص ب مفروض الوضع .

ونقطة ﺣ معلومة ، وقد أخرج منها خط ﺣ ب يزيد على خط نسبته الى ب ص نسبة | مفروضة ، وهو خط ب ل ، بخط معلوم ، وهو ﺣ ب . فنقطة ب [ص ٩٧] معلومة . وذلك ما أردنا أن نبين(٢١)

[٤١ ب] تحليل أبي يحيى في هذه المسألة .



شكل (١١٤)

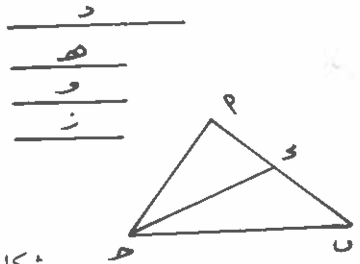
مثلث أ ب ﺣ معلوم [الشكل ١١٤] ، وقد أخرج من نقطة فيه ، وهي ء ، خطوط أ ء ، ء ب ، ء ﺣ . فكان مجموع خطي أ ء ، ء ب معلوماً، ومجموع خطي أ ء ، ء ﺣ معلوماً .

فنخرج عمودي ء ﻫ ، ء و ، ونصل ﻫ و ، فإن فضل مربع مجموع أ ء ، ء ب على مربع أ ب : معلوم ، لكن مربع مجموع أ ء ، ء ب مثل مربعي أ ء ، ء ب وضعف أ ء في ء ب . لكن مربعي أ ء ، ء ب مثل مربعي أ ﻫ ، ﻫ ب . وضعف مربع ء ﻫ ، وضعف أ و في ء ب .

وأيضاً مربع أ ب مثل مربعي أ ﻫ ، ﻫ ب وضعف أ ﻫ في ﻫ ب . يكون فضل مربعي أ ﻫ ، ﻫ ب ، وضعف مربع ء ﻫ وضعف أ ء في ء ب ، على | مربعي أ ﻫ ، ﻫ ب وضعف أ ﻫ في ﻫ ب : معلوماً . [ص ٩٨]

فإذا القينا مربع ﻫ ب مشتركاً ، وزدنا مربع أ ﻫ مشتركاً ، كان فضل ضعف مجموع أ ء ، ء ب في أ ء على ضعف أ ب في أ ﻫ : معلوماً . ففضل ضعف مجموع أ ء ، ء ب في أ ء ، على ضعف أ ب في أ ﻫ : معلوم . ففضل ضرب خط معلوم في أ ء على ضرب خط معلوم في أ ﻫ : معلوم.

لكن نسبة ا ء الى هـ و معلومة . لأن نقط و ، ا ، هـ ، ء : يجوز عليها [٢٠ ظ] محيط الدائرة التي قطرها ا ء ، وذلك | ان الزاويتين اللتين عند هـ ، و قائمتان ، ولأن زاوية ا معلومة . فنسبة القوس التي تقبلها من هذه الدائرة ، الى محيطها : معلومة . فإذن فضل ضرب خط معلوم في هـ و ، على ضرب خط معلوم في ا ء ، معلوم .



شكل (١١٥)

فننزل أن زاوية ا من مثلث ا ب حـ معلومة . وخطوط ء ، هـ ، و ، ز معلومة . وفضل ء في ب حـ على هـ في ا ب : معلوم . وفضل و في ب حـ على ز في ا حـ : معلوم

فأما أن يكون ضرب خط معلوم في ا ب ، مثل | ضرب خط معلوم في ا حـ ، فتكون نسبة ا ب الى ا حـ معلومة ، وتخرج المسألة بسهولة .

وإما أن يكون فضل ضرب خط معلوم في أحدهما على ضرب خط معلوم في الآخر : معلوماً . فيصير فضل ا ب على خط معلوم النسبة الى ا حـ : معلوماً . فليكن الفضل المعلوم ء ب ، حتى تكون نسبة ا ء إلى ا حـ معلومة . ونصل حـ ء . فمثلث ا ء حـ معلوم الحلقة ، فزاويتا ء ، [ا] معلومتان ، وفضل و المعلوم في ب حـ على ز المعلوم في ا حـ : معلوم . لكن نسبة ا حـ ال حـ ء معلومة . ففضل ضرب خط معلوم في ب حـ ، على ضرب خط معلوم في ء حـ : معلوم ، وزاوية ء معلومة . فعلِمْ خطي ب حـ ، حـ ا سهل وذلك ما أردنا أن نبين تم الكتاب والحمد لله رب العالمين ، وصلواته على سيدنا محمد النبي وآله .

تعليقـات

(١) نسبة احدهما الى الآخر في القوة اي النسبة بين مربعيهما (وقواهما الأخرى) . وأظن ان ما بين الحاصرتين < > غير صحيحة . ولا تلزم على كل حال.

(٢) هذا موضع من المواضع التي يقفز فيها ابن سنان الى نتائج لا تتضح بسهولة ، فهو بينٌ ان ا ب ٢ / هـ ز ٢ معلوم . ثم قفز الى القول بأن (هـ ا ٢ + ا ز٢) | هـ ز ٢ معلوم.
أما بيان ذلك فان ٢ا ب ٢ / هـ ز٢ ومن ثم (ا ب ٢ + ا ز٢ + ب ز٢) / هـ ز٢ معلوم
فاذن (ا ب ٢ + ا ز٢ + ب ز٢ + هـ ز٢) / هـ ز٢ معلوم
اي ان (ا ز٢ + ا ب ٢ + ب هـ ٢) / هـ ز٢ اي (ا ز٢ + ا هـ٢) / هـ ز٢ معلوم .

(٣) أبو العلاء بن ابي الحسين ، اسحق بن ابراهيم بن يزيد الكاتب ، واخوه ابو احمد الحسين بن أبي الحسين ، المعروف بابن كرنيب كانا عالمين ، تميز ابو العلاء بعلوم التعاليم (الرياضيات) وتميز أبو الحسين بعلم الكلام . وكان أبو العلاء وأبو يحيي الباردي اساتذة ابي الوفاء البوزجاني ، قرأ عليهما العدد والهندسة .

(٤) ان لم يكن هنا خطأ من الناسخ فقد اعتبر أبو العلاء ان السطحين حـ س . ط ل ، ء ل . س ط معلومان ، وهو انما أثبت انهما متساويان . وربما كانت هذه هي الهنة التي جعلت ابن سنان يبحث عن حل آخر للمسألة .
يبدو لي على كل حال ان المؤلف يورد حلولاً غير صحيحة لغيره ، ويورد حلولاً له صحيحة ، ويترك للقارىء أن يقارن ويعرف موطن الخطأ . وهذا يفسر

اعتراضه ، في الرسالة السابقة ، على الذين يوجزون التحليل فيقعون في الخطأ من حيث لا يعلمون .

(٥) في هذه العبارة أخطاء رجحت أنها تصحيفات من الناسخ ، ففي موضع كتب هـ ز بدل د ز ، وفي موضع آخر كتب «خط حـ ز» بدل «مربع حـ ز». والعبارة على كل حال تتضمن قفزة من قفزات المؤلف . فمن قوله ان $\frac{\text{حـ ز}^{٢}}{\text{حـ د . د ز}}$ معلوم استنتج ان $\frac{\text{حـ ز}^{٢}}{\text{٤ حـ د . د ز}}$ معلوم .

فإذن $\frac{\text{حـ ز}^{٢}\text{ + ٤ حـ د . د ز}}{\text{حـ ز}^{٢}}$ معلوم . ومن هنا قفز الى القول بأن $\frac{\text{(حـ د + د ز)}^{٢}}{\text{حـ ز}^{٢}}$ معلوم.

(وهذا يحتاج الى إثبات) . ومن ذلك قفز الى القول بأن ز حـ / حـ د معلوم . وهذا يعتمد على نتيجة سابقة له هي أن نسبة حـ د الى خط معلوم النسبة الى حـ ز كنسبة حـ ز الى خط معلوم النسبة الى ز د .

اما ان حـ ز^{٢} + ٤ حـ د . د ز = (حـ د + د ز)^{٢} فلأن
حـ ز^{٢} + ٤ حـ د . د ز
= حـ ز^{٢} + ٤ حـ ز . د ز + ٤ د ز^{٢} = (حـ ز + ٢ د ز)^{٢}
= (حـ د + د ز)^{٢}

(٦) تفسير هذه الخطوات كما يلي :
اعتبر ان و = حـ د . ك$_{١}$ ، ز = أ ب . ب حـ . ك$_{٢}$ ، ح = أ حـ^{٢} . ك$_{٣}$ ، حيث ك$_{١}$ ، ك$_{٢}$ ، ك$_{٣}$: نسب معلومة . فكان و / ز = ز / ح

ثم اتخذ سطحين جديدين ط ، ى حيث $\frac{\text{حـ د}^{٢}}{\text{و}} = \frac{\text{ط}}{\text{ز}} = \frac{\text{ى}}{\text{ح}}$ ، فكان حـ د^{٢} / ط = ط / ى

فنتج ان $\frac{\text{حـ د}^{٢}}{\text{م . أ ب . ب حـ}} = \frac{\text{م . أ ب . ب حـ}}{\text{ل . أ حـ}^{٢}}$ حيث م ، ل عددان ثابتان تعينهما الاعداد الثابتة السابقة .

فكان حـ د . أ حـ = ب حـ . خط معلوم

(٧) في تقديري ان ابن سنان لم يوفق في هذا الحل فهو لم يبين ان حـ ، ل تقعان على دائرة ، وتحليله ينطبق على كل نقطة غيرهما .

(٨) هنا قفزة يحسن أن تسبقها العلاقة ب ز / هـ ز = هـ ز / أ ز

(٩) هنا أيضاً ما يزال غير موفق . انظر التعليق ٧. فعندما تنطبق حـ على أ أو على ب يختلف الوضع . ومسألته هي في الواقع حالة خاصة من مسألة ابلونيوس ، وتحل على غرارها.

(١٠) ع ك ليس معلوماً ولو كان معلوماً لعلمت ك لأن أ ع معلوم . فالمسألة اذن خطأ . وظن المؤلف في محله ، ولذا لجأ الى اعطاء الحل التالي .

(١١) المجسطي كتاب بطلميوس وهو في الفلك والرياضيات ، وهو واحد من أهم ثلاثة كتب رياضية اغريقية وأبعدها أثراً ، أولها كتاب الأصول لأقليدس وثانيها كتاب القطوع المخروطية لأبلونيوس .

(١٢) «معلوم» هنا بمعنى معلوم المساحة .

(١٣) لا تصح العلاقات التالية إلا إذا اعتبرنا ان هذا المعلوم هو الزيادة المعلومة .

(١٤) انظر المسألة ٢٢ حيث يستنتج هذه النتيجة مبتدئاً بالعلاقة أ حـ^{٢} + حـ ب^{٢} = أ ب^{٢} + ٢ أ حـ . حـ ل (الشكل ٨٤)

(١٥) زاوية أ ح ز معلومة لأن زاوية أ ز ح والضلعين المحيطين بها في المثلث أ ز ح صارت معلومة .

(١٦) يبدو أن نص هذه المسألة يتطلب إيجاد نقطة حـ على أ ب المعلوم بحيث يكون أ ب^{٢} − أ حـ^{٢} معلوماً ، أ ب^{٢} − ب حـ^{٢} معلوماً .
اما أبو العلاء فاكتفى بتعيين اضلاع المثلث أ ب ء : فاذا أنزل ء حـ عموداً على أ ب تعينت نقطة حـ .
واما ابن سنان فمضى الى تعيين المثلث أ هـ ب ، ثم عينّ زوايا المثلث أ ب ء عن طريق التشابه مع مثلثات معلومة الصورة ، ومن ثمّ حدّد طول ب حـ .

(١٧) الصحيح ان نقول : « كنسبة ضرب ط ء في ء ك الى ضرب هـ ح في ء ك » . الا انه يبدو ان دقتنا في التعبير عن النسبة ، الى حد القول بأن أ الى ب غير ب الى أ ، لم تكن امراً يراعى على الدوام .

(١٨) كتاب المعطيات كتاب لاقليدس ، وهو غير كتاب الأصول المشهور ، ويشبه ان يكون تطبيقات عليه . والمبدأ الذي من أجله يرجعنا المؤلف الى كتاب المعطيات فحواه انه إذا كان س (س + ص) / ص^{٢} معلوماً كان س/ ص معلوماً .

(١٩) الشكل الخامس والعشرون هو المسألة ٢٩ السابقة .

(٢٠) هذا الذي يراه ابو العلاء بيناً نثبته كما يلي :

تبين ان $\frac{\text{أ حـ}}{\text{أ ح}} = \frac{\text{أ ء + حـ ء}}{\text{أ ح}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ط}}$ ، ولأن أ هـ = أ ء − حـ ء يكون

$$\frac{\text{أ ء + حـ ء}}{\text{أ ح}} = \frac{\text{أ ء − حـ ء}}{\text{أ ط}} = \frac{(\text{أ ء + حـ ء}) - (\text{أ ء − حـ ء})}{\text{أ ح − أ ط}} = \frac{\text{٢ حـ ء}}{\text{ط ح}}$$

$$= \frac{\text{حـ ء}}{\text{ط ى}}$$

(٢١) الشكل في هذه المسألة غير واضح ، وقد سها الناسخ عن كتابة بعض الحروف عليه مما زاد من صعوبة التحقيق ، هذا بالاضافة الى انه كثيراً ما خلط الباء بالدال

والكاف بالطاء . وقد عدّلت النص والشكل ما استطعت . الا أن نقاطاً بقيت بلا حل ، أهمها ان هذا السؤال مفروض أنه جاء استكمالاً لحل المسألة ٤٠ السابقة . ولكن الصلة بين المسألتين ظلت غير واضحة ، ويبدو لي ان الاضطراب قد بدأ من أواخر المسألة ٤١ .

الرسالة السادسة

في حركات الشمس

الرسالة السادسة

كتاب
في حركات الشمس

يقع هذا الكتاب في المخطوطة في ثماني ورقات وصفحة واحدة مجهولة الرقم.

أما الأوراق فسبع منها هي الأوراق ١١٨ الى ١٢٤ وتقابل في النسخة المطبوعة صفحاتها الأولى حتى الصفحة ٣٤ . يلي ذلك الورقة ٣٢٣ ، ويقابلها في المطبوع صفحات ألحقت بكتاب استخراج الأوتار للبيروني وهي الصفحات ٢٠٦ الى ٢١٤ . أما ما بقي من كتاب في حركات الشمس المطبوع فلا علاقة له بالكتاب .

والصفحة الأخيرة المجهولة الرقم ، التي بها ينتهي الكتاب ، فعليها رقم هو 2519 ولا يمت الى ترقيم المجموعة ، وما قبلها صفحة بيضاء عليها ختم المكتبة ، ورقم المجموعة . ويبدو أن هذه الصفحة لم تطبع فيما طبع من أوراق المجموعة .

ويرى ابن سنان في هذا الكتاب أنه يقدم تصوراً جديداً لحركة الشمس والكواكب السيارة يخالف فيه رأي كل من تقدمه . وهذا أمر يهم الدارسين والباحثين ممن يهتمون بتاريخ علم الفلك عند العرب .

6. The Book on Solar Movements

This work fills 17 pages in the Bankipore Compendium. The first 14 pages come together and fill papers 118 to 124 of the Compendium. They cover the printed text under this name, up to page 34. The remainder of that text has nothing to do with solar movements.

The paper 323 of the Compendium should come immediately after 124 to continue the discussion on solar movements. Its counterpart in the printed texts are pages 209 to 214 in al-Bīrūnī's work on chords, from about the middle of 209 to about the middle of 214.

One more page of the Compendium completes the work in full. This page is not given any clear Arabic serial number. It bears however the strange ms no 2519. It is preceded by a blank page with Bankipore's stamp on it. I have failed to find its counterpart in the printed text. Probably it was not printed.

The author introduces this work saying that here he presents an explanation regarding the motions of the sun, that he has wished to postpone it until he has made some solar observations to substantiate or refute his views. But such observations were not possible in the past, and are not likely to be in the future, and so he presents here his views so that some observer may take the trouble of testing them. He presents an explanation of phenomena related to the apparent motion of the sun and the planets, and reckons his explanation as entirely new and worthy of testing by further observations.

بسم الله الرحمن الرحيم [١١٨ و]
وبه العصمة والهداية [ص ٢]

كتاب إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة

في حركات الشمـــس

قد كان في عزمي تأخير إنشاء هذا الكتاب ، إلى أن أرصد الشمس أرصاداً متصلة ، فيكون ما أُضمنه إياه مالا أشك فيه ، وما يوجبه الرصد . فلما تواترت أشغال لم يمكن معها مواصلة الرصد ، ولا اتسع الزمان لها ، وللنظر في هذه الأمور على حسب ما تستحقه ، واتصلت علينا نكبات ، من جهة السلطان ، تحول بيننا وبين مواضع عملنا على الرصد فيها ، وتحوج الى الاستتار والتنقل من موضع إلى موضع ، ورأيت الأمر يطول فيها ، والمعاش يختلُّ معها ، وأنها متى انحسرت ، وأمكنت العودة إلى ما كنت فيه من هذه الجهة ، تعذَّر أمر الرصد(١) وغيره ، للشغل بإصلاح ما فسد من أمر المعاش ؛ ولم آمن حادثة تحدث ، فيكون ما قام في نفسي من أمر الشمس وحركاتها يذهب ضائعاً ، ولا يكون له بعدي حامل ، لأنه شيء وقع لي بالفكر المتصل والتدقيق والتلطف ، فإن أردت أن أرصد رصداً متصلاً أستشهد به على صحة ما كنت أظن أمر الشمس يجري عليه ، تعذر أمر الرصد للأسباب التي ذكرتها ـ أثبتُّ في هذا الكتاب ما دار في فكري من ذلك ، وجعلته | كالتذكرة لمن عساه يعنى بهذا الأمر ، ويتفرغ [ص ٣]
للرصد والمحنة(٢) ، ويوفي هذا الأمر الجليل حقه . وشرحتُ الوجه في رصد الشمس ،

حتى يعلم هل ما أثبته في هذا الكتاب من أمرها موافق لما الأمر عليه ، أو مخالف ، وكيف الوجه في حساب ذلك ، وغير هذا مما سيأتي القول عليه . وعملت على أنه إن أمكنني أن أرصد وأحسب ، أثبتُّ ما أجده من ذلك ، في مقالة تتلو هذا الكتاب ، وإن لم يمكن هذا كله ، وأمكن أن أرصده فقط ، أثبتُّ أرصادي فيه وأرصاد من تقدمني ، وإن لم يمكن أيضاً الرصد ، أثبتُّ أرصاد من تقدمني ، إن وجدت إلى نسخها سبيلاً ، إذ كنتُ في الوقت الذي ألفت هذا الكتاب [فيه] مستتراً ، لا أصل إلى شيء من كتبي التي فيها هذه الأرصاد ، وجملة ما عندي من أرصاد من تقدمني أرصاد تنسب الى المأمون ، نسختها من نسخة بخط الماهاني(٣) المهندس ، وكانت فيما أظن ، في سنة سبع عشرة ومائتين(٤) ، بمدينة دمشق ، وأرصاد كان والدي رصدها(٣) ، لا أحفظ السنين التي وقع له فيها الرصد ، إلا أني أحسبها ، على تقريب ، في سنة ثمانين ومائتين ، أو حولها .

Mahani
Sinan b. Thabit

وينبغي لك أن تعلم أن الإنسان إذا وقف على أمور الشمس وقوفاً لا شك فيه ، فهو بمنزلة من استخرج سائر أمور الفلك ، من جزئياته وكلياته . أما جزئياته فكلها ترجع الى الوقوف على موضع الشمس في فلك البروج ، لأنه لا سبيل إلى أن يُعلم [ص ٤] الماضي من النهار ، | ولا الطالع ، ولا غير ذلك من أمور الفلك الجزئية ، إلا بموضع الشمس . وأما أمور الفلك الكلية ، مثل الوقوف على حركات الشمس : كما بين في [١١٨ ظ] المجسطي | وأما حركات الكواكب الثابتة التي تدرك بالرصد ، فانما الأساس في رصدها ، بذات الحلق(٥) : أن يعلم مكان القمر ، الذي لا يُعلم إلا بأمر الشمس . وكذلك الكواكب المتحيرة : فإنه لا يمكن الوقوف على أمورها ، إلا برصدها ، بالقياس الى الشمس والقمر والكواكب الثابتة . ومع هذا فما قيل أن مجموع حركات زحل والمشتري والمريخ ، في الطول والاختلاف ، مثل حركة الشمس ، قد أوضح لنا أنه لا يوقف على أمور هذه الكواكب ، دون أن يوقف على مبلغ حركة الشمس ، وأمر الزهرة وعطارد أيضاً : لا سبيل إليه الا بأمر الشمس ، إذ كانت حركتها مساوية لحركة الشمس .

فهذا قول كافٍ في الدلالة على أن أمر الشمس أهم ما نظر فيه من أمور الفلك ، وأن الحاجة اليه في سائرها ضرورية ، وأن مَن أمكنه استقصاء هذا الأمر ، والوقوف على حقيقته ، هو بمنزلة من قيّد أمور الفلك كلها ، وأحاط بها علماً .

وقد ينبغي أن يعلم أن أوقع الأشياء في الظن ، وأشبهها بالحق ، أن الخطأ الواقع لكل من تقدمنا في أمور الكواكب كان من تفريطهم في أمر الشمس ، وتهاونهم به : فقد نرى أصحاب الممتحن(٦) وجدوا في سائر الكواكب من الخلاف على بطلميوس ، مثل ماوجدوه في | أمر الشمس ، وهو نحو أربع درج في كل كوكب ، إلى غير ذلك [ص ٥] من أشياء تُقوّي الظن وتحقق أن الجماعة لم تستقصِ أمر الشمس ، الذي عليه الاعتماد ، كبير استقصاء ، وأنهم لو نظروا في الأمر من وجه النظر ، وتحرزوا ، لم يخطئوا فيها ، ولا في غيرها من سائر الكواكب ، حتى يقع بين الزيجات هذا التفاوت؟ وتجد قولي في تهمة الجماعة صحيحاً في أمر الشمس ، وأنهم لم يقفوا في وقت من الأوقات على مبلغ حركتها ، ولا مقدار السنة . وذلك أنها مختلفة العودات في فلك البروج ، وهم يظنون أنها متساوية العودات ـ هنا افهم من قولي « عودة »: رجوع الشمس من الانقلاب الذي يرى ، او الاستواء، الى الانقلاب ، أو الاستواء الذي يرى ، لا الحقيقي ؛ وستفهم تفصيل هذا فيما بعد ـ حتى أن من قرب عهده أيضاً من أصحاب الممتحن كانوا يرون غير ما يراه من أتى بعدهم ، من بني موسى وغيرهم ، في مبلغ هذه السنة .

وتجد ذلك أصحّ إذا أنت تفقدت رأي القدماء ، الذين يحكي بطلميوس عن واحد واحد منهم ، رأيه في مبلغ زمان عودة الشمس . فإنه يحكي عن ماطن واقطيمن(٧) أن عودتها في فلك البروج تتمّ في ثلاثمئة وخمسة وستين يوماً ، وربع يوم ، وزيادة لست أحفظ مبلغها ، الا أني أظن أنها جزء من سبعين من يوم . ويحكي عن تلليوس أن هذه العودة في ثلاثمئة وخمسة وستين يوماً وربع يوم فقط . ويحكي عن إبرخس(٨) حكايات مضطربة يزعم في بعضها أن عودة الشمس في فلك | البروج غير [ص ٦] متساوية ، ويزعم في بعضها أن عوداتها في ثلاثمئة وخمسة وستين يوماً وربع يوم ، إلا جزءاً من ثلاثمئة من يوم . ويذكر بطلميوس أن أرصاده أوجبت هذا المقدار من

read 1/300
allippus
in h Toom p.139

الزمان . ويحكي الآن أصحاب الممتحن غير هذا ، وأنهم وجدوا زمان عودة الشمس أقل من هذا بكثير . ويقول بنو موسى غير ما يقوله أصحاب الممتحن . فكيف يظن الإنسان ان عودات الشمس ليست متساوية ، أو أنها متساوية ، إذا كان مبنى أمره ، والأصل فيما يعمل عليه ، هو تصديق القدماء كلهم في أرصادهم؟ فإن قال إنها متساوية لزم الكذب بأرصادهم ، أو بأرصاد بعضهم ، إذ كان كل واحد ذكر أن أرصاده
[١١٩ و] أوجبت المدة | التي حكاها ، وبعض هذه المدد خالف بعضاً . وإن صدّق الإنسان بالأرصاد ـ وهكذا يجب عليه ـ لزمه أن يقول إنها غير متساوية . ومع هذا فلو كذّب الإنسان في أيام المأمون بأرصاد بطلميوس وابرخس ، كيف كان يجد السبيل الى استخراج أمور الشمس؟ وهل يتسع عمر الإنسان لأن يرصد ، فيقف على مبلغ حركات هذه الكواكب ، من غير أن يستعين بأرصاد من تقدمه ؛ فهذه أمور تقوي الظن وتوقع في الوهم أن عودات الشمس في فلك البروج مختلفة الأزمان .

وقد يُحكى عن أصحاب الممتحن أيضاً أن مقدار الخروج عن المركز في الشمس كان جزأين ودون عشر دقائق . وبطلميوس يحسبه في المجسطي ، من أرصاد يصفها
[ص ٧] هناك ، جزأين ونصفاً . وهذا أيضاً اضطراب | قبيح . ومن العجب أن أصحاب
ممتحن المتحن وضعوا زيجاً فقد* ، ولم يذكروا أرصادهم ، وسائر ما يحتاج اليه في براهينهم على صحة ما ادّعوه .

ومن عجيب الخلاف في أمر الشمس أن البعد الأبعد من فلكها عند المحدثين يتحرك ، وعند بطلميوس ثابت . وكل واحد من الفريقين يستشهد ، ويزعم في بعضها أن عوداتها في أرصاده توجب التصديق بها .

فأما ما أوقع لنا نحن الفكر فيه ، فتصحيح حركة الاختلاف أولاً ، حتى يصح لنا أمر هذه الحركة ، ومقدار الخروج عن المركز ، وهل البعد الأبعد متنقل أم لا . فوجدنا إلى ذلك طريقاً لا أشك فيه ، سنذكره بعد أن نقول أولاً ما الذي يعني إذا قلنا : « نقطتي الانقلابين » و« نقطتي الاستوائين » ، على ما يوافق الأمر الذي يسبق إلى الظن من وضع فلك البروج ، وتنقله وحركته .

---

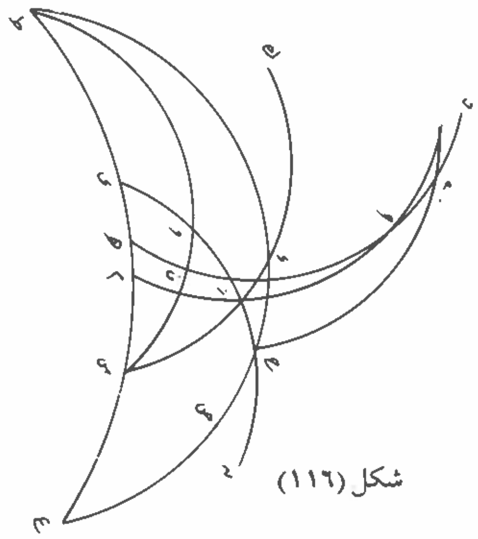
* لعلها فقط .

والذي أوقع في الظن ما وقع فيه من ذلك ، هو اختلاف عودات الشمس التي أوجبتها أرصاد القدماء التي يلزمنا التصديق بها ، واختلاف ميل فلك البروج . فإن بطلميوس وجد مقدار القوس التي بين الانقلابين سبعة وأربعين جزءاً ، وأكثر من ثلثي جزء ، وأقل من نصف وربع جزء . هذا قوله نصًّا ، في المقالة الأولى من كتاب المجسطي . ثم وجدها بعض المحدثين القريبي العهد : سبعة | وأربعين جزءاً [ص ٨]
وعشر دقائق . ويحكى عن غير هؤلا من المحدثين ، أحسبه أقرب عهداً ، وجدها سبعة وأربعين جزءاً وست دقائق . وكل منها يشهد ، من طريق سنذكرها ، بما يحكى عن إبرخس انه كان يعتقد من انتقال فلك البروج ، وأن نقلة الكواكب الثابتة ، وما يشاكلها من نقط الأبعاد العظمى للكواكب ، ليس هو شيئاً له حقيقة ، وإنما يتوهم توهماً ، من أجل انتقال فلك البروج . وسبق أيضاً إلى الظن أن انتقال البعد الأبعد من الفلك الخارج المركز للشمس جارٍ هذا المجرى .

فنقول : إن اختلاف حركاتها : الأبعاد العظمى من الشمس وسائر الكواكب . حتى أن بطلميوس كان يرى في الشمس ، بخطأ وقع عليه من جهة اختياره وللأرصاد التي اختارها ، أن البعد الأبعد من فلكها غير متحرك ، فوجده المحدثون قد تحرك سبعة عشر جزءاً ؛ وكان يرى في سائر الكواكب أن أبعادها العظمى تنتقل درجة في كل مئة سنة ، فوجدها المحدثون تجري مجرى الكواكب الثابتة ، التي ذكر بطلميوس أن حركتها في كل مئة سنة درجة ، وذكر المحدثون أن زمان حركتها للدرجة هو نيِّف وستون سنة ـ هو من الأشياء التي يتوهم فيها ما يحكى عن إبرخس في تنقل فلك البروج ، وأنه لو كانت هذه النقلة للكواكب الثابتة وأبعاد الكواكب المتحيرة في
أنفسها ، لما اختلفت حركاتها ، وتساوت ، ولا لزم أن يقال | أن حركة الأبعاد [ص ٩]
العظمى على أفلاك خارجة المراكز | ويكون تصور ذلك ، فضلاً عن اعتقاد مثله ، [١١٩ ظ]
ضحكة . وهذا الوجه الذي ينتقل به فلك البروج يوجب اختلاف عودات الشمس ، واختلاف حركة الكواكب الثابتة ، والأبعاد العظمى للمتحيرة أيضاً ، وهو من الأشياء التي تحتاج الى الرصد ، ليشهد بصحته أو بطلانه ووجود غيره .

فنقول : إنا نتوهم سطحاً من السطوح ، لا الذي تجري عليه الشمس ، لكن غيره ، مائلاً عن معدل النهار ، أقل من ثلاثة وعشرين جزءاً وإحدى وخمسين دقيقة ؛ ونتوهم فلك الشمس الذي تجري عليه مائل السطح عن الفلك الأول ؛ فيسمى الفلك الأول الفلك المائل ، ويسمى الثاني فلك البروج ، لئلا نخالف به العادة . فتوهم هذا فنتوهم .ع
الفلك متحركاً في الطول ، من المغرب الى المشرق ، وهو ثابت الميل عن الفلك المائل ، حتى يُحدث من دوره دائرتين تماسّانه ، متوازيتين وموازيتين للفلك المائل ، متساويتي المقدار والبعد عن الفلك المائل ، في جهتي الشمال والجنوب ؛ ومركز هذين الفلكين الأرض . ونتوهم الفلك الخارج المركز في سطح فلك البروج ، مماساً له ، على نقطة البعد الأبعد .

فبينٌ : [سواء] كان البعد الأبعد ثابتاً في فلك البروج ، أو متحركاً فيه حركة مستوية حول مركز فلك البروج ، أن الذي يظهر للبصر غير ذلك ، وهو أنه يقطع من
فلك البروج ، في | الأزمان المتساوية ، حركات غير متساوية ، وذلك أن مبادىء [ص ١٠]
البروج ليست في الأزمان المختلفة ، على هذا الأصل ، مبادىء بأعيانها ، لكنها نقط مختلفة ، ليست واحدة .


شكل (١١٦)

وذلك أنا نرسم دائرة معدل النهار ط م ع على قطب ح [الشكل ١١٦] ودائرة ا ب ح ء ه قائمة عليها ، وعلى الفلك المائل ، على زوايا قائمة . والفلك المائل ط ف س على قطب ا . ونعمل على أن فلك البروج ، إذا اتفق أن يكون تقاطعه مع معدل النهار هو تقاطعه مع الفلك المائل ط ء س . وبينٌ أن دائرة ط ء س قائمة على دائرة

ا ب ح ء ه ، على زوايا قائمة ، لأنها تمرُّ بنقطتي ط ، س ، وهما قطبا دائرة ا ب ح ء ه . وقد يلزم أن تكون نقطة ء هي تماس الدائرة التي تماسها دائرة ط ء س الموازية لدائرة ط ف س . فلتكن تلك الدائرة ك ء ن ، على قطب ا ، ودائرة ط ء س على قطب ب . فنعمل على أن دائرة ط ء س ، قبل مصير نقطة ء منها ، على نقطة ء من دائرة ك ء ن ، كان وضعها كوضع دائرة ح و ع المماسة لدائرة ك ء ن على ح ، وأنه على قطبها نقطة ل . 2

فبينٌ أن الدوائر التي ترسم على قطبي دائرتي ك ء ن ، ح و ع تجد دائما مقدار ميل فلك البروج ، عن الفلك المائل الذي قلنا انه ثابت لا يتحرك ، وأن الدوائر
التي ترسم على قطبي دائرة ح ع في سائر الأوضاع ، وعلى قطب معدل | النهار تجد [ص ١١]
نقطة الانقلاب . وذلك ان الشمس اذا صارت على هذه الدائرة صار بعدها عن معدل النهار أعظم الأبعاد . فلنرسم على نقطة ل وعلى نقطة ح دائرة ل ح ر م ، تقطع معدل النهار على م ، فقوس ر م هي نصف القوس التي بين الانقلابين ، في الوضع الذي يكون فيه فلك البروج كدائرة و ى ع ، ونقطة ر هي نقطة الانقلاب .

فأما اذا كان وضع فلك البروج كوضع دائرة ط و س فإن نصف القوس التي بين الانقلابين حينئذ يكون قوس ء ه ، وتكون نقطة الانقلاب نقطة ء . وبيّنٌ ظاهر أن قوس ر م غير مساوية لقوس ء ه . وكذلك بيّنٌ أن سائر القسي التي هي ميل فلك البروج عن معدل النهار في سائر الأوضاع ، غير مساوٍ بعضها لبعض .

فأما البعد الأبعد من الفلك الخارج المركز للشمس ، فإنا نضعه مثلاً نقطة و . فبينٌ أن و ، إن وضعت ثابتة في دائرة ى و ع ، أو متحركة في الأزمان المتساوية
حركات متساوية | لم يكن ما يظهر منها في فلك البروج كذلك . وذلك أن بعد نقطة [١٢٠ و]
و في الوضع الذي يكون فيه فلك البروج كدائرة ط ء س من الانقلاب هو قوس كرح ، لأن نقطة ح في هذا الوضع هي نقطة ء في الوضع الثاني . وأما متى كان

در
دفه

[ص ١٢] الوضع هو الوضع الأول ، فإن بعد نقطة و من الانقلاب هو قوس | ن ز . فبيّن
أنه إن كان البعد الأبعد ثابتاً ، فإنا نظن ظنًّا أنه يتحرك ، وليس الحركة له ، ولا لنقطة
الانقلاب ، لكن لما كانت نقطة الانقلاب ليست واحدة ، كما كانت نقطة ز ، ثم
صارت ء ، وبُعده إنما يوجد بالقياس الى أمثال هذه النقطة ، توهم في مثل هذه المدة
أنه قد تحرك قوس ز ح . وكذلك في سائر الأوضاع .

وأما إذا كانت نقطة و متحركة في الأزمان المتساوية حركات متساوية ، فإن
تلك الحركات : إن كانت إلى خلاف جهة نقطة ز كان ما يرى من حركة البعد الأبعد
مجتمعاً من حركته في نفسه ، ومن قوس ز ح ونظائرها . وإن كان الى هذه الجهة ،
كان ما يُرى من الحركة هو فضل ما بين مقدار حركته في نفسه وبين قوس ز ح
ونظائرها .

فإذن الذي يرى من حركة البعد الأبعد إما أن تكون هي نظائر قوس ز ح
ـ وبينٌ أن نظائرها في الأزمان المتساوية قِسِيٌّ مختلفة . وذلك بينٌ بباب صغير من ? messed up
الأبواب الكرية : وذلك إما أن نضع نقطة ح تتحرك على دائرة ز ح ، في الأزمان
المتساوية قِسِيًّا متساوية ، وإما أن تكون قسياً مختلفة ، وهي نظائر قوس ز ح ، مع
[ص ١٣] قسي متساوية ، وهي حركات نقطة و في | فلك البروج . والأشياء المتساوية إذا
زيدت على أشياء غير متساوية صارت غير متساوية بعد الزيادة ـ وإما أن تكون قسياً
مختلفة ، وهي نظائر قوس ز ح ، تفاضل قسياً متساوية ، وهي حركات نقطة و ،
وبينٌ أن الفضول من ذلك قسي غير متساوية .

فأي قسم أخذت من هذه الثلاثة الأقسام ، مشاكله أن البعد الأبعد من الشمس * nl. apogee at rest forward backward
وجد بعد بطلميوس متحركاً ، ووجده بطلميوس ثابتاً . وأوكد الأسباب عندي قلة
مقدار حركته التي تُرى على أحد هذه الضروب في أيام بطلميوس ، وأن الزمان لما طال
تبينت الحركة ، ولعله حدثت لها سرعة بحسب ما عسى أن يكون أحد هذه الأصول
يوجبه .

وأيضاً فقد كان بطلميوس اختار غير ما ينبغي أن يختار في الأرصاد ، وذلك أنه

أخذ ثلاثة مواضع من مواضع الشمس ، في مدة ما بين الانقلاب وبين كل واحد من
الاستواءين ، بالحركة المستوية ، وحسب من ذلك ، ومن الحركة المختلفة ، في المقالة
الثالثة من المجسطي في شكل | عمله ، مقدار الخروج عن المركز ، وموضع البعد [١٢٠ ط]
الأبعد . وقد ظهر لجميع الناس أن أرصاد الاعتدالين ، فضلاً عن أرصاد الانقلاب ،
لا سبيل الى تحصيلها على الحقيقة . وبطلميوس يقول في المجسطي : إن آلة الاعتدال
إن زلّت عن مكانها بجزء من ثلاثة آلاف وستمائة جزء من محيط الدائرة التي تمر بقطبي
معدل النهار ، تغير وقت الاعتدال . ولم يصح الرصد . فليت شعري : إذا كان هذا
قوله في الاعتدال ، فكيف يظن أنه يمكن أن يقيد وقت مر الشمس بالانقلاب على
التحديد والتحقيق ! والناس كلهم يعلمون ان الانقلاب لا يصح بالرصد ، بوجه ولا (٢) لا في
سبب . | وذلك أنه إنما يعلم بارتفاع نصف النهار . وقد تبقى الشمس نصف [ص ١٤]
النهار ، أياماً متوالية كثيرة ، قبل الانقلاب وبعده ، لا يتبين في ارتفاعها زيادة ولا
نقصان ، في أوقات نصف النهار ، ولو رصدتها بأعظم الحلق قدراً وأكثرها أقساماً .
والإنسان قد يقدر أن يعلم أنه لو جعل وقت الانقلاب الذي به وبالاعتدالين علم
بطلميوس موضع البعد الأبعد ، ومقدار الخروج عن المركز ، قبل ذلك الوقت الذي
ذكر بطلميوس أنه وُجده بالرصد ، أو بعده ، بخمس أو ست ساعات ، لم يكن
موضع البعد الأبعد ، ولا مقدار الخروج عن المركز ذلك المقدار الذي خرج له ، ولا
قريباً منه ؛ ولا كان منكراً أن يكون ذهب عليه وقت الانقلاب على التحديد ، بالرصد
الذي ذكره ، وإن كان قد استقصاه وتحرّاه ؛ فإن الغلط بست ساعات في الانقلاب
ووقته غير محسوس .

وكذلك نقول فيما حكاه بطلميوس عن ابرخس : فإنه ذكر عنه أنه استخرج
هذين الأمرين بطريقة يقينية . ويشبه أن يكون بطلميوس ، لتحريه أن تكون أرصاده
وآراؤه موافقة لرأي ابرخس ، تحرى أن يرصد الشمس على بعد في الأيام ، من وقت very interesting
الاعتدال ، موافق للبعد الذي ذكر ابرخس أنه للانقلاب من الاستواء ، وقاس ارتفاع
الشمس في ذلك اليوم ، بما قبله وبما بعده . فلم يجد في الرصد ما يتبين له منه أن وقت

بطلميوس

الانقلاب غير ذلك الوقت .

[ص ١٥] فقد صح الآن وتبين أن | السبب الذي من أجله رأى بطليموس ان البعد الأبعد للشمس ثابت المكان ، بالقياس الى الانقلاب الذي يُرى . وتبين السبب في الخلاف بين أصحاب الممتحن وبينه في مقدار الخروج عن المركز - فإذا كان ذلك في نحو أربع وعشرين دقيقة لا يجوز أن يكون أصلاً إلا من قبل خطأ الرصد . وسنبين مستأنفاً كيف ينبغي أن نستخرج هذه الأشياء من أرصاد لا يقع فيها زلل ولا خطأ - وكيف نختاط برصد منها على رصد ، ونجعل ذلك معياراً ودستوراً يفتّح الأمر من كل جهة ، ويشهد بعضه على بعض .

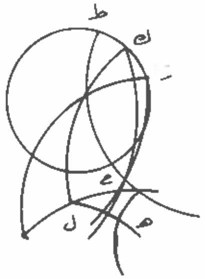
وأما الآن فلنرجع الى قولنا ، لئلا ينقطع اتصال الكلام ، فأقول : إنه يجب أن يكون ما يظهر من الأمور ، على جليل النظر ، أن يقع الاعتبار بالرصد موافقاً لما وضع من هذه الأصول . وذلك أن اختلاف مقدار القسّي التي تتولد بين نقط الانقلاب ، بتنقل فلك البروج ، كقوس ز ح مثلاً في الشكل الذي شكلناه ، موافقٌ ما ظهر من أن البعد الأبعد تحرك ، بعد أن كان يظن أنه ثابت ، وذلك أنه في الحقيقة لم يكن ثابتاً . ولعل السبب في خفاء حركته ، مع ما ذكرنا من الخطأ في الرصد ، قلة مقدار الحركة ، لبعض الزمان الذي كان بين إبرخس وبطليموس ، أولان نفس الحركة ، بحسب هذا الأصل الذي وضعناه ، يجب أن تكون كانت قليلة في ذلك الوقت . وأيضاً [١٢١ و]
[ص ١٦] | فإن الفلك الخارج المركز ، إن كان ثابتاً في فلك البروج ، فإن عودات الشمس في فلك البروج ينبغي أن تكون متساوية في الحقيقة ، وإن كان متحركاً في الأزمان المتساوية حركات متساوية ، فقد ينبغي أن تكون عودات الشمس في فلك البروج كالمتساوية عند الحس ، فأما عند البصر ، وبحسب ما يظهر ، وعلى الأصل الموضوع أولاً ، فليس العودات التي ترى متساوية . وذلك ان الشمس إذا بدأت من الانقلاب بالرؤية ، ثم عادت الى الانقلاب بالرؤية ، فلم تعد بعد الى النقطة الأولى للانقلاب المرئي غير الثابت ، لذلك صارت كل دورة ترى تعجز عن الدورة الحقيقية بمقدار حركة الانقلاب أو الاعتدال . فلما كانت القسي التي بين الانقلابات التي تحدث من تنقل

فلك البروج مختلفة المقادير في الأزمان المتساوية ، وكانت الدورات المرئية تعجز عن الدورات الحقيقية التي تكون في أزمان متساوية على الاطلاق ، أو متساوية عند الحس ، بالأزمان التي تقطع فيها الشمس القسي المختلفة الحادثة من تنقل فلك البروج ، وهي أزمان مختلفة ، صارت أزمان عودات الشمس المرئية مختلفة . وهذا موافق لما ذكرناه من اختلاف العودات ، بحسب ما توجبه جميع الأرصاد .

وأيضاً فإن الأصل الذي وضع يوافق ما ظهر من اختلاف ميل فلك البروج على معدل النهار ، ونقصان القوس التي بين الانقلابين عن مقدارها في أيام بطلميوس . إلا أن أولى الأمور بالانسان أن | يقول الحق في جميع ما يعتقده . إن هذه القوس ، بعد [ص ١٧]
أيام أصحاب الممتحن لم يقل إنها نقصت كثير نقصان . وقد يجب أن ترصد ، فلعلها قد نقصت . فإن شهد ذلك لهذا الأصل فهو مما يقويه .

ويوافق هذا الأصل ما رئي من اختلاف حركات الأبعاد العظمى لسائر الكواكب، وحركة الكواكب الثابتة ، حتى أن إبرخس كان يقول ، فيما يحكى عنه ، ان هذه الحركة العامة لم تكن لأجرام الكواكب الثابتة . وكأنه يقال إنه كان يعتقد نحو ما ذكرناه . ويحكي عنه بطلميوس ، في المقالة السابعة من المجسطي ، ما يدل على قولنا في أن تنقل الكواكب الثابتة ليس هو شيئاً له حقيقة . وإنما السبب فيه انتقال الانقلاب .

وقد ينبغي أن نبين أن القسي التي تتولد بين الانقلابات المختلفة المقادير . فلتكن قوس من الدائرة التي يماسها فلك البروج ، الموازية للفلك المائل ، قوس ا ب ، وقوس من فلك البروج ، إذا كان تقاطعه ومعدل النهار هو تقاطع الفلك المائل ومعدل النهار : ح ء ، وتماس هاتين الدائرتين في هذا الموضع على الانقلاب ، وهو ه . والدائرة القائمة على معدل النهار وسائر الدوائر



شكل (١١٧)

دائرة ه ز ، وقطب معدل النهار ح ، وقطب الفلك المائل نقطة ز ، وقطب فلك
البروج في هذا الموضع نقطة ط . فبينٌ أن نقطة ط ونقطة ه إذا انتقل وضع فلك
[ص ١٨] البروج يصيران في جهة واحدة عن دائرة ز ه ، وأنه يحدث | أما من دور نقطة
ه ، فدائرة ا ه ب ، وأما من ط فدائرة موازية لدائرة ا ه ب ، فلتكن
تلك الدائرة ط ك . ولتصير نقطة ه في زمان ما إلى نقطة ل ، وفي زمان مثله الى
نقطة ب ويصير وضع فلك البروج عند نقطة ل ، كدائرة م ل ، وعند نقطة ب
كدائرة ب ن ، وقطبه في الحال التي عند ل نقطة ك ، وعند الحال الأخيرة . فبينٌ
[١٢١ ظ] أنا إن رسمنا قوس ك ح م صارت نقطة | م نقطة الانقلاب في هذا الموضع ،
وكان انتقال نقطة الانقلاب قوس ل م . وإن رسمنا قوس ى ح ن ، صارت
نقطة ن الانقلاب في الوضع الآخر ، وقوس ب هي قوس الانتقال ، ويكون
الانتقال الأول الذي من ه الى م ، والانتقال الثاني الذي من م الى ن . فلأن
زماني المدتين متساويان يكون قوس ه ل مثل قوس ل ب ، وكذلك قوس
ط ك مثل قوس ك ى . لكن قوس م ل هي التي نريد أن نبين أنها ليست نصف
قوس ى ب . أعني أن زاوية ح ك ل ليست نصف زاوية ح ى ب . وذلك أن
هذه القسي تركب عليها هذه الزوايا عند قطبي دائرتي م ل ، ن ب ، اللذين هما
ك ، ى . فإذا كانت نقطة ن قطب هذه الدائرة ، أعني ط ى ، وقوس ط ى
ضعف قوس ط ك ، ونقطة ه ليست قطب هذه الدائرة ، فإن الزاوية لا تكون
[ص ١٩] ضعف الزاوية . وطريق | ذلك يسهل جداً . ولذلك يكون الانتقال الذي عرض
للانقلاب : مقدار المدة إلى أن صار الانقلاب نقطة م .

أما أكثر ما أمكن من مطابقة هذا الأصل لما يظهر من أمر الشمس على جليل النظر ، فقد أتينا به . ولو اتسع لنا الزمان ، وخلا الفكر من الأمور التي كنا فيها ، مما قدمنا ذكره في أول الكتاب ، لجاز أن نبحث من ظاهرات أمور الشمس عما لعلّه أن يقوي هذا الظنّ أو يضعفه ، وأن نتسع وننعم النظر في هذه الأشياء التي وصفت ، ونطلب لها خصوماً ، مما يظهر ويقوي تلك الخصوم أو يضعف ، على حسب ما يلوح

ويوجبه النظر التعليمي ، أو لعله كان لا يوجد لها خصم البتة . لكن هذا أكثر ما أمكننا إدراكه ، على ضيق الزمان ، وكثرة الشغل والنكبات .

فإذ قد وضح هذا ، فبين أن انتقال نقطة الانقلاب في السنة الواحدة يسير جداً ، لأنه لم يتبين منه في سبعمئة سنة بالتقريب ، ما بين بطلميوس إلى أيام المأمون ، إلا نحو الثماني عشرة درجة . فقد ينبغي للأنسان أن يتصور الصورة الواحدة في فلك البروج بالرؤية ، هي بعينها الصورة في فلك البروج بالحقيقة ، بالتقريب ، وأن ما بينهما أقل من أن يلحق في مدة عودة واحدة غلط بينٌ منه ؛ وأن ما يجتمع يظهر في سنين كثيرة .

فإذن إذا أمكننا أن نرصد الشمس في وقت من الأوقات ، فنجدها في جزء من
فلك البروج ، فإنما نقول ، مثلاً : بعدها من | مركز السرطان كذا وكذا درجة ، [ص ٢٠]
وإنها في برج كذا وكذا ، ونحن نعني بذلك أنها في بعد تلك الدرج من نقطة الانقلاب
الذي يرى في ذلك الوقت الذي يكون له في الوقت ونقطتي معدل النهار مع فلك
البروج . فبحسب هذه النقطة نقسم البروج ونتصورها . وبينٌ أن حركات الشمس
التي ترى في فلك البروج ، في مدة عودة واحدة أو عودات قليلة ، هي الحركة التي هي
لها في نفسها بالتقريب . فإن استعملنا ذلك في الحساب جاز ، وإن لم يكن ما نستعمله
هو ما الأمر عليه في الحقيقة ، فإنه في المدد القصيرة قريب من الحق جداً ، لا يحُسُّ
الخلاف بينهما .

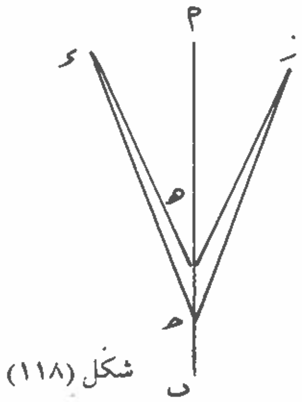
فنعود الى ما كنا وعدنا به ، ونقول : كيف ينبغي للأنسان أن يرصد ، فيقف على مقدار عودة الشمس في الفلك الخارج المركز ، وعلى مقدار الخروج عن المركز؟ فقد قلنا أنا نجد الى ذلك طريقاً لا شك فيه :

وهو أنا قد بينا في الكتاب الذي وضعناه في تصحيح الباب الذي بين به بطلميوس
الخروج عن المركز(٩) ، في زحل والمشتري والمريخ ، وفي سائر الكواكب التي يعرض
لها الاختلاف في مسيرها ، من جهة فلك التدوير والفلك الخارج المركز ، وغير ذلك ،
فضلاً عن الشمس ، أن كل حركتين لها متساويتين ، في زمانين متساويين | فإن بعد [١٢٢ و]

النقطة التي فيها الكوكب في أول الزمان الأول ، والنقطة التي فيها الكوكب في آخر
[ص ٢١] الثاني من الزمانين ، عن البعد الأقرب | أو البعد الأبعد ـ بالسواء . فيجب أن نرصد
الشمس رصداً متوالياً ، بالآلة التي يعرف بها ارتفاع نصف النهار . وقد كنا عملنا
لذلك حلقة عظيمة قطرها ثلاثة أذرع . فإن أمكن أن يزاد على ذلك . لتعظم الأقسام
وتكثر ، كان أحكم للرصد :

فيؤخذ ارتفاعها ، في وقت نصف النهار ، في كل يوم ، ونعتمد ذلك فيما بين
أول الأسد الى أول القوس ، وفيما بين أول الدلو الى أول الجوزاء . فإن البروج ، لقلة
ميل الدرجة الواحدة منها ، رِبما وقع في الرصد أدنى خطأ في دقيقة من الارتفاع ،
فيوقع ذلك في موضع الشمس ، في بعض المواضع ، خطأ مبلغه ثلث جزء ، هو أكثر
أو أقل . فإذا رصد ذلك بغاية التدقيق ، حسب منه موضع الشمس في يوم نصف
النهار . وذلك لا يتم الا في بلد قد عرف عرضه . وبعد رصد القوس التي بين
الانقلابين ، ومعرفة نصفها ، الذي هو الميل الأعظم ، فإذا وقف على ذلك التمس في
تلك المدة كلها زمانين أيامهما متساوية العدة ، كان مقدار ما قطعته الشمس في أحدهما
من فلك البروج ، مثل ما قطعته في الآخر . فإن لم يتم ذلك في أيام مبداها من نصف
النهار ، جاز أن يقوم موضع الشمس بالتقريب بين يومين متواليين . وذلك أنا نعلم ،
إذا رصدنا الشمس فوجدناها من اليوم الأول في أول الحمل . ووجدناها في الثاني في
تسعة وخمسين دقيقة من الحمل ، أنها في وقت غروب الشمس من اليوم الأول صارت
[ص ٢٢] في خمس عشرة دقيقة من الحمل ، على تقريب ، بأن نقص الحركة على الساعات |
فليس يقع في ذلك كبير خطأ .

فإذا وجدنا ذلك علمنا موضع البعد الأبعد للشمس . وذلك أن الخط الذي يجوز
على الوسط ، من النقطتين اللتين توجدان على تلك الجهة يجد البعد الأبعد ، والبعد
الأقرب . وما يلي الانقلاب الصيفي منه هو البعد الأبعد فإذا علم ذلك فليكن الخط



شكل (١١٨)

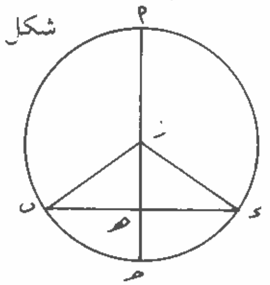
الذي يمر بالبعد الأبعد والبعد الأقرب : ا ب ، ومركز
فلك البروج ح ، والشمس في وقت من أوقات الرصد على
ء ، ومركز الفلك الخارج المركز ه ، والموضع الذي كان
بعده من ا كبعد ء من ا هو ز ؛ ونصل ز ه ،
ه ء ، ح ز ، ح ء . فبين أن زاوية ز ه ا مثل
زاوية ء ه ا ، بمثل ما ظهر في كتابنا الذي ذكرناه قبيل .
ولأن زمان زاوية ز ه ء معلوم الأيام ، تكون الحركة في
اختلاف فيه معلومة بالتقريب ، من جداول الحركات الوسطى . فزاوية ا ه ء
معلومة ، وزاوية ا ح ء معلومة ، لأن موضع ا معلوم، وموضع ء من فلك
البروج ، فزاوية ه ء ح معلومة ، وتبقى زاوية ح ه ء معلومة ، ولذلك تكون
نسبة ه ح الذي بين المركزين الى ء ه ، وهو نصف قطر الفلك الذي خارج
المركز ، معلومة .

ونستخرج هذا أيضاً بأوكد من هذا الطريق : بأن تؤخذ ثلاثة مواضع من
مواضع الشمس التي توجد بالرصد الذي | وصفناه ، ويوجد مقدار حركة الشمس [ص ٢٣]
المتوسطة في المدتين اللتين بين الثلاثة الأرصاد ، ومقدار الحركة المختلفة ، وموضع
الفلك الخارج المركز ، ونستخرج بها مقدار الخروج عن المركز . ولا نستعمل في ذلك
رصد الانقلاب | كما فعل بطلميوس في أمر القمر . إلا أنه هناك استخرج مقدار فلك [١٢٢ ظ]
التدوير ، كما فعل في أمر زحل والمشتري والمريخ ، حتى استخرج مقدار الخروج عن
المركز ، في كل كوكب منها ، وبُعد النقطة التي هو فيها ، من البعد الأبعد من فلك
البروج .

فهذه طرق لا شك فيها ، وليس يحتاج فيها الى أخذ مواضع وأوقات الانقلابات
التي لا تصح برصد أصلاً .

فمن البين أنا إذا وجدنا مقدار ما بين المركزين على هذه الجهة ، فلا شك في
صحة ما نجده . وقد يجوز أن نستعمل الباب الأول ، وهذا الباب أيضاً ، في هذا

المعنى ، ليصح الواحد من الآخر ، ويكون عياراً عليه ، ثم نعمد إلى رصدين من أرصاد بطلميوس للاعتدالين ، متقاربي الأزمان ، لا يكون بين أحدهما وبين الآخر عدة سنين ، لئلا يكون من حركة فلك البروج شيء محسوس ، فنقول فيهما :



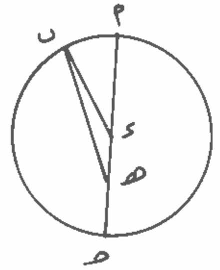
شكل (١١٩)

ليكن الفلك الخارج المركز ا ب ح د ، وموضع أحد الاعتدالين ب ، والآخر د ، وخط ب د قطر فلك البروج ، ومركزه هـ ، ومركز الفلك الخارج المركز ز . ونصل ب ز ، ز د . فزاوية ب ز د معلومة ، لأن الزمان | الذي بين الاستواءين معلوم ، وما تسيره [ص ٢٤]
الشمس فيه ، في الفلك الخارج المركز ، معلوم بالتقريب من جداول الحركات الوسطى . فزاويتا د ، ب مجموعتين معلومتان ، وهما متساويتان لأن د ز [مثل] ز ب . فإذن زاوية ز ب هـ معلومة . ونسبة هـ ز إلى ب ز معلومة : إذ كنا قد استخرجنا[ها] في الشكل المتقدم . فزاوية ب هـ ا معلومة، وموضع هـ ب معلوم من فلك البروج لأنه الاستواء ، فموضع فلك البروج معلوم . وأيضاً تكون زاوية هـ ز ب وزاوية ا ز ب كل واحدة منها معلومة . وقد كان بعد الشمس ، من البعد الأبعد ، في الفلك الخارج المركز ، حول مركزه في الأرصاد التي في زمان الراصد القريب العهد ، معلوماً . فإذن قد قطعت الشمس ، في الفلك الخارج المركز ، بين الزمانين حركة معلومة . ولذلك يعلم مقدار حركة الشمس ، في الأيام والشهور والسنين المصرية ، وتوضع في جداول ، وتسمى جداول حركة الشمس في الفلك الخارج المركز ، أو حركاتها في الاختلاف .

ولو وثق الإنسان بصحة النسخة التي منها نسخت أرصاد المأمون ، لكان يمكن أن يعمل فيها هذا العمل . وقد يمكن الإنسان ، إذا عمل هذا ، أن يعمل هذه الجداول . ويستخرج منها ، في كل وقت ، موضع الشمس في الفلك الخارج المركز ،
بأن يقيد ، في وقت رصد ، أوغير | ذلك ، موضعها منه ، وبعدها من البعد الأبعد [ص ٢٥]
فيه ، ويزيد الحركات التي تكون لها بعد ذلك ، على هذا الموضع ، وتنقص الحركات التي قبله عن هذا الموضع ، فيحصل ما نريده .

وأما الآن فينبغي أن ننظر في أمر البعد الأبعد ، فنقول : انه يتهيأ أن نعلم هل ما يظهر من تنقله في الأزمان المتساوية مسافات متساوية ، أم غيرذلك ، بهذا الذي أقوله؟

قد بينا كيف نستخرج موضعه ، بهذه الأرصاد القريبة العهد ، وفي أيام بطلميوس ، وبين الوقتين زمان معلوم . ولنأخذ زمان رصد من أرصاد إبرخس ، للاعتبار ، وما بينه وبين زمان الرصد الذي وقع في أيامنا ، وننظر ما تتحركه الشمس ،
بالحركة الوسطى | التي استخرجناها . فرُدَّ الشمس في موضع رصدنا ، في الفلك [١٢٣ و]
الخارج المركز ، تلك الدرج . وقد كان بعد الشمس ، من البعد الأبعد ، في وقت رصدنا ، في الفلك الخارج المركز ، معلوماً ، فيكون بعدها من البعد الأبعد ، في الفلك الخارج المركز ، في وقت رصد إبرخس ، معلوماً . لكن موضعها الحقيقي معلوم ، برصد إبرخس .



شكل (١٢٠)

فليكن الفلك الخارج المركز ا ب ح ، على مركز د ، ومركز فلك البروج نقطة هـ ، وموضع الشمس في وقت الرصد لإبرخس ب . ونخرج هـ د ا فيلقى الدائرة على ح ، فتكون قوس ب ا معلومة، فزاوية ا د ب معلومة ، فزاوية هـ د ب معلومة . لكن نسبة د هـ إلى ب د معلومة ، فزاوية د هـ ب معلومة ، وموضع هـ ب
معلوم | ، فموضع ا هـ معلوم ، فيكون موضع البعد الأبعد [ص ٢٦]
من فلك البروج ، بالرؤية ، معلوماً .

فإن كانت نسبة الزمان الذي بين رصدنا ورصد إبرخس ، إلى الزمان الذي بين رصدنا ورصد بطلميوس ، كنسبة مقدار ما ظهر للبصر ، من حركة البعد الأبعد ، في الزمان الذي ذكرناه أولاً ، إلى الزمان الذي ذكرناه ثانيا ، وفُعل ذلك برصد يوجد ، من أرصاد المأمون ، فتوجد النسبة بين الزمانين كالنسبة بين ما ظهر من حركة البعد الأبعد ، فإن حركة البعد الأبعد في فلك البروج مستوية ، ولا سبيل الى أن يصح ما

وضعناه من الأصول . ولعل ما ظهر الآن من نقصان ميل فلك البروج عن معدل النهار، لحركة تحركها فلك البروج في العرض ، على الدائرة التي تمر بنقطتي معدل النهار ، وقطبي فلك البروج ، وأن يكون ما ظهر من اختلاف عودات الشمس في فلك البروج ، لحال أخرى غير التي ذكرناها .

وأما إن خرجت النسبة مختلفة ، فذلك شاهد للأصل الموضوع ومؤكد له .

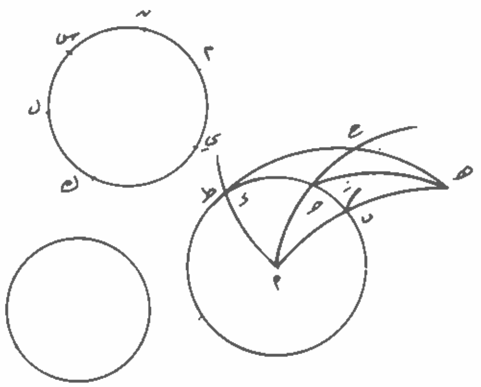
وقد ينبغي أن نصف الآن كيف يمكن الإنسان أن يعلم مقدار ميل فلك البروج
عن الفلك المائل . وذلك مساوٍ لمقدار القوس الخارج عن قطب الفلك المائل ، الى محيط
[ص ٢٧] الدائرة التي يرسمها قطب فلك البروج بحركته ، وكيف يمكن الإنسان أيضاً أن |
يستخرج مقدار حركة هذا القطب على هذه الدائرة في الأزمان المحدودة ، فنقول :

إنا نضع أنه قد وجدت أرصاد المأمون ، وأرصاد والدي ، وأرصاد راصد في
زمان بينه وبين أرصاد والدي مثل ما بين أرصاد والدي وبين أرصاد المأمون . فإن لم
يوجد ذلك ، ووجد زمانان متقاربان على هذه الحال ، حتى يكونا كالمتساويين ، كأنْ
بين الأول والثاني خمسين سنة ، وبين الثاني والثالث أربعين سنة ، فبينٌ أن كل زمان
مفروض ، فموضع الشمس فيه ، من الفلك الخارج المركز معلوم . ويكون بعد
موضع الشمس من البعد الأبعد ، حول مركز فلك البروج ، معلوماً، لأن البعد في
الاختلاف من البعد الأبعد ، من الفلك الخارج المركز ، إذا كان معلوماً ، ونسبة ما بين
المركزين الى نصف قطر الفلك الخارج المركز ، معلوماً ، كان البعد الحقيقي عن البعد
الأبعد من الفلك الخارج المركز معلوماً ، وإذا اتفق أن يعلم ذلك في وقت رصد علمنا
[١٢٣ ظ] فيه موضع الشمس بالرصد ، كان موضع البعد الأبعد معلوماً ، فإذا علمنا موضع |
البعد الأبعد في أول الخمسين سنة ، بهذا الطريق ، وفي آخرها ، وفي آخر الأربعين
سنة ، أخرجنا قسط حركة الأربعين سنة ، لسنة واحدة ، وقسط حركته لسنة ، من
حركته في في الخمسين سنة ، أيضاً ، وأخذنا وسط ما بين القسطين ، فضربناه في
[ص ٢٨] خمسة ، ونقصنا ما يخرج من حركة البعد الأبعد في الخمسين سنة ، وزدناه على | ما
تحركه في الأربعين سنة ، حتى يخرج لنا في وسط المدة موضعه من فلك البروج ، أعني

موضع البعد الأبعد ، على تقريب . فيصير لنا زمانان متساويان ، يلتقيان عند وقت واحد وسط ، ولهما طرفان ، وفي كل واحدة من الأحوال ، موضع البعد الأبعد معلوم ، ومقدار حركته بين أول الزمان الأول ، وبين آخره ، وحركته بين أول الزمان الثاني وآخره معلومة .

وأيضاً فنحتاج في كل واحد من هذه الثلاثة الأوقات ، إلى أن يكون مقدار الميل
الأعظم معلوماً ، أعني ميل فلك البروج ، على معدل النهار ، أي الميل الذي يُرى .
فتكون ، متى اتفق الزمانان ، متساوية : كل واحد من الميول الثلاثة العظمى : في
أول المدة ، ووسطها ، وآخرها ، مأخوذاً بحاله . ومتى لم يتفق أول المدة الأخيرة في
وسط الزمان كله ، كما قلنا الخمسين سنة والأربعين سنة ، فنوجد قوساً تكون على
التقريب نصف القوس التي بين الانقلابين في وسط تلك المدة ، بالمقايسة بالتقريب :
كأنا ننظر في مقدار نقصان نصف القوس التي بين الانقلابين ، لخمسين سنة ، ونخرج
منه قسط سنة ، ونفعل في الأربعين سنة مثل ذلك ، ونأخذ الوسط بين القسطين ،
فننقصه من أعظم الميلين ، ونزيده على أصغرهما ، بعد ضربه في خمسة ، حتى يخرج
ميل فلك البروج عن معدل النهار في ذلك الوقت . فمحصول هذا أن يحصل ثلاثة
أوقات ، بين الأول والثاني ، مثل ما بين الثاني والثالث ، يكون موضع البعد الأبعد ،
في كل واحد منها ، معلوماً | ، ومقدار ميل فلك البروج عن معدل النهار ، في كل [ص ٢٩]
واحد منها ، معلوماً .

فلننزل أنا قد وجدنا ذلك ، وليكن قطب الفلك المائل أ ، وموضع قطب فلك البروج ، في أول المدة ، وفي الوقت الأول من الدائرة التي يتحرك عليها ب ، وموضعه في الثاني ح ، وفي الثالث د . فلأن الزمانين متساويان ، والقطب يقطع في الأزمان المتساوية قسياً من هذه الدوائر متساوية ، ينبغي أن يكون قوس ح ب ح مثل قوس ح و . وليكن قطب معدل النهار نقطة ه ، ونرسم قِسِّي ه ب ، ه ح ، ه د ، من دوائر عظام ، وقسي أ ب ز ، أ ح ح ، أ د ط . فزوايا ه ب ز ، ه ح ح ، ه د ط هي توتر القسي التي بين نقطة مماسة فلك البروج للدائرة الموازية للفلك المائل ، وبين نقطة الانقلاب ، في وقت وقت من هذه



شكل (١٢١)

الأوقات . فمن البينّ أن زيادة زاوية ح ح ه على زاوية ه ب ز ، أعني زيادة
زاوية أ ب ه على زاوية أ ح ه ، هي مقدار انتقال نقطة الانقلاب ، من الوقت
الأول إلى الوقت الثاني . وكذلك تكون زيادة زاوية أ ح ه على زاوية أ ء ه
بمقدار انتقال قطب فلك البروج من الوقت الثاني الى الوقت الثالث . فإن كان البعد
الأبعد من الفلك الخارج المركز ، ثابتاً في فلك البروج ، فبينٌ ان ما رُئي من انتقال ،
لا حقيقة له ، وإنما هو انتقال قطب فلك البروج | والإنقلاب ، وقربه من موضع [١٢٤ و]
البعد الأبعد . وتكون عند ذلك الحركة المعلومة للبعد الأبعد ، هي الحركة للانقلاب ،
وهي فضل ما بين الزوايا . فتكون زيادة زاوية أ ب ه على زاوية أ ح ه
معلومة ، لأنها مقدار حركة البعد الأبعد ، فيما بين الوقت الأول والثاني ، وقد
استخرجناه . كذلك تكون زيادة زاوية أ حه على زاوية أ د ه معلومة ،
وذلك بمقدار حركة البعد الأبعد بمدة ثانية ، وقد استخرجناها . فتكون هذه الزيادات
معلومة ، ويتبع ذلك شيء هو بعينه لازم ، وإن لم يكن البعد الأبعد ثابتاً في فلك
البروج : وهو أن زيادة زاوية أ ب ه على زاوية أ ح ه تفاضل زيادة أ ح ه
على زاوية أ د ه ، بفضل معلوم ، إذ كل واحد منهما معلوم . وذلك أنا إن جعلنا
الفلك المائل ى ك ل ، وكانت نقطة الانقلاب في أول المدة الأولى ى وفي آخرها
ك ، وفي آخر الثانية ل ، وموضع البعد الأبعد في أول المدة الأولى س ، وفي وسطها
ن ، وفي آخر الثانية م ، على أن البعد الأبعد يتحرك في الأزمان المتساوية حركات
متساوية ، مستقبلاً لنقطة الانقلاب ، حتى تكون حركة هذا الى ضد حركة هذا ،

فيكون قوس س ن مثل قوس م ن . ولذلك فضل ما بين قوسي س ن ، ى ك
مجموعين، وبين قوسي م ن ، ك ل مجموعين ، هو مساوٍ لفضل ما بين قوسي
ك ى ، ل ك . لكن ما رُئي من حركة البعد الأبعد ، في الزمان الأول ، هو قوسا
ب س ، ك ى ، لأن البعد أولاً من الانقلاب كان قوس س ى ، ثم صار
ن ك ؛ والذي رئي من حركة في المدة الثانية هو قوسا م ن ، ك ل : لأن البعد
كان أولاً ك ن ، ثم صار م ل . فإذن فضل ما بين حركتي البعد الأبعد هو لمبلغ
فضل ما بين حركتي الانقلاب ، وفضل ما بين حركتي الانقلاب هو زيادة فضل ما بين
زاويتي أ ب ه ، أ ح ه على فضل ما بين زاويتي أ ح ه ، أ د ه ، لأن
[فضل] حركتي الانقلاب هو فضل ما بين هذه الزوايا . ففضول ما بين هذه الفضول
هو إذن مساوٍ لفضل ما بين حركتي البعد الأبعد .

وإن قيل أيضاً إن حركة البعد الأبعد ، وحركة الانقلاب ، إلى جهتين
مختلفتين ، كما في الصورة الثالثة ، كأنه كان الانقلاب على ى ، ثم على ك ، ثم على
ل ، وكان البعد الأبعد على س ، ثم على ن ، ثم على م ، فصار مقدار حركة
البعد الأبعد هو فضل ما بين قوسي ى ك ، س ن ، هذا في المدة الأولى ، وذلك أن
البعد أولاً كان س ى ، ثم صار ك ن . ففضل ما بين البعدين ، وهو مقدار حركة
البعد الأبعد التي تُرى ، هو فضل ما بين س ى ، ك ن ، أعني فضل ما بين
ى ك ، س ن . وكذلك الحركة الثانية للبعد الأبعد هي فضل ما بين ك ل ،
م ن . فإذن فضل | ما بين الحركتين ، للبعد الأبعد ، هو زيادة فضل ما بين [١٢٤ ظ]
ك ى ، س ن على فضل ما بين ك ل ، م ن ، أعني زيادة فضل ما بين
ك ى ، س ن ، على فضل ما بين ك ل ، س ن ، إذ س ن مثل ن م .
وذلك | أنا نضع حركة البعد الأبعد ، في الأزمان المتساوية ، حول مركز فلك [ص ٣٢]
البروج ، متساوية ، على ما وضعت عليه سائر الأبعاد العظمى للكواكب كلها .
فنفصل من ك ى مثل س ن ، وهو ك ع ، ومن ل ك مثل س ن ، وهو
ل ف . فيصير الفضل المذكور هو زيادة ى ع على قوس ك ف . لكن قوس ك ع

مثل ف ل ، لأن كل واحدة منهما مثل س ل . فيكون فضل ى ك على ك ل هو فضل ما بين الحركتين اللتين تريان للبعد الأبعد من الفلك الخارج المركز ، في فلك [ص ٥٩] البروج لكن فضل ما بين قوسي ك ى ، ك ل هو زيادة فضل زاوية أ ب ه على زاوية أ ح ه ، على فضل زاوية أ ح ه على زاوية أ د ه . فقد صار إذن زيادة فضول ما بين هذه الزوايا ، بعضها على بعض ، معلوماً ، لأنه مساوٍ لفضل ما بين حركتي البعد الأبعد من الفلك الخارج المركز ، التي قدمنا كيف طريق استخراجها .

ولكن قسي ه ب ، ه ح ، ه د معلومة ، لأن كل واحدة منها نصف القوس التي بين الانقلابين ، في وقت الرصد المعلوم ، وقوس ب ح مثل قوس ح د ، لأن الزمانين فرضا متساويين . وقوس حركة القطب في هذه الدائرة مستوية ، ونقطة أ قطب الدائرة ب ح د . فقد تأدى ذلك • أما إن كان البعد الأبعد من الفلك الخارج المركز ثابتاً ، فإلى هذه المسألة ، لأنا قلنا في هذه الحال إن | [ص ٣٣] مقدار حركة البعد الأبعد التي تُرى وتوجد بالرصد ، هي مساوية لنقطة الانقلاب ، وهي فضل ما بين الزوايا ، ولا حاجة بنا إلى استعمال زيادة فضول ما بين الزوايا ، بعضها على بعض ، حينئذ والمسألة هي هذه :

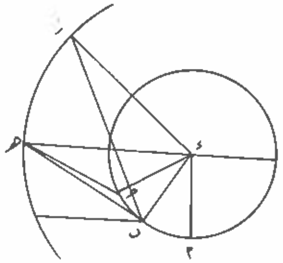
لتكن دائرة ما موازية للفلك المائل التي عليها يتحرك القطب : دائرة أب ح ، على بسيط كرة ، وقطبها نقطة د ، ونقطة ه قطب معدل النهار ، ونرسم دوائر عظاماً ، وهي ه أ ، ه ب ، ه ح ، تكون هذه القِسِّي منها معلومة ، ونرسم قسي د أ ، د ب ، د ح من دوائر عظام ، وليكن فضل زاوية ه ح ء على زاوية ه ب ء معلوماً ، وفضل زاوية ه ب ء على زاوية ه أ ء معلوماً ؛ فنعمل على نقطة ب قوس ب ر دائرة عظيمة تحيط معها بزاوية مثل زاوية ه أ ء وهي د ب ر ، ونفصل قوس ب ر مثل قوس ه أ المعلومة .

فمن أجل أن قوس ء أ مثل قوس ء ب ، وقوس أ ه مثل قوس ب ر ، وزاوية ء أ ه مثل زاوية ء ب ر تصير قاعدة ء ر مثل قاعدة ء ه ، إذا

رسمنا قوسي د ر ، د ه من دوائر عظام .

ولتكن زاوية ر ب ع مثل زاوية د ح ه ، وقوس ح ه مثل قوس ب ع ، فقوس ب ع معلومة . ولأن زاوية د ح ه مثل زاوية ر ب ع ، وقوس ر ب مثل قوس د ح ، وقوس ح ه مثل قوس ب ع ، يصير قوس د ه مثل | قوس ر ع ، إذا رسمنا قوس ر ع من دائرة عظيمة . [ص ٣٤] فاذن قسي د ر ، ر ه ، د ع متساوية . فالدائرة المرسومة على قطب د ، وببعد د ه تمر بنقطتي ر ، ع . فلنرسمها ، وهي دائرة ر ه ع .

وبينٌ أن فضل زاوية ء ب ه على زاوية ء أ ه ، أعني زاوية ه ب ر ، معلوم وذلك هو زاوية ه ب ر ، فهذه الزاوية معلومة . وأيضاً فضل زاوية ه ح ء ، أعني زاوية ع ب ء ، على زاوية ه ب ء ، وهي زاوية ه ب ع ، معلوم؛ فزاوية ه ب ع معلومة . وقوس أ ه | مثل قوس [٣٢٣ و] [ص ٢٠٩] ب ر ، فقوس ب ر معلومة ؛ وقوس ب ع مثل قوس ه ح المعلومة ، فقوس ب ع معلومة. لكن قوس ه ب معلومة . فإذا كانت كل واحدة من زاويتي



شكل (١٢٢)

ه ب ر ، ه ب ع معلومة ، وقسي ب ر ، ب ه ، ب ع معلومة ، فإن زاوية ح ب ر تكون معلومة ، وقوسي ب ر ، ب ع [تكونان] معلومتين ؛ فلذلك كل واحد من خطوط ر ع ، ر ه ، ه ع معلوم ، بالأجزاء التي بها قطر الكرة معلوم. ولذلك يكون ما بين قطب هذه الدائرة ، وبين محيطها ، معلوما ، وهو قوس ر ء . وكذلك قوس د ه .

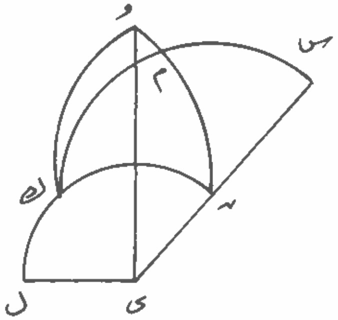
وإن نحن رسمنا على نقطتي ه ، ر دائرة عظيمة ، وهي | ر ط ه ، [ص ٢١٠] كانت زاوية ط ر ء معلومة ، وذلك أن كل واحدة من قسي ه ء ، ه ر ،

ز د تكون معلومة . فزوايا المثلثات معلومة . لكن من قبل أن قسي ه ط ز ، ه ب ، ب ز معلومة ، تكون زاوية ب ز ه معلومة ، فتصير زاوية ب ز د معلومة . لكن قوسي ب ز ، ز د معلومتان ، فقوس د ب معلومة ، فيصير من أجل ذلك بعد ما بين الفلك المائل ، وفلك البروج ، معلوماً . ولأن قوس د ب معلومة تكون دائرة ا ب ح معلومة ، ولأن زوايا مثلث ب د ز مثل زوايا مثلث ه ا د تكون زاوية ب د ز مثل زاوية ا د ه ، فزاوية ا د ب مثل زاوية ه د ز ، وهذه الزاوية معلومة، لأن قوس ه ز معلومة من دائرتها . فزاوية ا د ب معلومة . فقوس ا ب معلومة . وهي مسير قطب الفلك الذي يسمى فلك البروج الذي بين الرصدين . فيصير من أجل ذلك هذا المسير معلوماً . فإن كان البعد الأبعد متحركاً ، احتيج إلى استعمال تساوي قوسي ا ب ، ب ح في المسألة ، ويكون حينئذ استخراجها هكذا :

نعمل سائر الأشياء التي عملت في الشكل الذي كنا بينا فيه أن فضول الزوايا ، بعضها على بعض ، تتفاضل تفاضلاً معلوماً ، وأنه في الأحوال الثلاثة : من البعد الأبعد أو حركته الى جهة والى ضدها ، وثبات البعد الأبعد ، مساوٍ لفضل ما بين [ص ٢١١] حركتي البعد الأبعد. فإذن | هذه المسألة الثانية تصلح للأصول الثلاثة . وعليها ينبغي أن يعمل . وهي تؤدي إلى أن يكون فضل ما بين زاويتي ح ب ه ، ه ب ز معلوماً . وذلك أن هذه الزوايا هي الفضول بين الزوايا الأول ، فتفاضل هذه الزوايا معلوم ، وهو مساوٍ لتفاضل حركتي البعد الأبعد ، كما قلنا . فليكن ما انحلت اليه المسألة على هذه الجهة في صورة أخرى : قسي ل ى ، ك ى ، ز ى معلومة ، من دوائر عظام ، وقوس ل ك مثل قوس ك ن ، وزيادة زاوية ك ى ن على زاوية ك ى ل معلومة . فلتكن تلك الزيادة زاوية ن ى و ، فتبقى زاوية و ى ك مثل زاوية ك ى ك ، على أن يكون قوس ى و من دائرة عظيمة ، وليكن قوس ى و مثل قوس ل ى ، ونصل ك و من دائرة عظيمة . فقوسا ى ل ، ى و متساويتان ، وقوس ى ك مشتركة ، وزاوية ع مثل زاوية

ب ، فالخط الخارج من ل إلى ك مثل الخط الخارج من و الى ك | لكن قوس [٣٢٣ ظ]
ك ل مثل قوس ك ن فيكون [ص ٢١٢]
الخط الخارج من ك الى ن مثل الخط الخارج من ك الى و ، ونصل قوس و ن من دائرة عظيمة ، ونقسمها بنصفين على م ، ونصل ك م من دائرة عظيمة تقع على س ، فتكون القوس الخارجة من ك الى ن ، من دائرة عظيمة ، مثل قوس ك و ، وقوس ك م مشتركة ، وقوس م و مثل قوس م ن .

فالزاوية التي عند م قائمة ، ولأن ل ى مثل و ى تكون قوس و ى معلومة ، وقوس ى ن معلومة ، وزاوية و ى ن معلومة ، فقوس و ن معلومة، وزاوية و ن ى معلومة ، فقوس م ن معلومة ، وزاوية م معلومة القسي . وهي مسألة سهلة : فقوس س م ، وقوس س ن معلومة ، وزاوية م س ن ، والتي تليها ، وهي زاوية ى س ك ، كل واحدة منهما معلومة ،فتبقى قوس ى س معلومة ، وقوس ى ك معلومة ، وزاوية ى س ك معلومة ، فزاوية ك ي س معلومة ، فتكون زاوية ل ى ك معلومة ، لأن زاوية ك س ن تزيد عليها زيادة معلومة . فلأن زاويتي ل ى ك ، ك ى ن معلومتان ، والقسي المحيطة [معلومة] يكون المثلث المعمول على ل ك ن معلوماً . إلا أنا استعملنا أن قوس ل ك مثل قوس ك ى ، وذلك من أن نظيرتها بين القوسين ، في الشكل الذي قبل هذا، قوس ه ح وقوس ز ه . وبينٌ أن ذلك في هذا الشكل كذلك ، من قبل أن | زاوية [ص ٢١٣]
ه د ا مثل زاوية ز د ب . فتكون ز د ه مثل زاوية ب د ا ، إذا أسقطت الزاوية المشتركة .



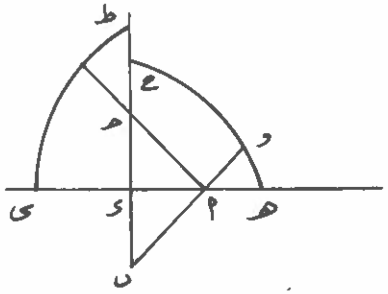
شكل (١٢٣)

ولكن نقطة ء قطب دائرة أ ب ، وقطب دائرة ز ه ، فقوس ز ه شبيهة بقوس أ ب .

وكذلك زاوية ب ء ح مثل زاوية ج ء ه ، فزاوية ب ء ج مثل زاوية ح ء ه . فقوس ب ج شبيهة بقوس ه ح ، وقوس ب ج مثل قوس أ ب ، فقوس ه ح مثل ه ز .

ومما نحتاج اليه في هذا الشكل الذي كنا بسبيله قبيل : أن يقال ليكن مثلث أ ب ج على بسيط كرة ، ولتكن قوس أ ب معلومة ، وزاوية أ ب ج معلومة ، وقوس أ ج معلومة . فنرسم بقطب ب ، وببعد ضلع المربع دائرة ح ز ه ، ونخرج اليها قوسي ل ج ح ، ب أ ه . فلأن قوس ب ج قائمة على قوس | ز ح ، إذ كانت ب ح تمر بقطبي ح ز ه ، فإن قوس ه ز ح تمر بقطبي ب ح . فليكن القطب ه ، ونرسم قوس ه أ ء ، من دائرة عظيمة ، فهي ربع دائرة ، ولأن زاوية ب معلومة ، تكون قوس ز ح معلومة ، وقوس ه ح ربع دائرة ، فقوس ز ح معلومة ، ونسبة وتر ضعف قوس و ح ، الى وتر ضعف قوس ز ح المعلومة ، مؤلفة من نسبة وتر ضعف قوس ه ء المعلومة ، الى وتر ضعف قوس ء أ ، ومن نسبة وتر ضعف قوس أ ب المعلومة الى وتر ضعف قوس ب ز ، وهي ربع دائرة . فقوس أ ء معلومة . [ص ٢١٤]

ولنجعل نقطة أ قطباً ، وندير ببعد ضلع المربع | دائرة ى ك | تلقى قوس ب ح على ط ونخرج قوسي أ ج ، أ د ليلقيا ط ى على ك ، ى



شكل (١٢٤)

فيكون قوس أ ى ربع دائرة ، وكذلك قوس أ ك وتكون قوسا ى ء ، ك ج معلومتين . ولأن قوس أ ء تمر بقطبي ط ، ك ، يكون ط ك يمر بقطبي أ ، ء ولكن من أجل أن ه أ ى يمر بقطبي ط ، ح يكون ط ح يمر بقطبي أ ء ى فإذن تقاطع ط هو قطب دائرة أ ى . فقوس ط ء ربع دائرة ، ونسبة وتر ضعف قوس أ ك إلى وتر ضعف قوس ك ج ، ونسبة وتر ضعف قوس ط ج الى وتر ضعف قوس ط ء ، وهي ربع دائرة ، فقوس ط ج معلومة ، وتبقى قوس ج ء معلومة ، ولكن قوس ء ب معلومة ، فقوس ب ج معلومة .

وأما كيف تكون قوس ء ب معلومة ، فيتبين بأن نسبة وتر ضعف ز ج المعلوم الى وتر ضعف ز ح المعلوم مؤلفة من نسبة وتر ضعف ه أ المعلوم ، إلى وتر ضعف أ ء المعلوم ، وهو تمام الربع ، ومن وتر ضعف د ب إلى وتر ضعف ب ح ، وهو ربع دائرة .

فهذه الأشياء التي كنا فكرنا فيها ، وهي تجري مجرى الظنون ، والشبه القوية ، التي تقع في الخواطر ، من الأشياء الظاهرة . إلا أن طريقنا في استخراج اختلاف الشمس ، وحركتها في فلك الاختلاف ، ومقدار خروجها عن المركز ، ليس فيه شك ولا شبهة .

وقد ينبغي لمن آثر الحق أن يرصد . وإن اتسع الزمان لنا رصدنا ، ونحن نثبت على هذا الكلام ، إذا قدرنا على الوصول الى كتبنا ، أرصاد المأمون ، ثم بعدها أرصاد والدي ، وإن رصدنا بعد ذلك اثبتنا أرصادنا . فإن اتسع الزمان للحساب ، وعمل زيج للشمس ، أثبتنا ذلك في مقالة تالية لهذه .

ولا قوة الا بالله

تم الكتاب ، والحمد لله رب العالمين
وصلواته على نبيه محمد وآله الطاهرين

قد ينبغي أن يعلم أن القسي التي ادعينا في الشكل الثاني ، التي هي تنقل الانقلاب في الأزمان المتساوية ، غير متساوية ، وإن ذلك بينٌ لأنا قلنا إن الزوايا التي تركب عليها القسي المذكورة غير متساوية . وقد ينبغي أن يعلم أن ذلك يتبين بسهولة ، وذلك أن حركة الانقلاب في الشكل الثاني كانت فضل ما بين زاويتي ر ك ح ، ر ى ح . وكذلك حركته في كل وقت هي فضل ما بين الزوايا المذكورة ونظائرها . وقد بيّنا في الشكل المتقدم للأخير بشكل أن نظائر هذا الفضل هو زوايا ر ب ه ، ه م ح ، ونظائرها . وبين أن هذه الزوايا غير متساوية ، لأن نقط ه ، ء ، ح على دائرة غير عظيمة ، كما بينا هناك . ونقطة ب ليست قطبها ، وقوس ر ه مثل ه ح . فليس تتساوى الزوايا التي عندب . وينبغي أن يعلم [ان] ذلك في الأزمان المتساوية .

والحمد لله رب العالمين
وصلواته على نبيه محمد وآله الطاهرين

تعليقات

(١) نستشف من هذا القول ان الرجل قد عدل عن أمر الرصد .

(٢) المحنة هي الامتحان ، اي التجربة ، ومحنة الأطباء إنما هي امتحان فرض عليهم قبل الترخيص لهم بالعمل .

(٣) الماهاني هو أبو عبدالله محمد بن عيسى . عاش في بغداد ورصد الشمس والقمر وعمل جداول للكسوف والخسوف واقترانات الكواكب ما بين ٢٣٨ - ٢٥١ (٨٥٣ - ٨٦٦م) . وقد توفي ما بين ٢٦٠ ، ٢٧٠ ﻫ ولـه عدة كتب في الرياضيات والفلك .

(٤) سنة ٢١٧ هي سنة الرصد ، لا سنة كتابة الماهاني لها . وفي قول المؤلف دليل على أن والده الطبيب سنان بن ثابت قد رصد . الا اذا كان يعني جدهً .

(٥) ذات الحلق نوع من الاسطرلاب ، وهو آلة لرصد الشمس والقمر والكواكب الأخرى .

(٦) الممتحن زيج أي جدول ارصاد فلكية، وأصحاب الممتحن هم منجمو المأمون الذين وضعوه ، وكان على رأسهم أبو علي ، يحيى بن أبي منصور . وهناك زيج باسم الزيج المأموني المجرب وهو غير الممتحن .

(٧) ماطن ∵ Meton واقطيمن ∵ Euctemon فلكيان قاما برصد نقط الانقلاب والاعتدال سنة ٤٣٢ ق.م. وقد قارن بطلميوس أرصاده بأرصادهما واعتمد عليهما .

٧. في الاسطرلاب

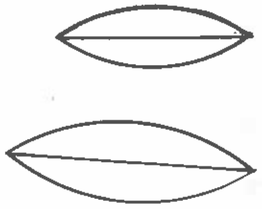
تقع هذه الرسالة في مجموعة بانكي بور في الصفحات ٤٢ظ الى ٤٥و
وهي الرسالة الأولى في كتاب حيدراباد الدكن المطبوع . وتقع فيه في احدى عشرة صفحة .

7. On the Astrolabe

This is the first tract in the Haiderabad printed collection. In the Bankiprore Compendium it falls in 42r to 45v.

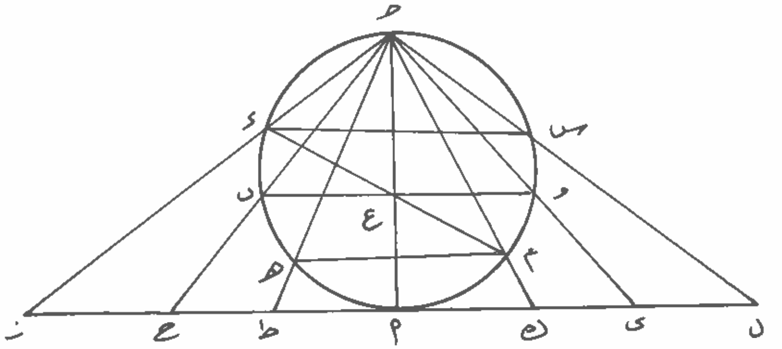
بسم الله الرحمن الرحيم [٤٢ ظ]
رسالة ابراهيم بن سنان [ص ٢]
الى أبي يوسف، الحسن بن اسرائيل
في الاسطرلاب

الناس يا سيدي يظنون ان الاسطرلاب ككرة مرست ، وتوهموا ذلك من لقب كتاب بطلميوس في تسطيح الكرة[١] . وليس الأمر كذلك ، ولا عمل الاسطرلاب على أن تقلب الكرة عن جهتها وخلقها، كما قيل . ولكن أصل صنعتها وعملها كان أنه توهم سطحاً يماس كرة | السماء على قطب معدل النهار . ففي الناس من يعمل [٤٣ و]
الاسطرلاب على القطب الشمالي ، وهو الأكثر في أيدي الناس ، ومنهم من يعملها على القطب الجنوبي ، وهو الأقل ، فتصير في تلك الصنعة دائرة السرطان هي العظمى الخارجة ، القريبة من حجرة الاسطرلاب ، وتصير الداخلة الصغرى دائرة الجدي ، وتصير دائرة | معدل النهار في مكانها . وفي الناس من يغرب : فيعمل الأسطرلاب [ص ٣]
نصفين : احدهما على القطب الشمالي ، والآخر على القطب الجنوبي ، فتصير حلقة فلك البروج أن تكون نصفين كحلقة هذه الصورة التي عليها ا ب . وفيهم من يعملها أيضاً على النصفين الآخرين ، فتصير حلقتها على هذه الصورة التي عليها حـ ء . أعني أن العنكبوت التي هي فلك البروج تقع على هاتين الحلقتين .


شكل (١٢٥)

وأنا أدع هذه الأقسام ، واذكر الاسطرلاب المعمول على القطب الشمالي ، فإن ذلك أكثر وأعرف ، وأثبته كإثباته :

توهم سطحاً يماس الفلك على قطب معدل النهار الشمالي ، وأن خطوطاً أخرجت من القطب الجنوبي ، الى جميع النقط المتحركة في الفلك الى أن تنتهي الى السطح المماس ، ثم تحركت كرة الفلك بحركتها التي لها ، من المشرق الى المغرب ، والسطح المماس ثابت ، والخطوط المخرجة دائرة مع الفلك كيفما دار ، فإنه تحدث ضرورة ، بدور الفلك وتلك الخطوط ، مخروطات ، قواعدها في السطح المماس دوائر ، كلها على مركز واحد .



شكل (١٢٦)

مثال ذلك انا نصور دائرة نصف النهار ا ج ، على مركز ع ، وقطر ا ج ، ونقطة ج قطب معدل النهار الجنوبي ، ونقطة ا قطب معدل النهار الشمالي ، [ص ٤] ونتوهم قطر دائرة معدل النهار | ب ع د ، وقطر دائرة مر السرطان ، التي هي دائرة الانقلاب الصيفي ، وهي دائرة موازية لدائرة معدل النهار ، وقطبها قطب معدل النهار ، وتقطعها دائرة نصف النهار بنصفين ، ويكون القطع المشترك بين سطحها وسطحها ، هو قطر دائرة الانقلاب ، خط ه م ، وقطر دائرة الانقلاب الشتوي ، النظيرة لهذه الدائرة : س د .

ونخرج خطوط ج د ز ، ج ن ح ، ج ه ط ، ج م ك ، ج و ى ، ج س ل ، ونخرج من نقطة ا سطحاً يماس كرة السماء ، ونقطة دائرة نصف النهار على خط ز ح ط ا ك ى ل

فهو بينٌ أنا إن أدرنا سطح ج د ز ل س ، بما فيه من الخطوط ، مع دور الفلك ، أن نقطة ز ترسم دائرة ، مركزها ا . تكون تلك الدائرة في نفس السطح المماس ، وتكون نظيرة الدائرة التي في الكرة المارة بنقطة د ، وهي دائرة الجدي . وتحدث نقطة ه دائرة نظيرة لدائرة السرطان ، فيصير خط ز ل نظير دائرة الجدي ، وخط ح ى قطر دائرة معدل النهار ، وخط ط ك قطر دائرة السرطان .

وبينّ انا ان توهمنا قطر فلك البروج ، في الموضع الذي يكون فيه الجدي الى وسط السماء ، والسرطان في وتد خط د ع م ، أن خط د ع م يقوم مقامه في السطح المماس خط ز ك ، لأنا ان تصورنا مخروطاً قاعدته فلك البروج ، في ذلك الموضع ، ورأسه نقطة ج ، وأخرجناه حتى يقطعه السطح المماس ، قطعه على دائرة قطرها ك ز | ، وذلك انه لما كان خط ا ج قائماً على | دائرة معدل النهار على [ص ٥] [٤٣ ظ] زوايا قائمة ، وعلى سطوح الدوائر الموازية لها ، كان يمر بأقطارها ، صار قائماً على خط د س على زوايا قائمة ؛ ولذلك تكون قوس ج د مثل قوس ج س ، فإن زاوية ج د س . أعني زاوية ج ز ل ، مثل زاوية ج م د ؛ وزاوية م ج د مشتركة لمثلثي ج م د ، ك ج ز ، وتبقى زاوية ج د م مثل زاوية ج ك ز . فمثلثا ج ك ز ، ج م د متشابهان .

فإذن المخروط الذي قاعدته فلك البروج ورأسه ج ، إذا أخرج على استقامة أضلاعه ، كان السطح المماس يقطعه ، وقد جاز على محور ذلك المخروط ، الذي هو خط ج ع ، سطح دائرة نصف النهار ، وهو قائم على سطح فلك البروج ، في هذا الموضع ، على زوايا قائمة ، فقطع المخروط على مثلث ج و م ، وقطع هذا المخروط السطح المماس ، وهو أيضاً قائم على دائرة نصف النهار ، على زوايا قائمة ، وأحدث في سطح دائرة نصف النهار مثلث ج ك ز شبيهاً بمثلث ج د م ،

ووضعه مخالف لوضعه . فاذن السطح المماس للكرة ، القاطع لهذا المخروط ، يقطعه على دائرة قطرها ك ز ، كما تبين في المقالة الأولى من كتاب ابلونيوس في المخروطات . ولذلك تكون الدائرة التي قطرها ك ز نظيراً لفلك البروج ، ويكون خط ك ز نظير الخط ء م ، الذي هو قطر فلك البروج .

وعلى هذا المثال ، وبنحو هذا الطريق نبين كيف نرسم في السطح المماس : قطر [ص ٦] الأفق ، وأقطار دوائر الارتفاع التي تسمى المقنطرات ، ونستخرج | أماكن مراكزها بطريق الحساب والهندسة ، وكذلك دوائر السموت . فأما كيف طريق ذلك باباً باباً ، فلو رمت صفته كنت بمنزلة من ينسخ كتاب تسطيح الكرة ، في هذا الكتاب ، فان بطلميوس انما تضمن في أول كتابه ان يرسم هذه الدوائر ، فقال ، فيما أحفظه كلاماً هو هذا ، أو ما يقاربه ، فاني إنما عملت فيه على حفظي :

« إنه لما كان من الممكن ياسورى(٢) ، ومما ينتفع به في أبواب كثيرة ، أن ترسم في بسيط مسطح دائرة الفلك المائل ، ودائرة معدل النهار ، والدوائر الموازية له ، والدوائر التي تمر بقطبي الأفق ، كأنها موضوعة في سطح ، رأيت أن أبين لك كيف طريق ذلك ، وإنما أومأت لك الى باب من الأبواب ايماء ، لتقف على الحيلة التي احتيل بها ، حتى رسم في الأسطرلاب ما رسم ـ فيكون كالانموذج تقف به من دائرة واحدة ، أو من باب واحد ، على باقي الأبواب .

فأما كتاب بطلميوس : ففيه انغلاق ، ولكن ببس(٣) قد فسر كتابه . وللمحدثين أعمال هي عندي أجمع لما يحتاج اليه : فمنها كتاب ابن الفرغاني في عمل الاسطرلاب ، وكتاب ابن الصباح(٤) . وإذا كنت انما أومىء الى الطريق ايماء ، فلا بأس بأن أزيد في الشرح بعض الزيادة ، لتعلق نفسك بأطراف الشيء تعلقاً أزيد . فأقول :

ان طريق القوم فيما عملوه هو انهم استخرجوا ، في الشكل الذي قبل هذا الكلام ، نسب خطوط ز ل ، ح ى ، ك ط ، ز ك ، بعضها الى بعض
[٢٤ و] | بهذه الطريق :

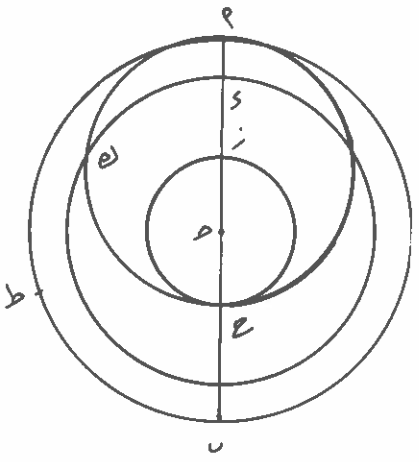
لما كانت قوس أ ب ربع دائرة ، وقوس | ب ه معلومة ، لأنها قوس الميل [ص ٧]
الأعظم ، بقيت قوس أ ه معلومة ، وصارت زاوية ه ح م معلومة . وزاوية ح أ ط قائمة . فزوايا مثلث ط ح أ معلومة . فالدائرة المعمولة عليه معلومة القسي التي لها على أضلاع المثلث . فتكون أوتارها معلومة . فإذن : نسبة خط ح أ الى خط أ ط معلومة .

وعلى هذا المثال ، لأن قوس أ ب ربع دائرة ، تكون زاوية ب ح أ نصف قائمة ، فتكون زاوية ح ع أ نصف قائمة ، فخط أ ح مثل أ ع ، فنسبة أ ع الى أ ط معلومة .

ولأن قوس أ ب ربع دائرة ، وقوس ب ء الميل الأعظم ، فقوس أ ء معلومة ، فزاوية ء ح أ معلومة ، وزاوية ح ء أ معلومة ، ولذلك تكون نسبة أ ز الى أ ح معلومة ، فنسبة أ ز الى أ ع معلومة .

فنسب خطوط ز ل ، ح ى ، ط ك ، التي هي أضعافها ، بعضها الى بعض ، معلومة . ولذلك يكون خط ز ى أيضاً معلوم النسبة اليها .

ولما وجدنا طريق ذلك ، وأمكننا علمه ، جعلنا في صفيحة الاسطرلاب خطاً ، بأي قدر شئنا ، وجعلناه قطر الاسطرلاب ، وأقمنا مقام خط ز ل ، ثم خططنا خطاً يكون قطر الأسطرلاب ، وهو خط نصف النهار ، وجعلنا ذلك الخط هو في هذا الشكل الذي نصوره الآن خط أ ب ، ونصفه ح ، وجعلنا نسبة أ ب الى ب ه مثل نسبة ز ل الى ى ح في الشكل الذي قبل هذا . ونسبة ع ى الى ط ك ، في | ذلك الشكل [ص ٨]



شكل (١٢٧)

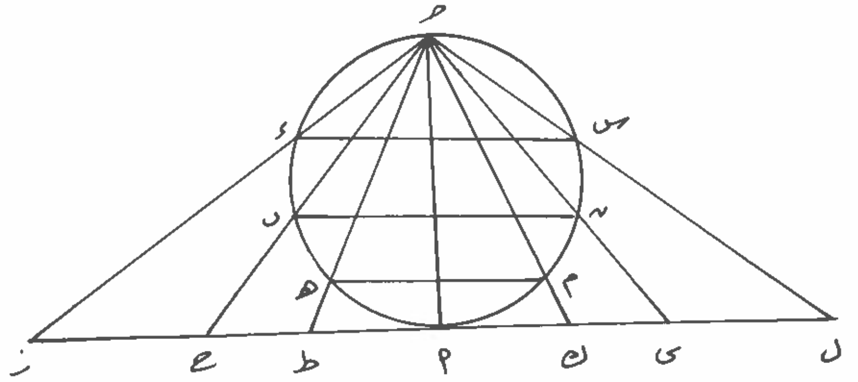
كنسبة ء هـ الى ز ح في هذا الشكل .

فصارت نسب ا ب ، ء هـ ، ز ح ، ب ح في هذا الشكل : على نسب خطوط ز ل ، ح ء ، ط ك ، ز ط في الشكل الذي قبل هذا .

فإن نحن رسمنا في شكلنا هذا الذي نحن فيه : دوائر نكون تكون هذه الخطوط أقطارها ، كدوائر ا ط ، ء ك ، ز ل ، كانت هذه الدوائر متناسبة كتناسب الدوائر التي في الشكل المتقدم على أقطار تلك الخطوط .

وكذلك أن رسمنا دائرة قطرها في هذا الشكل ا ح ، كدائرة ا ك ح ، كانت منزلتها في هذا السطح كمنزلة الدائرة المرسومة على قطر ز ك في الشكل المتقدم ، وكان بيناً انا ان جعلنا دائرة ا ك ح عنكبوتاً ، وحركناها ، كان تنقل أجزائها على الدوائر التي على مركز حـ ، وقطعها منها ، نسباً كشكل الدوائر على قطر ك ز في ذلك الشكل ، على الدوائر المعمولة على أقطار تلك الخطوط ، في الشكل الأول ، وكانت الآلة التي نعملها على قطر ا ب هي ذلك السطح بعينه المماس للفلك ، الا أنا قد صغرناه وجعلنا تناسب ما فيه من الدوائر والأقطار ، على تناسب ما في السطح المماس من الدوائر والأقطار .

وإذا كان ذلك كذلك ، فنحن نعلم انا متى أعدنا صورة الشكل الأول ،



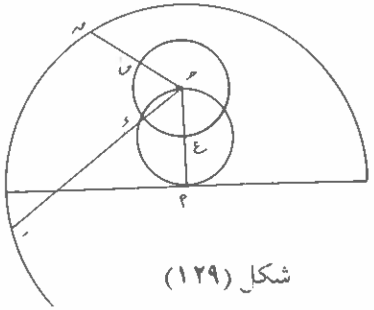
شكل (١٢٨)

وتوهمنا ان دائرة نصف النهار ثابتة ، والسطح المماس ثابت | أيضا ، وان الكرة قد [ص ٩]
دارت بخطوط حـ ء ز ، حـ ب ح ، حـ هـ ط | أن نقط ء ب هـ كل [٤٤ظ]
واحدة تقطع من دائرتها الموازية لمعدل النهار ، في كل وقت ، قوسا شبيهة بالقوس التي تقطعها نقط ز ح ط من دوائرها التي ترسمها بدوران الفلك ، والخطوط الخارجة من حـ الى ء ، ب ، هـ المخرجة على استقامة ، الى السطح المماس ، أعني أن نقطة ء تقطع قوساً من دائرة الجدي شبيهة بالقوس التي تقطعها نقطة ز من الدائرة التي نصف قطرها ا ز .

ونقطة ب تقطع من معدل النهار قوسا شبيهة بالقوس التي ترسمها نقطة ح من دائرتها . وكذلك أيضا نقطة هـ تقطع من دائرة السرطان قوسا شبيهة بالقوس التي تقطعها نقطة ط من دائرتها.

ويكون وضع فلك البروج ، في وقت وقت ، في السطح المماس ، على مثال وضعه في السماء .

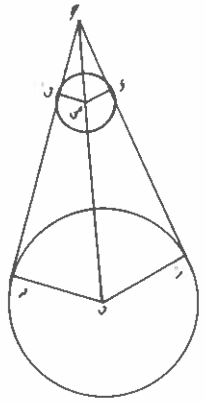
وإذا كنا قد نقلنا الدوائر التي أقطارها ز ل ، حـ ى ، ط ك ، الى صورة أخرى ، وجعلناها اسطرلابا ، فواجب أن يكون تنقل العنكبوت في الأسطرلاب مثل تنقل فلك البروج في الفلك .



شكل (١٢٩)

هذا جملة ما وضعوا عليه الأسطرلاب على سبيل الرسم والشرح ، اذا استقصي في الأبواب التي تقدم ذكر جملتها ، وذكر بعده تمام أمر الدوائر المرسومة في الاسطرلاب ، يطول ، وتصير الرسالة المعمولة في ذلك بمنزلة نسخ كتاب تسطيح الكرة ، أو نسخ كتاب الفرغاني ، أو ابن الصباح ، ولم أقصد لاستيفاء الكلام في باب الاسطرلاب ، وإنما أردت أن

[ص ١٠] أومىء لك اليه ايماءً لتقف على المسلك الذي | سلكوه في رسم الاسطرلاب .



شكل (١٣٠)

فأما أن كل نقطة من الفلك فهي تقطع قوساً شبيهة بالقوس التي تقطعها النقطة التي هي نظيرتها في السطح المماس ، فيتبين هكذا : لتكن نقطة ح ، ونقطة ء . ونقطة ر ونقطة أ على حالها في الشكل المتقدم ، فأقول: ان نقطة ء إذا فارقت دائرة نصف النهار ، فأدارها الفلك حول قطبي أ ، ح ، قطعت قوساً شبيهة بالقوس التي تقطعها ≠ ر من دائرتها ، إذا كانت نقط ء ، ر على خط مستقيم نرسم الدائرتين :

أما دائرة ء في الكرة فدائرة ء ف ، وأما دائرة ر في السطح المماس فدائرة ر ه . ولننقل نقطة ء الى ف حتى يصير وضع خط ح ء ر كوضع ح ف ه ، فأقول : ان قوس ء ف شبيهة ر ه ، وذلك بينٌ لأن دائرة د ف في سطح مواز للسطح المماس الذي فيه دائرة ر ه ، وكل واحدة منهما في المخروط القائم
[٤٥ و] الزاوية الذي | قاعدته في السطح المماس دائرة ر ه ، ورأسه ح . فقد خرج في بسيط ذلك المخروط خطًّا ح ء ر ، ح ف ه ، فقطعا بينهما قوسي ف ء ، ه ر ، فهما متشابهان .

برهان ذلك انا نضع في شكل آخر نقطة ح رأس مخروط قاعدته دائرة ه ر ، وقد خرج فيه خطًّا ح ف ه ، ح ء ر . على الصفة التي كانا عليها . أقول : ان قوس ف ء شبيهة بقوس ه ر

برهان ذلك : ان نخرج محور المخروط ، وهو ح س ب ، يلقى سطح دائرة
[ص ١١] ه ز | على ب ، فَ ب إذن مركز هذه الدائرة ؛ وقطع دائرة ء ف على س ،
فَ س إذن مركز هذه الدائرة . ونخرج خطوط ه ب ، ب ر ، ف س ،
ء س . فلأن سطح مثلث ح ه ر قد قطع سطحي الدائرتين ، وهما متوازيان ،

ففصلاهما المشتركان متوازيان ، كما تبين في كتاب اقليدس . فيكون خطّ ف س موازياً لخط ه ب ؛ وكذلك يكون خط ء س موازياً لخط ر ب . فاذن خطا ف س ، س ء يوازيان خطي ه ب ، ب ر . فزاوية ف س ء مساوية لزاوية ه ب ر . ولذلك تكون قوس ء ف شبيهة بقوس ه ر . وذلك ما أردنا أن نبينٌ

تمت المقالة لابراهيم بن سنان
في الأسطرلاب
ولله الحمـد

التعليقات

(١) كتاب بطلميوس في تسطيح الكرة هو المعروف باسم The Planesphae rium وفيه يبين بطلميوس كيف تمثل على المستوى الدوائر التي تقع على سطح الكرة . واسطرلاب بطلميوس من النوع المسطح وفيه تسقط الأشكال من القطب الجنوبي . ويرجح أن مبتكر الاسطرلاب لم يكن بطلميوس ، وإنما هو أخذ فكرته عن هيبارخس . ولكن الفلكيين العرب عرفوه عن طريق بطلميوس من كتابه في تسطيح الكرة .

(٢) المقصود هنا سايرس ∵ Syrus واليه يوجه بطلميوس كثيراً من كتبه .

(٣) المقصود بابس ∵ Pappus وقد شرح كتاب المجسطي .

(٤) الفرغاني هو احمد بن محمد بن كثير ، أبو العباس . ولد في فرغانة وعاش في أيام المأمون . وتوفي بعيد ٨٦٣م (٢٤٨هـ) . كتبه في الاسطرلاب تعرف بعدة أسماء لأن بعضها نسخ اكثر من مرة وانتشر في الشرق والغرب منها كتاب الكامل في الاسطرلاب ، وكتاب في صنعة الاسطرلاب أو عمل الاسطرلاب . ولعل أحسنها النسخة ∵ Or. 5479 في المتحف البريطاني فهي تبحث في نظرية الاسطرلاب وتشير الى الأخطاء الشائعة لدى الاسطرلابيين .
وبنو الصباح ثلاثة ابراهيم ومحمد والحسن ، ولعل اشهرهم الحسن . كانوا جميعاً من المنجمين الفلكيين ، يؤلفون الكتب معاً ومن كتبهم كتاب برهان الاسطرلاب . وللحسن كتاب العمل بذات الحلق ، وهي نوع من الاسطرلاب . وكثيراً ما أشار البيروني الى الحسن هذا وذكر حلولاً له رياضية .
وصاحب الفهرست (القرن الرابع) يذكر ابن الصباح ولكنه لا يشير الى سنة مولده ولا سنة وفاته .

المَلاحُق

الملاحق

مقدمة

في تقديري أن هذه الرسائل هدية ثمينة للباحثين .

ففيها أولاً واحد من الأصوات التي أطلقها فلكيو الاسلام ، إشارة إلى ما في نظام بطليموس الفلكي من خلل . لقد تمخضت تلك الأصوات عن نظام فلكي وضعه ابن الشاطر الدمشقي ، ومهَّد به السبيل لنظام كوبيرنيكوس الذي كان ناقلاً لنظامه الفلكي اكثر منه مبتكراً . إن في رسالة حركات الشمس لابن سنان حديثاً عما في نظام بطليموس ، وعبارات وأحكاماً جديرة بالدراسة والتقييم .

وفي الرسائل طريقة بها وجدت مساحة قطع مخروطي . وفي التراث العربي الذي وصل إلينا رسائل أخرى قليلة من هذا القبيل . فهل كان الرياضيون العرب ، في هذه الرسائل ، يحذون حذو ارخميدس ، في طريقة التكامل ، أم أنهم كانوا أيضاً مجتهدين : الجواب مأمول من دارس ينصرف إلى استقصاء هذا الأمر .

وفي الرسائل إحدى وأربعون مسألة هندسية ، معظمها صعب معقد ، وبعضها حل بأكثر من طريقة . فهي بحاجة إلى تقييم ، لاسيما وأن المجهود العربي في الهندسات ، بأنواعها ، لم يحْظَ حتى الآن بالاهتمام .

ولكن الصيحة الكبرى في هذه الرسائل هي صيحة البحث عن الحل . جاءت في رسالة التحليل والتركيب ، وهي اكبر رسائل ابن سنان حجماً ، وسيطرت على حلول مسائله الهندسية . وهي صيحة ما تزال حديثة ، تجد من

يطلقها من أمثال جورج بوليا في كتاب : البحث عن الحل .

إنها محاولة لوضع قواعد للبحث عن الحل . وقليلون هم الذين سبقوا رياضيي الاسلام في هذه المحاولة . وهي محاولة جرّبها اكثر من رياضي مسلم واحد . والملحقان التاليان ، احدهما رسالة في هذا الأمر لثابت بن قرة ، جَدّ صاحبنا ابراهيم بن سنان . والثاني رسالة لأحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي* (٣٤٠/ ٩٥١ ـ ٤١٥/ ١٠٢٤) .

وللسجزي عدة كتب رياضية وفلكية ، يعدد منها بروكلمان ٢٩ كتاباً ورسالة ، معظمها وصل إلينا منها عدة نسخ موزعة في مكتبات العالم . إلاّ ان بروكلمان لا يذكر الرسالة التي ننقلها هنا « في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية » ،* ونأمل أن يهتم بها الباحثون ، رغم ما يبدو فيها من اضطراب .

بهذا يصبح بيد الباحثين مادة وافرة لدراسة هذا الموضوع الطريف وتقييمه .

وأخيراً كثر حديثنا في المقدمة عن مخطوطة بانكي بور / بتنة ٢٤٦٨ التي منها نقلت هذه الرسائل فحق علينا إذن أن نسرد للقارىء الكريم محتويات هذه المخطوطة الثمينة . ولهذا جاء الملحق الثالث .

والله وليّ التوفيق

---

* عثر عليها صديقنا الدكتور انطوان هانين ، مع رسائل أخرى للسخبري ، في مكتبه خاصة في الباكستان .

GAS V, 271 no 17
same as
GAS V, 268 no. 4

الملحق ١

كتاب أبي الحسن ثابت بن قرة إلى ابن وهب* في التأتّي لاستخراج عمل المسائل الهندسية

(الصفحات ١٨٨ ظ إلى ١٩١ و في المخطوطة : عربي ٢٤٥٧ في المكتبة الأهلية في باريس)

هو أبو أيوب سليمان بن وهب ، كاتب المأمون . كان هو وأخوه ، الحسن بن وهب كاتب محمد بن عبد الملك الزيات ، من اعيان عصرهم ، وفيهما قال أبو تمام :

كل شعب كنتم به آل وهب فهو شعبي وشعب كل أديب

بسم الله الرحمن الرحيم

قد فهمت ، أطال الله بقاءك ، وأدام عزك ، أيها السيد ، عندما وقفت على ما عليه الأمر فيما فعله اقليدس ، في تأليف اشكال كتابه ، في الأصول ، وأقاويله ، ونظمه إياها ، في كثير من الأمر ، غير مصنفة بحسب اجناسها ، ولا مضموم كل واحد منها إلى ما شاكله ؛ وعلى أن السبب الذي دعاه إلى ذلك ، هو حاجته إلى اقامة البرهان على كل قول وشكل منها ، وأن البرهان على ذلك لا يقوم ، في كثير منها ، إلا بأن يتقدمه غيره ، مما ليست تلك مرتبته ، ولا موضعه ، فاضطره ذلك إلى تقديم ما قد كان حقه التأخير ، وتأخير ما من حقه التقديم . ثم رأيت أن هذا مذهب لا بدّ منه لمن أراد علم ما في كتابه ، عند الحال الأولى من نظره فيه ، وهي التي يكون عليها ، إلى أن يفهمه ، ويقع عنده الحال فيما قاله الرجل ووصفه ، ويستحكم ثقته به ، لما يقف عليه من صحة براهينه .

فأما إذا حصل له ذلك ، وعلمه ، ثم صار إلى حال ثانية ، هي أتمُّ من تلك ، فاحتاج إلى استثمار ما قد علمه منه ، واستعماله في استخراج ما يطلب استخراجه ، من أبواب هذا العلم ومسائله ، فإنه يحتاج إلى مذهب آخر ، وهي أن يكون كلما أراد البحث عن شكل من الأشكال ، أو غيره ، من المعاني التي يتكلم فيها صاحب هذه الصناعة ، مما يريد استخراجه ، واشتياف وجوده وعمله ، وجد المعاني التي يحتاج إلى مثلها في ذلك الأمر المطلوب ، ميسرة له ، مجتمعة في نفسه ، حاضرة لذهنه ، في ذلك الوقت . وإنما يكون ذلك كذلك بأن يضرب بفكره ونظره إلى المعاني التي يجد في ذلك الجنس ، من أجناس الأشكال ، أو غيرها ، ويلزم مما

يخصه أو يعمه ، فيميزها من غيرها، فيقف عليها ، ثم يتصفحها ويعرضها على فكره ، فيتناول منها ما يحتاج اليه في المعنى المطلوب .

ولما كانت حاجته في هذه الحال الثانية ، التي ذكرت ، تدعو إلى المذهب الثاني الذي وصفت ، من ترتيب المعاني ، واقامتها في النفس ، على ما يوجبه جنس جنس من المطلوبات ، كما دعت الحاجة إلى خلاف ذلك في الحالة الأولى - فأمرتني اعزك الله ، بالأدكار بهذا المعنى ، والتنبيه عليه ، في رسم يرسم له ، حتى يوصف ، وينبَّه به على أن من أراد استخراج شيء من أبواب هذا العلم ، بل من كل علم برهاني ، كيف السبيل له إلى ذلك ، وما الذي يحتاج أن يقيمه في نفسه ، ويحضره في ذهنه ، من الأصول والمعاني التي في ذلك العلم ، التي بها يتهيأ الاستنباط ، إما كلها ، وإما ما تيسرَّ منها ، على أوسع ما يمكنه ، بعد أن يعلم أنه كلما إتسع في المعاني ، التي هي عُدد لاستخراج الأمر المطلوب ، وتوطئة له ، كان أقدر على الوقوع عليه ؛ وأن أضيف ، على سبيل التمثيل ، في بعض معاني الهندسة ، كيف الطريق في استخراجه ، والوقوف على العلم به ، ليكون ذلك إماماً يمتثل ، ورسماً يحتذى في غيره ، على جهة التخيرُّ ، إذا كان لا سبيل إلى الإحاطة بالجميع شيئاً شيئاً .

فامتثلت أمرك . أيدك الله :

يحتاج الانسان إذا قصد لمعنى من المعاني المطلوبة في الهندسة ، أو المسألة التي يريد استخراجها ، أن يعلم أولاً أن جميع ما يتعاطاه أهل هذه الصناعة ، ويقصدونه من المعاني، في جنس جنس من الأشكال وغيرها ، مما يتكلمون فيه : ثلاثة اشياء : أحدها صفة عمل من الأعمال ، بالآلات التي تعرف بها صنعة شيء منها ، أو يوجد . والثاني ادراك مقدار ، أو حال شيء منها ، بعينه ، مجهول المقدار أو الحال . والثالث ما يخصُّ طبائعها أو يعمها ، من الصفات التي تلزمها ، أو تتبعها ، أو تباينها ، والقضايا والأحكام الواجبة فيها .

أما صفة عمل من الأعمال تعرف به صنعة شيء منها ، أو يوجد ، فمثل عمل مثلث متساوي الأضلاع ، أو مربع ، على خط مستقيم معلوم . وأما ادراك مقدار ، أو حال ، منها ، بعينه ، مجهول المقدار أو الحال ، فمثل معرفة مساحة مثلث معلوم الأضلاع ، أو أعمدته ، او استخراج العدد التام . وأما معرفة ما يخصُّ طبائعها ، أو يعمُّها ، من الصفات التي تلزمها أو تتبعها أو تباينها ، والقضايا والأحكام الواجبة فيها ، فمثل العلم بأن المثلث وحده ، من بين الأشكال المستقيمة الخطوط ، يمكن أن يكون حادَّ الزوايا ، وأن زوايا كل مثلث ، إذا جمعت ، فهي معادلة لقائمتين ، وأن الدوائر المتماسة لا يمكن أن تكون مراكزها واحدة ، ولا المتقاطعة أيضاً .

وإذا علم الانسان ما ذكرنا ، من تصنيف ما يقصده صاحب هذه الصناعة ، نظر إلى الشيء المبحوث عنه ، من مسألة ، أو معنى من المعاني المطلوبة ، من أي صنف منها هو ، فمال به إلى الصنف الذي هو منه ، وأخذ الأصول والمقدمات لما يلتمسه من ذلك الصنف ، وعلم ذلك . مع أن الصنف الأول من الثلاثة التي ذكرنا ، لا بدّ فيه من الحاجة إلى الصنفين الآخرين ، لأن العمل الصناعي لا بد من أن يتقدمه العلم بطبائع تلك الأمور التي يصنع .

وأما الصنفان الآخران فيكادان يكونان مستغنيين بنفسهما عن الصنف الأول .

وعلم أيضاً أن لكل واحد من هذه الثلاثة الأصناف التي ذكرت : أشياء ، هي أوائله الأولى ، وأصول العلم به ، وأشياء مستخرجة من تلك الأصول الأولى ، وكثيراً ما تكون مع ذلك أصولاً يعتبرها .

فأما تلك الأصول الأولى : فهي مأخوذة ، مسلَّمة بلا برهان ، ومنها الحدود التي تدل على ذوات كل واحد من الأشكال وغيرها ، مما يجري ذكره ، مثل حدِّ

الدائرة الدال على ماهيتها ، وحد المثلث ، وما أشبههما . ومنها العلوم المتعارفة ، التي قد تسمى **العلوم الأول** ، مثل أن الأشياء المساوية لشيء واحد فهي متساوية . ومنها **مصادرات** : مثل ما يصادر عليه من الأعمال التي يسلم لنا استعمالها ، وغيرها . مثل أن المتعارف لنا أن نصل كل نقطة ، بكل نقطة ، بخط مستقيم ، وأن نعمل على كل مركز ، وبكل بعد ، دائرة .

فإذا عملنا ذلك ، وملنا بكل شيء مما يطلب استخراجه كما قلنا ، إلى الصنف الذي هو منه ، مما صنفنا ، وجعلنا أوكد ما نطلب منه مقدماته من ذلك الوجه ، احتجنا من بعد إلى ما ذكرت ، من الاستعداد بالمقدمات والأصول التي تليق بالشيء المقصود ، للبحث عنه ، ويطلب استخراجه ، من مسألة ، أو معنى من معاني الهندسة ، وتمييز تلك الأصول ، وافرادها من غيرها . *

والوجه في ذلك أن ينظر إلى الشيء الموضوع للبحث عنه : من أي جنس هو ، من الأشكال أو غيرها ، وما الذي يوجبه ذلك الجنس ، من الجملة ، عن الأحكام والقضايا اللازمة له ، ولغيره عامة ، والتي تخصُّه دون غيره ، والتي تباينه ، فيخطرها ببالنا ، ويحضرها ذهننا . ثم ينظر مع ذلك ، إلى ما يوجبه شرط شرط ، من شروط المسألة المطلوبة ، المضمومة إلى ذلك الجنس ، وفصل فصل من فصولها ، ويضيفه إلى ذلك ، لأن كل مسألة ، فلها شيء موضوع ، عنه يبحث ، ولها شروط بعينها ، بها يستوفى تحديدها ، فمتى ضيع استعمال شيء منها ، لم تخرج المسألة . فينبغي أن تستعمل شروط المسألة كلها ، أو ما يوجبه كل شرط منها ، حتى تقيَّد بذلك .

فإن خرج ما نطلب ، فذلك . وإلا جعلنا تلك الأشياء التي أوصلنا المسألة اليها ، كأنها من البغية المطلوبة ، وأقمناها مقام الأمر الأول المطلوب ، ثم سلكنا في

---

* المأخوذات والمسلمات تقابل Axioms ، والمقدمات تقابل Lemmas ، والمصادرات تقابل posatulates وهي المسلمات العملية .

طلبها مثل المسلك الذي ذكرنا . ولا نزال نفعل مثل هذا الفعل مرات : مرة بعد أخرى ، حتى نصل إلى علم ما نريد ، إن شاء الله .

وأنا واضع لما وصفت مثالين أو ثلاثة ، أبينُ بها ما قلت ، وأجعل الشيء المطلوب ، أولاً ، سهلاً ، لئلا يطول الكلام فيه .

أولُها : أن نبين كيف نعمل مثلثاً تكون زاوية من زواياه مثلي كل واحدة من الزاويتين الباقيتين :

فنحن نحتاج أن نمثل بطلب ما نطلب من ذلك ، إلى الجنس الأول من الأجناس الثلاثة التي وصفنا : وهو عمل من الأعمال . ولكن لأنه لا بدّ لك [من] تقدمة العلم بحال وطبع الشيء المعمول ، كما قلنا ، احتجنا إلى أن نحصر اذهاننا ، ونستعيد فيها القضايا والأحكام التي يوجبها طبع الشيء المطلوب ، وجنسه الذي هو منه . فكان جنس الشيء الموضوع للطلب : أنه مثلث . فأخطرنا ببالنا أولاً ما يوجبه المثلث ، مطلقاً : من أمر اضلاعه وزواياه ، وغير ذلك : مثل أن كل مثلث ، فإن كل ضلعين من اضلاعه ، إذا جمعا ، اطول من الضلع الثالث . وإن الزاوية الخارجة عنه : اعظم من كل واحدة من الداخلتين اللتين تقابلانها ، بل هي مثلهما إذا جمعتا . وإن كل زاويتين من زواياه : فهما أقل [من] قائمتين ، بل ثلاثتها ، إذا جمعت ، فهي معادلة لزاويتين قائمتين . وأن كل خط يقسم زاوية منه ، وينتهي إلى الخط الذي يوترها ، فهو يقسمه بمثلثين ، قاعدتاهما على خط مستقيم ، . . . وما أشبه ذلك .

ولكن لما كان غرضنا ، في هذا الشكل ، من الزوايا ، كان القصد لها ، ولما حكى به فيها ، أوجب .

ثم قلنا أن المثلث الذي نطلبه : أمره قد أوجبنا له ، وأحضرنا أذهاننا ما يجب لجملة جنسه . ولكن ذلك غير كافٍ ، لأنه ليس فيه استيفاء شروط المسألة التي لا

تحد ولا تقيّد إلاّ بها .

فيبقى علينا إذن أن نستعمل ما فيها من الشرط ، وهو أن زاوية من زوايا المثلث الذي نطلب ، مثلا كل واحدة من زاويتيه الباقيتين .

فنظرنا إلى ما يوجبه هذا الشرط ، فإذا هو يوجب أشياء كثيرة ، من قياس الزوايا ، بعضها إلى بعض ، وإلى جملتها : منها أن جملة زوايا المثلث ، الثلاث ، مِثلا الزاوية العظمى ، التي اردنا أن تكون مثل صاحبتيها ، ومنها أن نصف الزاوية العظمى التي ذكرت ، مثل كل واحدة من الزاويتين الباقيتين . ومنها أن زواياه الثلاث : اربعة امثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين . ومنها أن الزاويتين الباقيتين تكونان متساويتين ، إذ كانت كل واحدة منها ، نصفاً لتلك . وإن ساقي المثلث يجب من ذلك أن تكونا متساويتين . وغير ذلك ، مما أشبهه .

ثم أضفنا وألفنا الأشياء التي أوجبها هذا الشرط ، إلى الأشياء التي كان أوجبها الجنس بأسره ، أعني جنس المثلث ، ونظرنا أي شيء من هذه ، إذا أضفناه إلى تلك ، انتفعنا به ، فيما نقصده ، فوجدنا غير شيء منها ، إذا أضيف بعضه إلى بعض ، أثمر لنا ما نريد ، وأنتجه ، أو قرَّبنا إلى وجوده .

فمن ذلك أنا متى أضفنا من الأقاويل الأولى التي في المثلث : قولنا أن زواياه إذا جمعت ، معادلة لقائمتين ، إلى قول من الأقاويل التي أوجبها الشرط ، وهو أن جملة زوايا المثلث ، مِثلاَ الزاوية العظمى منه ، وقفنا من هذين القولين ، وعلمنا أن الزاوية العظمى منه : قائمة .

فقد علمنا أنا نحتاج أن نعمل في المثلث زاوية ، ولأنا نريد أن تكون مثلي كل واحدة من الباقيتين ، تكون كل واحدة منهما نصف قائمة . فقد علمنا أنه أن امكننا أن نعمل مثلثاً قائم الزاوية ، تكون كل واحدة من زاويتيه الباقيتين :

نصف قائمة ، كنا قد عملنا ما أردنا .

لكن ذلك أمر ممكن لنا ، إذ كان قد تبينَّ في أصول اقليدس كيف نعمل زاوية قائمة ، وكنا إذا فصلنا من الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة ، خطين متساويين ، كانت الزاويتان الباقيتان متساويتين ، وصارت كل واحدة منهما نصف قائمة . فنكون قد عملنا المثلث الذي طلبنا .

ومن ذلك أنا إذا أضفنا إلى القول الأول ، الذي ذكرنا ، أعني أن زوايا كل مثلث فهي معادلة لقائمتين ، قولاً آخر من الأقاويل التي يوجبها الشرط ، وهو أن جملة زوايا المثلث اربعة امثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين ، وقفنا ، وانتجنا من هذين القولين ، أن كل واحدة من الزاويتين الباقيتين : نصف قائمة .

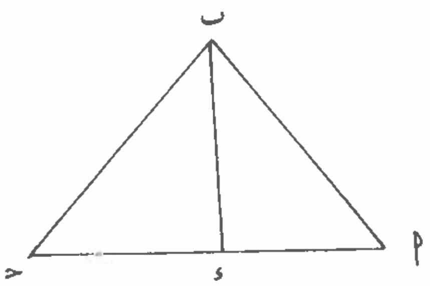
فنحتاج إذن أن نعمل مثلثاً يكون فيه زاويتان تكون كل واحدة منهما نصف قائمة .

لكن ذلك أمر ممكن لنا ، من الأعمال التي ذكرها اقليدس . وذلك أن نجد زاوية قائمة ، وأن نقسمها بنصفين .

فإذا خططنا خطاً مستقيماً ، واقمنا على طرفيه خطين على زوايا قائمة ، وقسمنا كل واحدة من الزاويتين اللتين تحدثان ، بنصفين ، بخطين ، وأخرجناهما حتى يلتقيا ، حدث لنا من ذلك أيضاً ، المثلث الذي طلبناه ، بعمل آخر ، سوى الأول .

فأما أن نحن أخذنا قولاً آخر ، ثالثاً ، من الأقاويل التي أوجبها الشرط ، وهو أن نصف الزاوية العظمى التي ذكرنا مساوية لكل واحدة من الزاويتين

الباقيتين ؛ كأنا قلنا إن الزاوية العظمى زاوية أ ب ح ، فإذا قسمت بنصفين ، بخط ب ء كان كل واحد من نصفي أ ب ء ، ء ب ح ، مثل كل واحد من زاويتي ب أ ح ، ب ح أ .



شكل (١٣١)

فإذا اردنا أن نضيف إليه القول بأن المثلث إذا قسمت زاويتاه بخط ، أحدث من ذلك مثلثين ، ينقسم إليهما ، تكون قاعدتاهما على خطمستقيم ، يتولد لنا من بين هذين نتيجة . ولكنا ننظر ما الذي يوجبه هذا الأمر الذي وجب في المثلث ، فوجدنا أنه يوجب أن تكون زاوية أ ء ب الخارجة عن مثلث ب ء ح : مثل زاويتي ء ب ح ، ء ح ب ، الداخلتين . وكذلك زاوية ح ء ب : مثل زاويتي ء أ ب ، أ ب ء . إذا جمعتا .

فنكون قد أوصلنا الأمر إلى شيء إذا اضيف إلى ما تقدم ، ولذلك نتيجة وذلك أنه يجب من هذا ، ومما تقدم ، أن تكون زاويتا أ ء ب ، ح ء ب : متساويتين . فتكونان لذلك قائمتين .

فأن نحن ، إذن ، خططنا أ ء ، كيفما وقع ، فأخرجناه على استقامة ، إلى ح ، وجعلنا ح ء مثل أ ء ، وأقمنا على نقطة ء عموداً عليه : ء ب ، وفصلنا منه مثل كل واحد من أ ء ، ح ء ، ننته [إلى] ما أردنا . لكن هذه الأعمال ، كلها ، موجودة لنا . فقد يمكننا إذن أن نعمل ما أردنا بعمل ثالث وكذلك نسلك في سائر ما نطلب .

وأيضاً فإنا نضع مثالاً آخر لما نريد وجوده : وهو أن نبين كيف نعمل مثلثاً

تكون زاوية من زواياه نصف احدى الزاويتين الباقيتين ، وثلث الزاوية الأخرى منهما .

والطريق في طلب ذلك مشبه لما قدمنا ، وذلك لأن الذي يوجبه المثلث مطلقاً ، ها هنا ، هو مثل ما أوجبه فيما تقدم بعينه . وأما الشرطان اللذان شرطناهما هنا ، فأوجبا غير ما قد تقدم ، وذلك أنهما أوجبا أن تكون الزوايا الثلاث ، إذا جمعت ، ستة أمثال الزاوية الأولى التي ذكرنا ، وثلاثة امثال الثانية ، ومثلي الثالثة .

وإذا أضفنا كل واحد من هذه الأقاويل ، إلى القول الذي أوجبه جنس كل مثلث ، وهو أن زواياه ، إذا جمعت ، تعدل زاويتين قائمتين ، وجب من هذه الأقاويل ، وتولد : أن الزاوية الأولى ثلث قائمة ، والثانية ثلثا قائمة ، والثالثة قائمة .

فإن نحن عملنا مثلثاً تكون احدى زواياه قائمة ، والأخرى ثلثي قائمة ، أو ثلث قائمة ، فقد كان ما أردنا . وذلك إن الزاوية الثالثة تبقى على ما التمسنا ، إذ كانت الزوايا الثلاث معادلة لقائمتين .

عمل زاوية قائمة يمكن لنا ، بما وصف في كتاب اوقليدس ، من إخراج العمود .

وعمل ثلثي قائمة ممكن لنا ، حيث شئنا ، لأنها مثل زاوية مثلث متساوي الأضلاع .

فلنا أن نعمل على طرفي خط واحد ، زاويتين على ما ذكرنا ، ونخرج خطيهما ، حتى يلتقيا . فيحدث لنا المثلث الذي اردنا .

وأيضاً فانا نضع مثالاً آخر ثالثاً ، لما نريد وجوده ، وهو : أن نبين كيف

نعمل مثلثاً تكون زاوية من زواياه ، ثلاثة امثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين منه .

ونسلك مثل هذا السبيل ، فتكون المقدمات والقضايا التي يوجبها الجنس الموضوع ، وهو المثلث ، هي تلك التي قد تقدم ذكرها . وأما الشرط في هذه المسألة فيوجب غير ذلك ، وهو أن الزوايا الثلاث ، إذا جمعت ، كانت خمسة امثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين . وهي أيضاً مرة وثلثين مثل الزاوية العظمى ، وإن كل واحد من أثلاث الزاوية العظمى ، إذا قسمت بثلاثة أقسام متساوية ، مساوٍ لكل واحدة من الزاويتين الباقيتين .

وإذا أضفنا كل واحد من القولين الأولين ، من هذه ، إلى القول الذي أوجبه جنس كل مثلث ، وهو أن زواياه الثلاث ، إذا جمعت ، معادلة لزاويتين قائمتين ، تولد من ذلك ، ووجب ، إن كل واحدة من الزاويتين الصغيرتين خمسا زاوية قائمة ، وإن الزاوية الباقية زاوية قائمة وخمس . فيكون :

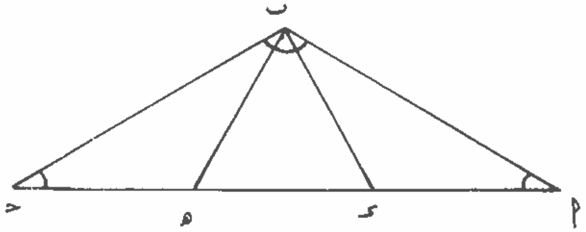
إن عملنا على خط ما مستقيم [زاويتين] بمقدارين مما ذكرنا ، وأخرجنا خطيها ، حتى يلتقيا ، بقيت لنا الزاوية الثالثة على ما طلبنا ، وكنا قد عملنا المثلث الذي نريد .
وهذا يمكننا إن امكنا أن نقسم زاوية قائمة بخمسة أقسام متساوية . فنكون قد رددنا المسألة إلى مسألة أخرى نستأنف طلبها ، كأنها هي البغية .

وكذلك أيضاً أن أضفنا القول الثالث ، مما أوجبه الشرط ، وهو أن كل واحد من اثلاث الزاوية العظمى ، إذا قسمت الزاوية بثلاثة اقسام متساوية ، مساوٍ لكل واحد من الزاويتين الباقيتين من المثلث .

فإن قلنا أن الزاوية العظمى : كل زاوية ا ب ح ، واثلاثها : ا ب ء ، ء ب ه ، ه ب ح : كان كل واحد من هذه الأثلاث مساوياً لكل واحد

من زاويتي ب ا ح ، ا ح ب .

وأضفنا إلى ذلك ما يوجبه حال المثلث بأسره ، من أنه قد قسم بمثلثات ثلاثة ، قواعدها على خط مستقيم ، وهو ا ح ، وجب من ذلك أن تكون قواعد هذه المثلثات قد أخرجت على استقامة ، فصارت كل واحدة من زاويتي ب ء ه ، ب ه ء مثلي كل واحدة من زاويتي ا ب ء ، ح ب ه ، اللتين هما مثل زاوية ء ب ه . وتكون لذلك كل واحدة من زاويتي ب ء ه ، ب ه ء ، من مثلث ء ه ب ، مثلي زاوية ح ب ه .



شكل (١٣٢)

فنكون قد رددنا المسألة إلى مسألة أخرى ، كأنا نحتاج أن نستأنف كليهما ، وهي : كيف نعمل مثلثاً تكون زاوية من زواياه : مثلي كل واحدة من الزاويتين الباقيتين ؛ لولا أن ذلك شيء قد كفانا مؤونته اقليدس ، وبينه في المقالة الرابعة من كتابه في الأصول ،* وكذلك ما كنا رددنا أمر هذه المسألة اليه ، في الطريق المتقدم ، ويُستخرج من ذلك الموضع بعينه ، بسهولة .

وفيما اتينا به من هذه المثالات على جهة الرسم كفاية فيما قصدنا له . غير أنا أحببنا أن نزيد معنى ينبه عليه ، وهو أنه لا ينبغي أن يذهب علينا أن بعض الشرائط

---

* ذلك في عملية القسمة ذات الوسط والطرفين

التي تكون في المسائل ، ربما كان ظاهرها ظاهر شرط واحد ، ومحصولها يقوم مقام شرطين . وكذلك العمل الذي يعمل ربما ظنّ به أنه إنما يخص شرطاً واحداً ، ولكنه قد انتظم ودخل فيه ما يحتاج اليه في شرطين .

مثال ذلك ما قلنا في المسألة الأولى ، من أن زاوية من زوايا المثلث مثلًا كل واحدة من الزاويتين الباقيتين . فإن محصول ذلك شرطان .

وكذلك في العمل في المسألة الثانية إن عملنا زاوية قائمة وثلث زاوية قائمة ، على خط مستقيم ، فأخرجنا خطي الزاويتين حتى يلتقيا ، فإنا إنما عملنا زاوية من المثلث مثل زاوية أخرى منه ، وهذا أحد شرطي المسألة ، ولم نعمل شرطها الآخر ، وهو أن تكون مثل نصف الأخرى . لكن هذا الشرط داخل فيما عملناه . إذ كان يجب عنده ضرورة .

فقد يجب أن يتفقه الانسان بهذا ونظائره

تم كتاب ثابت بن قرة ، في التأتي لاستخراج المسائل الهندسية ، وعورض بالأصل

والحمد لله رب العالمين ، وصلى الله على محمد وآله وسلَّم .

الملحق ٢

كتاب في تسهيل السبل
لاستخراج الأشكال الهندسية

لأحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي

(٣٤٠ ـ ٤١٥ هـ)

For the ms. see GAS VII, Nachträge zu Al-Sijzī no. 38

P

(S probably published this without permission (I'm glad he did))

بسم الله الرحمن الرحيم
ربِّ أعن .

كتاب احمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي
في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية

مقدمة المؤلف :

نريد أن نحصي ، في كتابنا هذا ، القوانين التي بمعرفتها وتحصيلها ، يسهل على المستنبط : استخراج ما يريد استخراجه من أعمال الهندسة . ونذكر الطرق والسبل التي إذا احتذى المستنبط حذوها ، يقوى ذهنه على وجوه استخراج الأشكال .* وإن ناساً يظنون أن لا سبيل إلى الوقوف على القوانين في الاستخراج ، بكثرة الاستنباط ، والتدرب فيه ، والتعلم له ، والدراسة لأصول الهندسة ـ دون أن يكون للمرء قوة طبيعية غريزية ، بها يقوى على استنباط الأشكال : فإنه لا غناء في التعلم والتدرب . وليس الأمر كذلك : وذلك أن من الناس من يكون مطبوعاً ، وله قوة جيدة على استخراج الأشكال ، وليس معه كبير علم ، وهو غير مجتهد في تعلم هذه الأشياء . ومنهم من يكون مجتهداً ، ويتعلم الأصول والطرق ، وليس معه قوة جيدة طبيعية . فمتى ما كان مع الانسان قوة طبيعية غريزية ، واجتهد في التعلم ، وتدرب فيها ، فهو الفائق المبرز . ومتى ما لم يمكن معه قوة كاملة ، غير أنه مجتهد ، ويتعلم ، فإنه يمكن أن يصير مبرزاً بالتعلم . فأما

---

* تستعمل الأشكال في كتب الهندسة بمعنى المبادىء والنظريات الهندسية .

من كان ذا قوة ، ولا يتعلم الأصول ، ولا يمارس أعمال الهندسة ، فإنه لا يستفيد منها ، بجهة من الجهات .

فإن كان هذا كما ذكرنا ، فإنَّ ظنَّ من ظنَّ أن استنباط الهندسة لا يكون إلا بالقوة الغريزية ، فقط ، دون التعلم : ظنٌّ باطل .

فأول ما ينبغي للمبتدي في هذه الصناعة : أن يعرف القوانين التي هي مرتبة بعد العلوم المتعارفة ، وإن كان ذلك معدوداً في جملة الغرض [من] الأشكال التي يفضل استنباطها ، فأنَّ قصدنا في ذلك : الطرق التي السبيل اليها من القوانين ، لا من العلوم المتعارفة فقط ، التي هي مقدَّمة على القوانين . فإنَّ القول في العلوم المتعارفة يطول جداً . وقد رفع عنّا ذلك أقليدس في كتابه في الأصول ، بما أتى به من القوانين التي ذكرناها .

أما القوانين التي هي **مقدمات** على الأغراض ، فإن تفصيلها أعسر من أن يقال إنها مقدمات . ولو أن هذا من جهة أن الهندسة مشتبك بعضها ببعض : لأن أولاها مقدمات لأخراها ، الأول فالأول . كأنها مسلسلة لما يليها ، إلى غاية ما قدمنا .

هذا أمر مشتبه . إلاّ أنا نلخص القول فيها تلخيصاً شافياً ، على ما رسمه اقليدس في الأصول .

فإن قال قائل : إن كان الأمر على هذا ، فإن تحصيل القوانين كيف يمكن ، والأمر في استنباط الأشكال إلى ما لا نهاية ؟ أو : لِمَ لا نقتصر على العلوم المتعارفة ؟ قلت له : إن اقليدس قد عني في تحصيله عناية معتدلة . فإنه لو اقتصر على العلوم المتعارفة ، لصعب على المستنبط الاستنباط من العلوم المتعارفة ، بغير مقدمات من قوانين هندسية ، كما رتبها اقليدس ، بعد العلوم المتعارفة . وما أفرط أيضاً في

إحصائها . وواجب على من يقصد هذه الصناعة أن يحصل القوانين التي أتى بها أقليدس ، في كتابه في الأصول ، تحصيلاً مستقصى ، لأن ما بين تحصيل الشيء والشيء بوناً بعيداً جداً ؛ فأن يتصور أجناسها وخواصها ، تصوراً محكماً ، حتى إذا احتاج إلى طلب خواصها ، يكون مستعداً لوجودها ، وإذا احتاج إلى شيء من الاستنباط ، فواجب عليه أن يبحث ، ويتصور في وهمه ، المقدمات والقوانين التي تكون من ذلك الجنس ، أو[من] مشارك لها .

no refs. the form.

مثلاً : إذا اردنا أن نستخرج شكلاً من جنس المثلث ، فأنا نحتاج أن نتصور جميع الخواص التي في المثلثات ، والقوانين التي ذكرها أقليدس ، وما يلزم خواص المثلثات من الزوايا والقِسِيِّ ، والأضلاع ، والخطوط المتوازية ؛ كي يسهل عليه ذلك ، ويصير مستعداً لاستخراجها . وذلك أن من الأشكال ما يكون مشاركاً في خاصية أو خواص ، بعضها لبعض ، ومنها ما يكون غير مشارك ، ومنها ما تكون مشاركته أقرب ، ومنها ما تكون أبعد ، على قدر التشاكل والتناسب والتجانس .

وإذا طلبنا استخراج شيء من الأشكال بمقدمات ، ونعني بالمقدمة ، الشكل الذي يكون مقدماً ، ومدخلاً لاستخراجه ، وعَسُرَ علينا استخراجه بتلك المقدمة ، فواجب علينا حينئذٍ أن نطلب بالمقدمة المشاركة لتلك المقدمة ، إذا طلبنا من تلك المقدمة طلباً صواباً .

ويلزم من هذه القضية إن كل شكل من الأشكال ، مستخرج من مقدمة من المقدمات . فإن المقدمات التي يشاركها على نحو ما ذكرنا سيمكن استخراجه منها ، أو من بعضها ، على قدر المناسبة .

ومن خواص الأشكال أن منها ما يسهل استخراجه بمقدمات كثيرة مختلفة ، وبوجوه كثيرة . ومنها ما يكون استخراجه بمقدمة واحدة ، ومنها ما لا يوجد له مقدمة ، وإن كان ذلك الشكل موهوماً ، أو مرسوماً صحته في الطبيعة . ولزوم

ذلك من قرب المناسبة بخواص المقدمات ، وتباينه عنها .

وأيضاً فأنه قد يكون للأشكال مقدمات ، ولمقدماتها مقدمات أيضاً . ويمكن استخراج تلك الأشكال من مقدمات المقدمات . وهذه الخاصية أيضاً من اشتراك الأشكال الذي ذكرناه .

وأيضاً يمكن أن يصعب استنباط الأشكال ، من جهة أنها محتاجة إلى استنباط مقدمات متوالية ، من قانون أو قانونين ، على ما سنمثله فيما بعد ، إن شاء الله . وربما تكون محتاجة إلى قوانين كثيرة ، ومقدمات كثيرة ، ليست متوالية ، لكن مؤتلفة ، على ما سنذكره أيضاً ، إن شاء الله .

وربما يبدو للمستنبط طريق ، يسهل عليه بذلك الطريق استخراج كثير من الأشكال الصعبة ، وهو النقل . * وسنشرحه ونمثله ، إن شاء الله .

وطريق آخر ، يسهل على المستنبط ، إذا سلكه : وهو أن يفرض الغرض المقصود كأنه معمول ، إن كان العمل ، أو صحيح ، إن كان طلب خاصية . ثم يحلّه بمقدمات متوالية ، أو مؤتلفة ، إلى أن ينتهي إلى مقدمات صحيحة ، صادقة ، أو كاذبة . فإن انتهى إلى مقدمات صادقة ، لزم وجود المطلوب له . وإن انتهى إلى مقدمات كاذبة ، لزم عدم المطلوب له . ويسمى التحليل بالعكس .

وهذا الطريق أعم استعمالاً من سائر الطرق ، وسنمثله في المستقبل ، إن شاء الله .

[التركيب]

والتركيب عكس التحليل : وذلك أن التركيب هو سلوك الطريق نحو

---

* النقل هو تحويل النظرية المطلوب اثباتها إلى نظريات أخرى مكافئة .

النتيجة ، بالمقدمات . والتحليل سلوكه نحو المقدمات التي تنتج المطلوب .

ومن شأن الهندسة أن يصير المجهول معلوماً أو مغلوطاً (؟)* بها . حينئذٍ لا تخلو من أن تكون إما أعمالاً وإما خواص .

وعلى المستنبط أن يتأمل أولاً في السؤال والمطالب . وذلك أن من السؤال ما هو ممكن بذاته في الطبيعة ، لكن ليس لنا ، أو محال لنا ، طلبه ، من جهة عدم مقدماته ، كتربيع الدائرة . ومنه ما يكون سيالاً ، لا يحصى عدد أمثاله . ومعنى السيالة هي التي ليست بمحدودة حدوداً تامة ، تفرزها عما سواها .

ومنه ما يمكن استنباطه ، إلاّ أنه يمكن بمقدمات كثيرة ، مثل أشكال أواخر كتاب المخروطات ، فإنها ليست بسهلة ، بغير المقدمات التي أتى بها ابلونيوس ، ومثل اشكال أواخر كتاب الدوائر .

ومنه ما يحتاج إلى الذكاء فيه ، وذلك أنه يحتاج أن يتوهم في لحظة واحدة أشكالاً كثيرة معمولة ، سوى القوانين والمقدمات ، وعامتها يكون في طلب الخواص . وهذا الرجل الذي يطلب على هذا النحو يسمى أرشميدس ، بلغة اليونانيين ، يعني المهندس .

وواجب على المستنبط ، إذا قصد استنباط شكل من الأشكال أن يجعل أول الفكر آخر العمل ، وبالعكس ، كما ذكرنا متقدماً . وذلك أن يفرض الشيء المطلوب في أول الأمر ، ويلزمه نتيجة من المقدمات التي ينحلُّ اليها .

ومن القدماء المهندسين من استعمل حيلاً لطيفة ، إذا عسر عليه استنباط المطالب : مثل من كان مطالبه من النسبة ، واستعمل فيها الأعداد والضرب ؛ أو

---

* في الأصل مغلوماً .

كان مطلبه مساحة الشكل ، أو المساواة ، واستعمل فيها تخطيطها على الحرير أو الكاغد ، وتوزينها ؛ أو استعمل حيلاً سوى ذلك ، مما يشبهه .

فهذه هي سلوك **طرق الاستنباط** في هذه الصناعة . ونحن نعددها مفرداً كي يتصورها المستنبط بذهنه ، ويحصلها بمشيئة الله وحسن توفيقه :

أما أولاً فالحذق والذهن ، والأخطار بالبال على الشرائط التي توجب نسقها .

والثاني تحصيل القوانين والمقدمات تحصيلاً مستقصى .

والثالث سلوك طرائقها مسلكاً مستقصى ، صواباً ، كيلا تسند بالقوانين والمقدمات والأعمال ، وترتيبها ، التي ذكرناها ، فقط ، لكن يجمع معها الحذق والحدس والحيل . وذلك أن مدار هذه الصناعة يجري على طبع الحيل ، لا على الذهن فقط ، لكن على ظنّ المرتاضين ، الدربيين ، المحتالين .*

والرابع إعلام مشاركتها وتباينها وخواصها . وذلك أن الخواص والتشاكل والتضاد ، في هذا المذهب دون إحصاء القوانين والمقدمات .

والخامس استعمال **النقل** .

والسادس استعمال **التحليل** .

والسابع استعمال الحيل ،* كما استعمل إيرُن .

وإذ قد أتينا على هذه الأشياء ، وذكرناها ذكراً مرسلاً ، فلنأت الآن على كل

---

* المحتال بمعنى الماهر ، وعلم هندسة البناء والانشاء كان يسمى علم الحيل . وذلك قريب من مفهوم التكنولوجيا اليوم وإيرن (هيرن) عالم يوناني وضع كتاباً في رفع الأشياء الثقيلة (بحيل من امثال الروافع) .

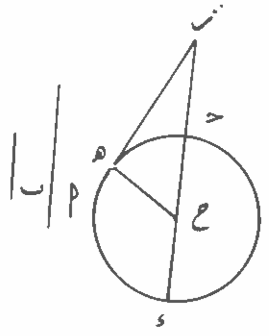
واحد منها بمثالات ، كي يقف المستنبط على كنهها . لأن القول في هذه الصناعة يكون على وجهين : أحدهما قولاً مطلقاً على سبيل الايهام والتخييل ، والثاني ذكراً مستقصى على سبيل الإظهار ، ووضع المثالات ، كي يحسّ ويدرك دركاً تاماً .

ولما كان القول في هذه الصناعة إنما هو على هذين الوجهين ، وكنا قد أتينا بأحدهما ، وذلك على طريق الإجمال والايماء ، فإنه لا بدّ من أن نأتي بالوجه الآخر ، وهو ما هو على سبيل الإظهار والتبليغ في الإعلام ، ووضع المثالات ، والاستقصاء فيها . والله تعالى الموفق للصواب ، والهادي إلى سبيل الرشاد .

المثالات :

[١] السؤال في عمل شكل :

كيف نجد خطين مناسبين لخطين مفروضين ، أحدهما يماس دائرة مفروضة ، والآخر يلقى الدائرة ، وإذا أخرج في الدائرة يمر على مركزها فنفرض الشكل معمولاً على سبيل التحليل ، حتى نطلب مقدماته . مثلاً : نفرض النسبة نسبة ا إلى ب ، والدائرة دائرة حـ ء ، وخطَّي زه ، زحـ على نسبة ا إلى ب ، وهما مطلوبان ؛ كأنه معمول ، موجود عندنا عمله ، حسب ما ذكرناه : على أن زحـ إذا أخرج في الدائرة إلى ء ، يكون حـ ء قطراً لها .



شكل (١٣٣)

ثم نطلب : من أي عمل ، وأي مقدمة قد وجد عمله .

فمن أجل أن نقطة ر ، وخطّي ر حـ ، ر ه ، وموضع تماس ء حـ على نقطة ه ، كلها مجهولة عندنا ، وأيضاً حال انحدار زاوية ر ، أيضاً ، مجهولة ، يكون الشكل فيه صعوبة عند الاستخراج .

هذا الحدس هو الذي ذكرته ، متقدماً إعلام مرتبتها من السهولة والصعوبة . وذاك أن الشكل إذا كان [ما] فيه من المجهولات كثيرة ، فوجوده بالمعلومات صعب . وخاصة إذا وقع على الهيئة التي لا يكون بين أشكالها مناسبة ، على ما ذكرنا .

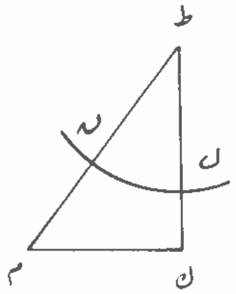
وفي هذا الشكل ، لا يكون فيما بين خطّي ر حـ ، ر ه ، وبين محيط الدائرة ، مناسبة قريبة ، ولاسيما بين زاوية ر ، وقوس حـ ه . ثم أنا نستعمل الحدس والذهن أيضاً ، ونتولى عمله بالنقل ، على نحو ما ذكرنا أنه يسهل به استخراج الأشكال الصعبة .

فنقول : كيف نضع خطي ر حـ ، ر ه على الهيئة التي إذا أدير دائرة ، تماسها ر ه ، وتلقى ر حـ ؟ فإنه لا يتهيأ لنا إلا بوضع زاوية ر وعلمها . فإذن يلزم لنا طلب علم زاوية ر ، ولا يتهيأ لنا علمها إلا بطلب شيء آخر ، من جنسه ، وهي الزوايا . فكيف نطلب من تركيب خطّي ر حـ ، ر ه ، أو ر ه ، ر ح ، أو ر ه ، ر ء . لأنه لا يتهيأ لنا في هذا الشكل من تركيب خط آخر . وها هنا استعمال الحدس والذهن . فإذا وصلنا ه ب حـ فإنه ربما يعسر علينا وجودها ، وربما لا يمكن ادراكها من هذا الطريق ، لأن الزوايا التي تحدث هناك أيضاً ، في هذا الشكل ، مجهولة بهذه المقدمات .

فنصل ه ب ح . فها هنا وجدنا زاوية ه ، من الزوايا الثلاث ، معلومة . ثم ينبغي أن نطلب هيئة مثلث ر ه ح بتركيب الخطوط والزوايا ، ونطلب ، بعد [ما] وجدنا ها هنا ، مطلباً آخر . فإن وجدنا هذا المطلب يصح لنا مطلبنا ، وهو

أن هيئة مثلث ر ه ح قد انحصر بأنه مثلث قائم الزاوية تكون نسبة ضلع من اضلاعه ، إلى قطر الزاوية القائمة ناقصاً عنه الضلع الباقي ، كنسبة مفروضة .

فقد انحلّ سؤالنا الأول إلى هذا السؤال ، بهذا الطريق الذي سلكنا الآن ، ليؤدي ما يقتضيه السؤال . فنفرض المثلث معمولاً على نحو ما كنّا نعتناه به : مثلث ط ك م قائم الزاوية ، وزاويته القائمة زاوية ك . لكن ل م مثل ك م فنسبة ط ل إلى ط ك كنسبة ب إلى أ . فإذن ها هنا استعمال الحذق والذهن ، لأنه كلما طلبنا مطلباً أولياً ينبغي أن نستعمل الذهن والحدس ، دون التعلم :

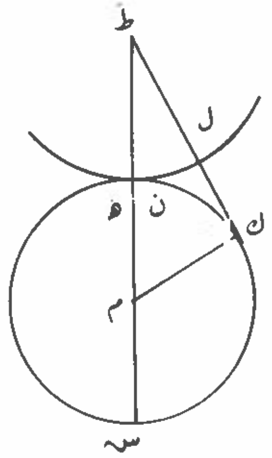


شكل (١٣٤)

نحتاج أن نطلب كيف نفرض ل حتى تكون نسبة ط ك إلى ط ل : كنسبة أ إلى ب . فنخرج ك م بلا نهاية . ثم نخرج ط ل ، في الوهم ، إذا اخرجته إلى خط ك م ، يكون فضل ما بين خط ط ل المتحرك ، وبين ما يصل إلى خط ك م ، مساوياً للخط الذي ما بين نقطة ك ، وبين نقطة اتصالهما من خط ك م . فها هنا إذن مطلب مجهولين .

فتعمل دائرة على مركز ط ، وببعد ط ل ، من أجل أنا توهمنا خط ط ل متحركاً على نقطة ط ، حتى يصح لنا أن نهاية ل ، من خط ط ل ، في الحركة الوهمية ، لا تخلو من أن تقع على محيط الدائرة . وليكن موضوعاً صورة المثلث بين يدينا ، لنحس الشكل بالبصر ، وقت العمل ، على هيئة الصواب . فنطلب مركز دائرة يكون مشتركاً بين خطّيْ ط م ، ك ل . فها هنا إذن استعمال الحدس

والذهن بالصواب فلا يتهيأ لنا أيضاً إلا بزيادة عمل . فنتوهم هذا العمل : كيف نخرج ط ه إلى س ، على الهيئة التي يقسمه خطك م بنصفين ، على أن جميع ه س ضعف ك م . فنحيل المسألة إلى شكل آخر ، وهو هذا .



شكل (١٣٥)

ثم نستعمل الفكرة ها هنا ، فنصور تمام العرض ، كعادتنا ، وذلك أن نفرض ط ه س ، على أن ه س ضعف ك م ، و ه م مثل ك م ، وندير على مركز م ، وببعد م ك ، دائرة ك س . فنبين أن ط ك يماس الدائرة ،لكي نستعمل الحدس والذهن . فإن كان هذا على هذه الجهة ، فواجب علينا طلب خاصية هذا الشكل من التماس ، التي أصَّلها إقليدس في الأصول . فخاصية هذا الشكل الأقرب : إن مربع ط ك يقوى على ط س في ط ه .* فإذن

قد وجدنا من هذه الخاصية ، في هذا العمل ، عوناً ، وهو أنا نجعل ه س خطاً يقوى ط ك على ط س في ط ه .* فإذا فعلنا ذلك ، فقد قرب سهولة عملنا ، وذلك أنا وجدنا خطط ه ، ط ك ، ،ط س . فقد بقي إذن علينا أن نجد هيئة ط س ، على الحال التي تقسم ك م : ه س بنصفين : -

---

* أي أن ط ك^{٢} = ط ه × ط س
أي أ^{٢} = ب . ط س

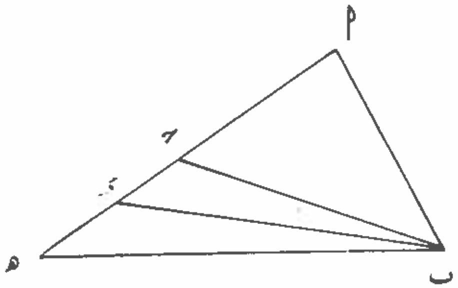
فنقسم أولاً ه س بقسمين ، على م ، ونحرك وهمياً ط س على نقطة ط ، [حتى] يقطع ك م : ه س بنصفين :

وهو سهل بالعمل ، من جهة أنا ندير على مركز ط وببعد ط م ، دائرة يقطعها ك م على نقطة م ، ونخرج ط م س ، وندير س ك ه .

فقد عملنا هذا الشكل كما اردنا ، فننقله إلى الدائرة المفروضة ، بالاشتباه* والنسبة ، ونبرهنه ، وذلك ما اردنا أن نبين .

ولما كان الذكاء في استنباط الخواص أكثر غناء من الأعمال ، فأنا نمثل على طلب الخواس للأشكال مثالاً . وذلك أنا نفرض مثلث أ ب ح ، ونطلب خاصية زواياه ، على أن اجتماعها الثلاثة ، مثل اجتماع زوايا مثلث معروف ، من قبل معرفتنا بأنها تعدل زاويتين قائمتين .

فطريق طلبنا لها في الفصل الأول : أن نفرض زاوية منه على حاله ، ونخالف أضلاعه ، حتى يتبين لنا أن الزاويتين الباقيتين تكونان أعظم أو أصغر من الأولين ، أو مساويتين لهما .



شكل (١٣٦)

ووضعنا زاوية أ ، من دون سائر الزوايا ، من جهة أنا إذا وضعنا زاويتين من زوايا مثلث مفروض ، مثل زاويتين من مثلث آخر مفروض ، كل واحدة مثل نظيرتها ، لزم أن تكون الزاوية الباقية ، مثل الأخرى الباقية ، يحصل لنا فيها ما قصدنا من علم .

فنخرج أ ح إلى ء ، ونصل ب ء . فصارت زاوية أ ء ب أصغر من زاوية

= * الاشتباه أي التشابه .

أ حب .

ثم نظرنا إلى زاويتي أب ح ، أب ء ، فصارت زاوية أب ء أعظم من زاوية أب ح .

ثم نعمل هذا الفعل مرة أخرى ، ونخرج أ ء إلى ه ، ونصل ب ه ، فقد صارت زاوية ه أصغر من زاوية أ ء ب ، وصارت زاوية أب ه أعظم من زاوية أب ء .

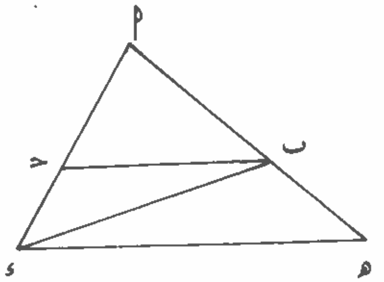
ولا نزال نفعل دائماً هذا الفعل . فنزيد صغر الزوايا التي تقع على ضلع أ ح ، على التي كانت أولاً ؛ ونزيد عظم الزوايا التي تلي خط أب ، عند نقطة ب ، على ما كانت أولاً .

إلا أنا نحتاج الآن إلى الفحص : هل زياداتها ونقصاناتها متسقة نسقاً طبيعياً ، أي متكافئة ، فما يزيد من جهة ، ينقص مثله من جهة أخرى ؟ فإن وجدنا نسقه على هذا المثال ، فقد وجدنا خاصية في المثلثات المطلقة ، وهي أن زواياها الثلاث متساويات ، بعضها لبعض .

فنأتي جهة من الجهات نطلب وجود مساواتها . فنضع أولاً ، كعادتنا ، أن زاويتي أب ح ، أ حب ، معادلتان لزاويتي أب ء ، أ ء ب ؛ لأنا قد شرطنا هذا المأخذ في أول الكتاب . فإن كان هذا كما وضعنا ، يلزم أن زاويتي حب ء ، ح ء ب تعدلان زاوية أ حب . لأنه إن كان كذلك ، فإن زاويتي حب ء ، ح ء ب مضاف إليهما زاوية أب ح .

فإذن مطلبنا ها هنا هذا المطلب . فإذا سلكنا سبلنا صواباً ، ونتج لنا نتيجة صادقة ، غير محال ، فقد صار وضعنا ما وضعنا حقاً ، وان نتج الخلف والمحال ، فإنه يلزم أن زوايا مثلث أب ح ليست مثل زوايا مثلث أب ء ، ولا مثل زوايا

مثلث آخر ، سوى ما يشبهه ، واحتجنا إلى عمل من الأعمال التي تكون أليق به ، أعني أشدّ مناسبة اليه ، أو < كان > من جنس يقرن به .



شكل (١٣٧)

فنخرج ء ه موازياً لِ ب ح ، ونصل أ ه ، ليكون المثلثان متشابهين ، ويحدث هناك زوايا متساوية ، ليلتقي بعضها مع بعض ، ويلزم لنا نتيجة إما صادقة ، وأما كاذبة ، لأنا فرضناها أولاً بأنها صادقة .

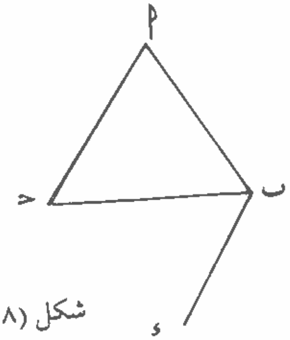
فزاوية ب ء ه مساوية لزاوية ء ب ح ؛ وزاويتا ه ء ب ، ب ء ح مساويتان لزاوية ه ء ح . فإذن زاويتا ب ء ح ، ء ب ح ، مجموعتين ، معادلتان لزاوية ب ح أ .

فقد لزم لنا ما طلبنا . لكن طلبنا مساواة زوايا مثلث أب ح ، لزوايا مثلث أب ء .

فإذن قد وجدنا خاصية لزوايا المثلث ، بل خاصيتين ، لأنا وجدنا عند آخر المطلب أنا إذا أخرجنا ضلعاً من اضلاع المثلث ، فيحدث هناك زاوية خارجة تعدل الزاويتين الداخلتين المقابلتين لها في المثلث .

ونحن الآن نطلب خاصية أخرى لها ، بعدما قد تبين لنا أن جميع زوايا كل مثلث مثل جميع زوايا الآخر ، بعضها لبعض ، وهي أنا نطلب كمية تلك الزوايا . ولا بدّ لنا في هذا المطلب من مقياس تقاس به تلك الزوايا . ويجب أن يكون ذلك المقياس من جنسها . وهو الزاوية القائمة . فينبغي أن نفرض المثلث ، ونجعل زاوية منه قائمة ، لأنا ان جعلنا زاويتين منه قائمتين ، لا يحدث من عملنا مثلث بل

يصير ضلعاه متوازيين ، لا يلتقيان ، والمثلث يكون حدوثه بالتقاء أضلاعه الثلاثة . فواجب إذن أن نفرض الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة متساويين . فنفرض مثلث أ ب حـ قائم الزاوية متساوي الساقين ، فزاويته القائمة زاوية أ . فإذن نستعمل الخط الموازي ، لأنه أشبه المناسب في هذا الموضع من غيره . فنخرج من نقطة ب ، خط ب ء ، موازياً أ حـ ، فيحدث هناك زاوية ، فنطلب الخواص فيها . فوجدنا زاوية ء ب حـ مساوية لزاوية ب حـ أ . لكن زاوية ب حـ أ وضعناها مساوية لزاوية أ ب حـ . فزاويتا أ ب حـ ، ء ب حـ متساويتان . لكن مجموعهما مساوية لزاوية ب أ حـ فإذن لزم أن زوايا مثلث أ ب حـ الثلاث معادلة لقائمتين .



شكل (١٣٨)

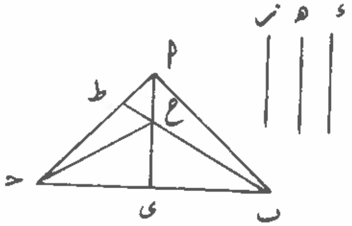
لكن هذه الخاصية وجدناها في مثلث محدود ، وهو الذي تكون احدى زواياه قائمة ، والضلعان المحيطان بها متساويين . لكن زوايا المثلثات المحدودة والمطلقة قد ذكرنا إنها متساويات . فقد تبين لنا اذن أن الزوايا الثلاث من كل مثلث تعدل زاويتين قائمتين . وذلك ما أردنا أن نشرح .

فهذا طريق من طرق طلب الخواص . فعليك بتهذيب فهمك وذهنك في هذه الصناعة . فإن في هذا المذهب ، الذي هو استنباط الأشكال ، تهذيب الفهم وصفاء الذهن . [وهو] أنفع من قراءة كتب الهندسة التي آمن بها القدماء ، حيث كان غرضهم في ذلك تقديم قراءة الهندسة على سائر كتب الفلسفة الرياضية ، وتهذيب الذهن .

ولنمثل مثالاً آخر ، على سؤال آخر ، ليتدرب الناظر في هذه الصناعة ، ويتفتح له ما استغلق عليه ، من السؤال ، وهو أنه كيف تقسم مثلثاً مفروضاً ، بثلاثة أقسام ، على نسبة مفروضة .

فلنفرض المثلث أ ب حـ ، والنسبة ء ، هـ ، ز وينبغي أن تكون هيئة الانقسام بثلاثة خطوط أخر ، نجتمع في وسط المثلث .

فلنفرض المثلث مقسوماً كما أردنا ، وهي مثلثات أ ب ح ، أ حـ ح ، ب حـ ح .



شكل (١٣٩)

فنسبة مثلث أ ب ح إلى مثلث أ حـ ح كنسبة ء إلى هـ . ونسبة مثلث أ حـ ح إلى مثلث ب حـ ح كنسبة هـ إلى ز .

ثم نفكر في طلب عمل يجدي في هذا المطلب . فنخرج ب ح إلى ط ، حتى يتبين لنا أن نسبة مثلث أ ب ح إلى مثلث ب حـ ح ، كنسبة أ ط إلى حـ ط . فأنا إذا قسمنا ضلع أ حـ على نسبة ء إلى ز ، يقع انقسام المثلثين على اشتراك خط ب ط ، لا بدّ من ذلك . فنقسم أ حـ على ط ، على ء إلى ز . ونصل ب ط ، فلا بدّ من أن تقع نقطة الانقسام ، وحدوث الزاوية الكائنة من المثلث الذي على خط ب حـ ، على خط ب ط .

فإذن نحتاج إلى عمل مثلث من ضلع أ حـ ، ومن خطين يخرجان من نقطتي أ ، حـ ، ومن زاوية تقع على خط ب ط . إلاّ أن نسبته إلى احد المثلثين الباقيين كنسبة هـ إلى ء أو إلى ز .

فأقوم الأعمال اليها : العمل الأول ، لأنه صحيح المأخذ . فأنا نعمل بضلع ب حـ مثل ما عملنا بضلع أ حـ ، وهو أن نقسم ضلع ب حـ ، على نقطة ى ، على نسبة ء إلى ه ، ونصل أ ى فتكون نسبة مثلث أ ع ب إلى مثلث أ حـ ع ، كنسبة ء إلى ه .

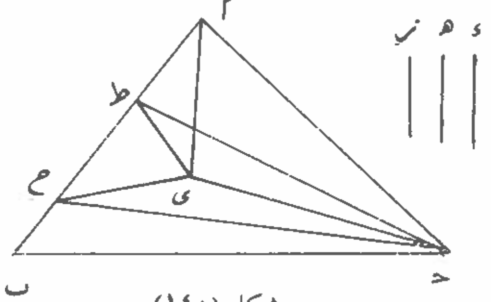
وقد بينا أن نسبة كل مثلثين يخرجان ضلعيهما من نقطتي أ ، حـ ، ويجتمعان إلى خطب ط ، كنسبة مثلثي أ ب ط ، ب ط حـ . فإذن المثلثات الثلاثة معمولة في مثلث أ ب حـ ، على نسبة مفروضة . وذلك ما أردنا أن نبين .

وطريق آخر : وهو أن نفرض المثلثات الثلاثة معمولة ، ونخرج ب ع إلى ط . وينبغي أن نطلب مثلث أ حـ ب . إلا أنا قد توهمنا أنه معمول ، كعادتنا في استخراج الأشكال بطريق التحليل . فنفكر فيها فكراً رياضياً ، ونطلب له طريقاً مأخذه قريب من مأخذ الأول : وهو أنا أن قسمنا ب ط ، على نقطة ع ، حتى تكون نسبة مثلث أ ب ع ، إلى مثلث أ ع ط ، معلومة ، ونسبة مثلث أ ع ط إلى مثلث حـ ط ع ، لأنه معلوم لنا نسبة جميع مثلثي أ ع ب ، أ ع حـ . إن امكن إعلام النسب ، إذا ركبنا بعضها تحصل مقسومة على النسبة المفروضة ، بعدما علمنا أن نسبة كل مثلثين يقعان مثل مثلثي أ ب ع ، حـ ب ع ، لنا معلومة ، فنطلب هذا الطريق ، هل نجده أم لا ، إن كان نسبة ب ع إلى ع ط لنا معلومة ، ونسبة أ ط إلى ط ع معلومة . وبعد عمل المثلث تكون نسبة مثلثي أ حـ ع ، أ حـ ب معلومة ، لأنه هو الغرض .

والآن قد انقسم بنسبة دون الطلب ، فإننا نحتاج أن نقسم أحد الخطوط المتناسبة بأقسام ما ينقسم مثلثا أ ع ط ، حـ ط ع . فنقسم ه بقسمين ، تكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة ء إلى ز ، ونجعل نسبة ب ع إلى ع ط كنسبة ء إلى أحد قسمي ه ؛ ونسبة مثلث أ ع ط إلى مثلث حـ ط ع كنسبة أحد قسمي ه إلى قسمه الباقي . فنسبة مثلث أ ب ع إلى مثلث ء ع حـ الباقي ، كنسبة ء

إلى ز ، وذلك ما أردنا أن نبين .

طريق آخر لعمل هذا الشكل ، وهو هذا : نقسم ضلع أ ب على ء ، ه ، ز : على ع ، ط . ونصل خطوط حـ ع ، حـ ط . فبين أن كل مثلث من المثلثات المطلوبة مساوٍ < لكل > واحد من هذه المثلثات .



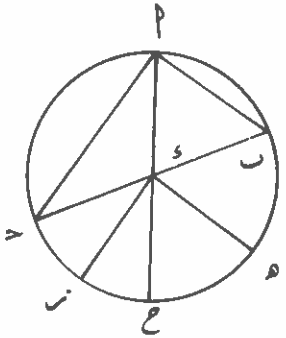
شكل (١٤٠)

هذا طريق ، في الفصل الأول موهوم . ثم نفكر ونطلب النقطة التي تجمع خطوط أضلاع المثلثات المساوية لهذه المثلثات المعمولة . فنخرج ط ى موازياً أ حـ ، وذلك من أجل أنا علمنا أن كل مثلث مساوٍ لمثلث أ ط حـ ، على قاعدة أ حـ ، فهو يلقى الخط الموازي أ حـ . وكذلك نخرج ع ى يوازي ب حـ ، من السبب الذي ذكرناه آنفاً . فيلتقيان على ى ، فنصل أ ى ، ب ى ، ، حـ ى ، ونحكم أنه صار مقسوماً كما أردنا . وهو بين سلوك طرائقها ولكن لم نكن نشرحه بالتمام .

ولهذا الشكل طريق آخر ، إلاّ أنه يؤدي إلى هذين الطريقين اللذين ذكرناهما ، فلذلك أهملناه ، وتركنا ذكره .

وأما ما اردنا بقولنا أنه إذا كان لنا مقدمة ، أو قانون ، من المقدمات والقوانين ، ثم لتلك المقدمة أو القانون ، مقدمة ، ثم لتلك المقدمة أيضاً مقدمة ، فإنه يمكن البرهان على المقدمة أو القانون ، من مقدمة مقدمته : فنفرض دائرة

أب : مركزها نقطة د ، وقد ركب على قوس ب أ حـ زاوية ب أ حـ ، ونصل ب د ، حـ د ، أقول : أن زاوية ب د حـ ضعف زاوية ب أ حـ .



شكل (١٤١)

أما اقليدس فإنه قد برهنه بالخاصية التي في الزاوية الخارجة من المثلث إذا أخرج أحد أضلاعه ، وهو الشكل * الثاني والثلاثون من المقالة الأولى من كتابه في الأصول . لكن الشكل التاسع والعشرون ، والحادي والثلاثون ، مقدمتان لذلك الشكل . فينبغي أن نمتحن : هل يمكن استخراجه منهما ، أو من أحدهما ، أم لا .

فنجيز على نقطة د خطاً موازياً ب أ ، وهو د هـ ؛ وخطاً آخر موازياً حـ أ ، وهو ز د ، ونخرج د أ إلى ح .

هذا هو استعمال الشكل الحادي والثلاثين الذي قدمه على مقدمته .

لكن زاوية ح د هـ الخارجة ، تعدل زاوية د أب الداخلة ؛ وزاوية ب د هـ تعدل زاوية أب د المتبادلة ولكن زاوية أب د تعدل زاوية د أب . وإن تساوي الساقين ، الذي ظهر في هذا الشكل ، لم يكن من جهة المقدمة ، لكن هو خاصية الشكل الذي أوجبها في هذا الشكل ، فلنحتفظ بهذا الشكل .

فإذن زاويتا د هـ ، هـ د ح كل واحدة منهما تعدل زاوية ب أ د . فإذن

---

* « الشكل » في هذا السياق معناه « النظرية » .

زاوية ب د ح ضعف زاوية ب أ د .

وهو بين أيضاً ، مثل هذا ، على أن زاوية حـ د ح ضعف زاوية د أ حـ .

فإذن جميع زاوية ب د حـ ضعف جميع زاوية ب أ حـ .

هذا استعمال الشكل التاسع والعشرين .

فقد استعملنا مقدمات مقدماتها ، وانتج لنا تصحيحها . وذلك ما أردنا أن نبين .

ونمثل مثالاً لاشتراكات الأشكال بعضها لبعض ، بالأشكال المركبة من انقسام خط على نسبة ذات وسطوطرفين . فإن الأشكال التي تؤلف من ذلك عامتها تشوب فيها الخمسة .

وذلك أن عمل المخمس المتساوي الأضلاع يشوبه انقسام خط على نسبة ذات وسطوطرفين .

ومن تركيب نصف القطر ، وضلع المعشر ، الذي هو مناسب لضلع المخمس ، لأنه وتر نصف قوسه ، يُنتج خطاً مقسوماً على نسبة ذات وسطوطرفين .

وأن الوترين الواقعين في دائرة المخمس ، أعني اللذين يخرجان من زوايا المخمس الكائن في الدائرة ، يقسم أحدهما الآخر ، على نسبة ذات وسطوطرفين .

ويضاف إلى قسمه الأطول ، مثل نصف الخط كله ، فإن مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف الخط .

وإن كل خط يقسم قسمين على هذه النسبة ، فيكون مربع الخط كله خمسة امثال مربع القسم الأول .

وإن كان كل خط يقسم على نسبة ذات وسطوطرفين ، ويضاف إلى القسم

الأقصر مثل نصف القسم الأطول ، فإن مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف القسم الأطول .

ومن تركيب أضلاع شكل مربع مقسوم بخمسة اقسام متساوية ، وتفصيلها ، ينتج خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وأعني بالتركيب إضافة بعض الخطوط إلى بعض ، وايصالها ، حتى تصير خطاً واحداً مستقيماً . وبالتفصيل أن يقسم الأطول لقسمين ليساوي أحد قسميه القسم الأقصر :

*مثلاً : نفرض مربع أ ء ، إلاّ أن زاوية ه قائمة ، حتى يكون مربعا أ ه ، ه ب ، مثل مربع أ ب . ونجد خطاً آخر ، وهو أ ء ، يكون ضعف مربعه مثل مربع أ ب ، وهو يساوي ز أ .

فأما طلب خط أ ح فهو سهل ، من جهة أنا ندير نصف دائرة أ ء ب ، ونقسمها بنصفين ، على ء ، ونصل أ ء ، فضعف مربع أ ء يعدل مربع أ ب . فإذن نحتاج أن نطلب خط أ ه : إذا أخرجنا ه ب يكون ه ب مثل ه ز . و ز أ مثل أ ء ، حتى يؤدي غرضنا .

فأما تحصيلها فبأنا نصور حال استخراج ذلك الخط ، وذلك أن وجود ز ه مثل ه ب ، فبين أنا إذا أخرجنا أ ه ، وعملنا على نقطة ب من خط ه ب زاوية نصف قائمة ، ووصلناب ز ، يصير خط ز ه مثل خط ه ب .

وبعد ذلك احتجنا إلى طلب مساواة أ ز ، أ ء . يجب أن نتوهم خط أ ه أنه تحرك على نقطة أ ، فندير على مركز أ ، وببعد أ ب ء دائرة ء ز ، فلا بدّ من أن يقع ذلك الخط على دائرة ء ز . فإذا احتجنا إلى عمل قوس يقبل زاوية مساوية لقائمة ونصف ، مثل قوس أ ز ب ، من أجل أن دائرة ء أ ز إذا قطعه وخرج أ ز إلى ه ، ووصل ب ز ، حتى تصير زاوية ء ز أ الخارجة مثل زاويتي

---

* لعدم وجود رسم ، ننقل هذا النص دون تحقيق .

ه ، ب الداخلتين . لكن بينّ لنا أن زاوية ه قائمة ، حتى يلزم لنا مساواة زاوية ب نصف قائمة . وينتج من ذلك مساواة زاوية ب زاوية ز من مثلث ز ه ب ، حتى صار خط ه ز مثل خط ه ء ، وخط أ ز مثل خط أ ء . فقد انقسم أ ه على ما أردنا . والبرهان عليه سهل ، وذلك ما أردنا أن نبين .

ولنطلب الآن كيف نبرهن على أن الشكل الذي أتى به بطليموس في كتاب المجسطي ، من أن كل قوسين مختلفين ، من دائرة مفروضة فإن نسبة وتر القوس العظمى إلى [وتر] القوس الصغرى ، يكون أقل من نسبة القوس العظمى إلى القوس الصغرى .

ونحتاج في هذه المسألة إلى استعمال الذهن ، وتصور الأعمال المركبة ، وائتلاف الأشكال . إلاّ أنه ، وأمثاله ، يكون سهلاً ، من جهة أنه معلوم عندنا حقيقة السؤال ، ومعمول أيضاً الأعمال التي بها برهنه . فبهذين الوجهين ، تسهل هذه المسألة وأمثالها . ولما عسر علينا البرهان على هذا المطلب ، بغير أضافة عمل آخر اليه ، نضطر إلى عمل آخر إذا اضفناه اليه ، يسهل من تركيبهما البرهان عليه . فبالعمل الذي أتى به بطليموس يسهل لنا عملنا ، بأنه كيف أخذ مأخذاً ، وأتى بشيء أضافه اليه ، حتى برهن عليه . فقد أضاف اليه مثلثات مؤلفة من خطوط مستقيمة ، ومن قِسّي ، ثم برهنه بتوسيط تلك المثلثات وزواياها وأوتارها وقِسِّيها .

ونقول ها هنا قولاً ليس من هذا السؤال ، إلاّ أنا نحتاج إلى ذلك . وهو أنا طلبنا مأخذنا في هذا الشكل ، من المأخذ الذي أتى به القدماء ، من جهة أن للأشكال مناسبات* وخواص ، إذا فكر الحاذق فيها يظهر له أنها مشتبكة ، بعضها

---

* « المناسبات » أي « النسب » .

مع بعض ، ومشوبة بعضها ببعض ، كأنها تصير ذاتاً واحداً ، وحالاً واحداً ، لأن لها رباطات ومدارات إذا توهمناها مختلفة في النوعية ، متفقة في الجنسية ، يلزم ذوات خواصها ، التي هي مشاركة لها في الجنسية معاً .

مثلاً : كتقاطع وترين ، أحدهما الآخر ، في الدائرة : فإن بعضها يناسب بعضاً ، فهذا قول مطلق في الجنسية لها . فتأتي جهة في النوعية ، ويأتي حال وقوع الوترين القاطعين أحدهما الآخر في الدائرة ، يلزم معه خاصيته ، التي هي ذات النسبة . فإذا فحص فاحص عن كيفية تلك الحال ، بتوسط أشكال يقف بها على كنه تلك الخاصية ، وكلزوم مناسبة الخطوط المحيطة بالسطوح للسطوح ، وكقبول القوس الزوايا المتساوية ، وكمساواة المثلثات التي على قواعد متساوية . وفيما بين الخطين المتوازيين . فهذه وأشباهها ، إذا فحص فاحص ، يوجد أحوالها وذواتها ، إن شاء الله. ولهذا السبب ، وأشباهه من خواص الأشكال ونسقها ، نعتمد على طبائعها ، في أول الأمر ، من قبل وجودنا له ، اعتماداً ما .

ثم نعود الآن إلى ما قلنا : نفرض القوس ب ا حـ ، ونقسمه بقسمين مختلفين على ا ، والأطول ا حـ ، ونخرج وتري ا ب ، ا حـ . أقول أن نسبة قوس ا حـ إلى قوس ا ب أعظم من نسبة وتر ا حـ إلى وتر ا ب .

برهانه أنا نصل ب حـ ، ونخرج ب ا إلى ك ، ونجعل ا ك مساوياً ا حـ .

وعملنا على هذا النسق ، من جهة أنا نضيف إلى هذا الشكل أعمالاً منسقة لهذه الهيئة ؛ لا يمكن لنا عمل آخر .

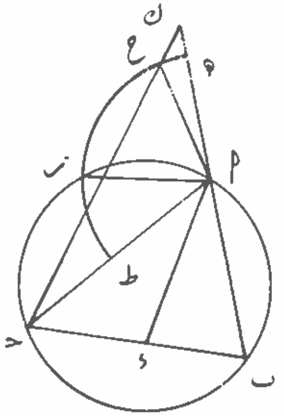
ثم نصل حـ ك . فقد أضاف إلى صورة الشكل التي كانت مطلوبنا أولاً : مثلثين ، أحدهما مثلث ا ب حـ ، والآخر مثلث ا ك حـ . لكن لا يلتئم الغرض بهذين المثلثين . فنخرج ا ء موازياً ك حـ . وإخراجنا ا ء موازياً ك حـ من أجل

النسق : أما مساواة زاويتي ء ا حـ ، أو ء ا ب [مع] ا ك حـ .

ثم نستعمل ها هنا الحذق ، وهو أن نخرج ا ز موازياً ب حـ . فقد احتجنا إلى عمل قطع من الدوائر ، حتى نعلم الزوايا نفسها ، ونجد كمية تناسب اضلاع المثلثات ، وزوايا القسي ، ثم نطلب حتى نجد التناسب فيما بين قوسي ب ا ، ا حـ وبين زوايا القطع .

فندير على مركز ا ، وببعد ا ز ، قوس ط ز ح هـ . وعملنا هذه الدائرة ، على مركز ا ، يكون من جهة أن المطالب التي تكون على قسّي ط ز ح هـ مناسبة للزوايا التي تكون عند نقطة ا .

ثم نطلب آخر العمل ، تناسب الزوايا التي عند نقطة ا ، والزوايا التي تحيط بها أضلاع ا ب ، ا حـ ، ب حـ ، ليكون مرّ لنا غرضنا .



شكل (١:٢)

فمن جهة أن خط ز ح أصغر من خط ز ك ، يكون قوس ح هـ مثل قوس ز ط .

ونصل ا ح ، فيكون ا ح مثل ا ز ، وقطعة ز ط ح مثل قطعة ح هـ ك .

ثم نطلب غرضنا بالتناسب بين القطع ، وبين القسّي ، وبين المثلثات ، وبين الأضلاع .

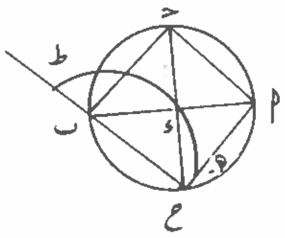
ونحتاج أن نتوهم هنا النتائج اولاً ، وننحل من الغرض إلى المأخذ ، ثم

نرتقي من المأخذ إلى الغرض . وها هنا استعمال الحدس ، فمن أجل أن قطعة أ ز ط مساوية لقطعة أ ه ح ، وقطعة ه ح ك مساوية لقطعة ز ط ح ، ونأخذ قطعة ح ز أ مشتركة ، ومثلث أ ح ز ، تكون نسبة مثلث أ ز ح إلى مثلث أ ز ك ، أعظم من نسبة قطعة أ ز ط ، إلى قطعة أ ز ه . فنسبة خط ز ح إلى خط ز ك اذن أعظم من نسبة زاوية ط أ ز إلى زاوية ز أ ك لكن نسبة خط ز ح إلى خط ز ك ، كنسبة خط ب أ إلى خط أ حـ ، لأن أ حـ مثل أ ك .

فنسبة زاوية حـ أ ز إلى زاوية ز أ ك أقل من نسبة ب أ إلى أ حـ . لكن زاوية حـ أ ز مثل زاوية أ حـ ك ، وزاوية ك أ ز مثل زاوية أ ب حـ . فنسبة زاوية حـ إلى زاوية ب : أقل من نسبة خط ب أ إلى خط أ حـ . فإذن نسبة قوى أ حـ إلى قوس أ ب اكبر من نسبة خط أ حـ إلى خط أ ب . وذلك ما أردنا أن نبين .

ونطلب البرهان عليه بجهة أخرى :

نفرض دائرة أ ب ح ، وقوسي أ حـ ، حـ ب : مختلفتين ، الأعظم حـ ب ، ونقول ما قلنا . فنصل أ ب ، ونقسم زاوية حـ بنصفين ، بخط حـ ح . وانقسام الزاوية بنصفين من أجل أن خط أ ب يصير منقسماً على د ، وتكون نسبة أ د إلى د ب كنسبة أ حـ إلى حـ ب . فيصير خط أ ب لنا : حداً وسطاً للأعمال التي نحتاج إليها .



شكل (١٤٣)

ثم نحتاج إلى عمل في هذه الدائرة ، أو خارج عنها ، يجدي زاويتي أ ، ب مجموعتين على نقطة واحدة . وذلك من أجل أنا اذاجعلنا تلك النقطة مركزا ، وأدرنا قوسا على بعد يجدي غرضنا . وهذه الأعمال مهمة عندنا في أول الأمر ، الا أن هذا المأخذ مأخذ صواب .

فنصل أ ح ، ب ح . فقد اجتمع زاويتا أ ح حـ ، ب ح حـ ، على نقطة ح ، وهما مساويتان لزاويتي أ ، ب . وايصالنا خطّيْ أ ح ، ب ح . على نقطة ح ، ولم نخرج من نقط أ ، حـ ، ب : ثلاثة خطوط تجتمع على نقطة أخرى ، أي نقطة كانت من قوس أ ح ب : من جهة أنا إن وجدنا غرضنا بهذا العمل ، فإنه أقرب مأخذاً إلى وجود الغرض ، إذا اخرجناها على انتصاف قوس أ ح ب ، من جهة تناسب خطّيْ أ ء ، ء ب وخطّيْ أ حـ ، حـ ب . وما هو أقرب إلى المناسبة وإلى النظم ، فهو أقرب إلى الوجود .

ثم يجب أن نطلب قوساً ، على مركز ح ، وببعد ما ، ولا أدري الآن أي بعد هو ، حتى يلزم بالقطع والقسي والزمن التي عند نقطة ح ، وخطّيْ أ ء ، ء ب ، ومثلثي أ ء ح ، ء ح ب ، فصل تناسب قوس ب حـ إلى قوس حـ أ ، على وتر ب حـ إلى وتر حـ أ .

فها هنا موضع المغالطة ، وهو أن قال قائل : أنا ندير على مركز ح ، وببعد ح د ، قوس ه د ط ، ونخرج ح ب إلى ط ، على ما في هذه الصورة [الشكل المرافق] ، وبرهنه عليه ، قلنا له : أنه لا يمكن ذلك ، لأن خط أ ح ، مثل خط ب ح ، ووقع طرف القوس على نقطة ه ، فيقع أيضاً طرف الآخر منها على نقطة ز ، بحذاء نقطة ه .

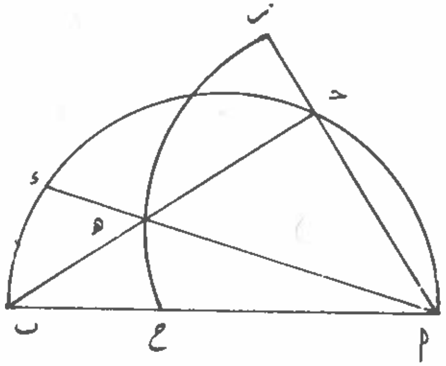
فمن أجل أن مدار القطع والمثلثات يكون على نقطة د ، في هذا الشكل ، في كل الوجوه ، كما كانت أولا ، ندير على مركز ح ، وببعد ه ، قوس

هـ د ز ط ، حتى نجد مطلبنا أم لا . ونخرج ح ز .

قطعة ز د ح إلى قطعة د هـ ح : أعظم من نسبة مثلث ز د ح إلى مثلث ح د ا . فبالتركيب : نسبة قطعة د ط ح إلى قطعة د ح هـ ، أعظم من نسبة مثلث د ح ب إلى مثلث د ح ا . فإذن نسبة قوس د ط إلى قوس د هـ : أعظم من نسبة خط د ب خط د هـ . لكن نسبة قوس ء ط إلى قوس ء هـ : كنسبة وتر د حـ إلى وتر حـ ا . وذلك ما أردنا أن نبين .

ولما كان غرض بطليموس في الجزء ، وفي نصف الجزء ، لزمنا أن يكون القوسان اللذان يبرهن عليهما : أقل من نصف الدائرة .

ونحتاج في هذه المسألة ، هذه المغالطة لأن يأتي عليها برهان سوى البراهين المتقدمة ، ونسلك فيها طريقاً آخر وهو هذا :



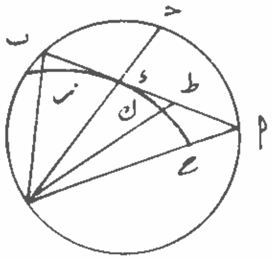
شكل (١٤٤)

نفرض قوس ا ب أصغر من نصف الدائرة ، ونقسمه بقسمين مختلفين ، على حـ ، والأطول حـ ب ، ونصل ا حـ ، حـ ب . ونجعل ب ء مثل ا حـ ، ونصل ا د ، وندير على مركز ا ، وببعد ا هـ ، قوس ح هـ ز ، ونخرج ا حـ إلى ز . فبينٌ أنه يقع خارج القوس ، وبينٌ ايضاً [أن ا هـ مثل هـ ب] . فنسبة قطعة ا ز هـ إلى قطعة ا هـ ح أعظم من نسبة مثلث ا حـ هـ إلى مثلث ا هـ ب . فبالتركيب نسبة قطعة ا ز ح إلى قطعة ا هـ ح أعظم من نسبة مثلث ا حـ ب إلى مثلث ا هـ ب . ونسبة قوس ز ح إلى قوس هـ ح : كنسبة قوس حـ ب إلى قوس د ب .

فإذن نسبة قوس حـ ب إلى قوس د ب أعظم من نسبة خط حـ ب إلى خط هـ ب .

لكن خط هـ ب مثل خط ا هـ ، وخط ا هـ أعظم من خط ا حـ ، لأنا فرضنا قوس ا حـ ب أصغر من نصف الدائرة . فإذن نسبة قوس حـ ب إلى قوس حـ ا أعظم كثيراً من نسبة وتر حـ ب إلى وتر ا حـ . وذلك ما أردنا أن نبين .

دائرة ا ب حـ مفروضة ، وقوسا ا حـ ، حـ ب مختلفتان ، ا حـ أعظم من حـ ب . ونخرج ا ب ، ونخرج من نقطة حـ عموداً على ا ب . فأقول أن نسبة ا د إلى خط د ب : أعظم من نسبة قوس ا حـ إلى حـ ب .



شكل (١٤٥)

برهانه : أنا نخرج عمود حـ د إلى هـ ، ونصل هـ ب ، هـ ا . ونخرج هـ ط مثل هـ ب . وندير على مركز هـ وببعض هـ د : دائرة ز ء ك ح . فنسبة مثلث ا د هـ إلى مثلث د ب هـ أعظم من نسبة قوس ح ك ء إلى قوس د ز ك لأن مثلث ا د هـ زائد على القطعة بمنحرف ا ط ك ح . وقوس ح د وتر زاوية ا هـ د ، وقوس د ز وتر زاوية د هـ ز . وكذلك قسّي ا حـ ، حـ ب : وتراهما . فهما متناسبان .

فنسبة ا د إلى د ب أعظم من نسبة ا حـ إلى حـ ب . وذلك ما أردنا أن نبين .

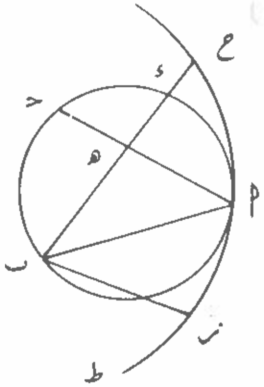
*قوس ا حـ أعظم من قوس ا ب . فأقول أن نسبة وتر ضعف قوس الأطول ، إلى وتر ضعف قوس الأصغر : أعظم من نسبة قوس الأطول إلى قوس الأصغر .

برهانه أنا نخرج القطر ا هـ ، ونخرج هـ ب ، هـ حـ ، وندير على مركز هـ وببعد هـ ء ، قوس ء ح ز فنقطة ز إما أن تقع على نقطة حـ . أو خارجاً منه ، لأنه أن وقع داخل خط ح ز ، فتكون زاوية ا ز د أما قائمة ، وأما حادة ، وليس الأمر كذلك .

فنسبة مثلث ب ء هـ إلى مثلث ء حـ هـ أعظم من نسبة قطعة حـ ء هـ إلى قطعة ء ز هـ .

فنسبة خط ب ء إلى خط ز حـ أعظم من نسبة زاوية حـ هـ ء إلى زاوية ء هـ ز ، ومن نسبة قوس ب ا إلى قوس ا ز ، لكن نسبة ب ء إلى ز حـ كنسبة وتر ضعف قوس ب ا إلى وتر ضعف قوس ا حـ .

فنسبة وتر ضعف قوس ا ب إلى وتر ضعف قوس ا حـ أعظم من نسبة قوس ب ا إلى قوس ا حـ . وذلك ما أردنا أن نبين .



شكل (١٤٦)

نفرض دائرة ا حـ ب ، وقد وقع فيها وترا : ا حـ ، ب ء ، وتقاطع أحدهما [مع] الآخر على نقطة هـ . أقول أن نسبة خط ء هـ إلى خط هـ ب : أصغر من نسبة قوس ا ء إلى قوس حـ ب .

برهان ذلك أنا نخرج ء ا إلى ز ، وندير على مركز ب ، وببعد ب ا ، دائرة ح ا ط ، ونخرج ب ء إلى ح ، ونخرج ب ز يوازي ا حـ .

---

*الشكل هنا غير موجود ، ولذا كتب النص دون تدقيق . وفي النص في هذه الصفحات اضطراب كثير .

فنسبة مثلث ا ء ب إلى مثلث ا ز ب : أصغر من نسبة قطعة ا حـ ب إلى قطعة ا ز ب .

وكذلك نسبة خط ا ء إلى خط ا ز أصغر من نسبة زاوية ء ب ا إلى زاوية ا ب ز .

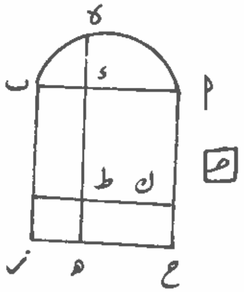
لكن زاوية ا ب ز مثل زاوية حـ ا ب : ووتراهما قوسا ا ء ، حـ ب .

فنسبة ا ء إلى ا ز أصغر من نسبة قوس ا ء إلى قوس حـ ب .

لكن نسبة خط ا ء إلى خط ا ز : كنسبة خط ء هـ إلى هـ ب .

فنسبة خط ء هـ إلى خط هـ ب أصغر من نسبة قوس ا ء إلى قوس حـ ب ، وذلك ما أردنا أن نبين .

كيف نقسم خط ا ب بقسمين : يكون السطح الكائن من جميع خط ا ب وأحد قسميه ، مضافاً إليه مربع القسم الثاني والمربع حـ المفروض : يعدل مربع ا ب .



شكل (١٤٧)

فنحتاج أن نضيف إلى ا ب مربعاً ، لأنه يقع تحت الحس ، وعليه المدار ، آخر العمل ثم نفرض ا ب مقسوماً ، كما أردنا ، على نقطة ء . فإذا كان كذلك ، فإنا نحتاج أن نخرج ء هـ ، ا ب ز ح ، ليعلم أن سطح ء ز هو الذي يحيط به ا ب ، ء ب . فنحتاج إلى عمل مربع على خط ا ء ، فنعمل مربع ا ط .

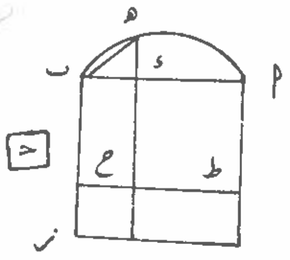
فإن كان مربع ا ط ، وسطح ء ز ، ومربع حـ تعدل مربع ا ب ، فلا محالة : يكون سطح ك هـ مساوياً لمربع حـ .

لكن المتممين متساويان ، فسطح ك هـ يعدل سطح ب ط ، لأنهما المتممان . لكن سطح ب ط هو الذي يحيط به خطا أ ء ، ء ب .

فإذا ادرنا على قطر أ ب نصف دائرة : أ هـ ب ، وأخرجنا ء هـ عموداً على أ ب ، يكون خطا أ ء ، ء ب يقويان على مربع ء هـ . فيصير خط ء y ضلع مربع حـ .

فإذن ينبغي ألاّ يكون ضلع مربع حـ أطول من نصف مربع خط أ ب ، لأنه لا يمكن عمل ذلكَ . فقد زاد في الشريطة شرطاً آخر . فبالتركيب : ندير على أ ب نصف دائرة : أ هـ ب ، ونوقع فيه عموداً على أ ب مساوياً لضلع مربع حـ ، وهو ء هـ . ونخرجه إلى هـ ، ونضيف إلى أ هـ مربع أ ط ، فسطح أ ب في ب ء هو ء ز ، ومربع حـ مساوٍ أ ء في ء ب ، وهو سطح ك هـ ، ومربع أ ء هو أ ط .

فإذن قد قسمنا أ ب بقسمين على ء ، [بحيث] يكون سطح أ ب في ب ء ، مضافاً إليه مربعا ء أ ، حـ ، يعدل مربع خط أ ب . وذلك ما أردنا أن نبين .



شكل (١٤٨)

وإن اردنا أن نقسم أ ب بقسمين : مثلاً على ء ، ليكون سطح أ ء في ء ب ، مضافاً اليه مربعا أ ء ، حـ : يعدل مربع أ ب : فنضيف إلى أ ب : مربع أ ز ، ونجعل أ ء سطحاً ، وهو ء ك ، ونخرج ك ط موازياً أ ء . فنقول أن أ ح مربع أ ء . فقد بقي سطح ط ز يعدل مربع حـ .

---

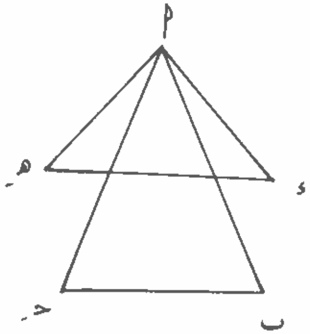
* في الأصل نجد الحرف ه على محيط الدائرة ، ولكن النص يقتضي وجود هـ على الخط حـ ز ، فلذا استعملنا هنا الشكلين هـ ، ه .

لكن سطح ط ز هو أ ب في ب ء . فإذن ، بالتركيب ، نحتاج أن نضيف إلى قطر أ ب : نصف دائرة أ هـ ب ، ونوقع ضلع مربع حـ ، وتراً فيه على طرف ب ، وهو ب هـ ، ونخرج هـ ء عموداً على أ ب .

فبين أنه قد صار مقسوماً كما اردنا ، لأن سطح ط ز يقوى عليه خط هـ ب ، وسطح ء ك هو سطح أ ء في ء ب ، ومربع أ ح هو مربع أ ء . فقد قسمنا أ ب على ء ليكون أ ء في ء ب ، مضافاً اليه مربعا أ ء ، حـ يعدل مربع أ ب . وذلك ما اردنا أن نبين .

فإذ قد بيَّنا هذه الأشياء ، فلنختم الآن هذا الكتاب ، لئلا يطول القول فيه ، ولا يكلّ فهم قاريه ولا يعييه .

ولما كان الفحص عن طبائع الأشكال وخواصها ، بذواتها ، لا يخلو من أحد وجهين : أما أن نتوهم لزوم خواصها ، بتغير أنواعها ، توهما يلتقط من الحس ، أو باشتراك الحس ، وأما أن يوضع تلك الخواص ، ويلزمها ايضاً بالمقدمات ، أو بالتوالي ، لزوماً هندسياً ـ فأنا الآن آتٍ على ذلك مثالاً ليكون تنبيهاً لمن يتناول هذه الصناعة .



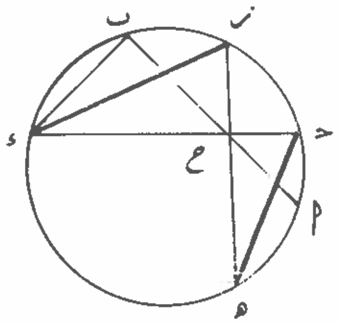
شكل (١٤٩)

أما توهم لزوم خواصها بتغير أنواعها ، باشتراك الحس ، فكما مثلنا متقدماً ، من أن كل مثلث ، فإن مجموع زواياه متساويات ، بعضها لبعض ، ومثل أن مثلثي أ ب حـ ، أ د هـ متساويا الساقين ، لكن ضلع أ ء مثل ضلع أ ب ، وزاوية ء أ هـ أعظم من زاوية ب أ حـ ، فإن قاعدة ء هـ اطول من قاعدة ب حـ .

فهذه الخاصية أيضاً موهومة لنا باشتراك الحس.

وأول مطالب الخواص للمستنبط يكون على هذا النحو .

فأما الوجه الآخر ، الذي يجب على المستنبط أن يفحص عنها فحصاً مستقصى هندسياً ، ليكون له رياضة ، ويصير له تصور خواصها عياناً وملكة ، فأنا الآن آتٍ على ذلك بمثال ، وهو هذا :

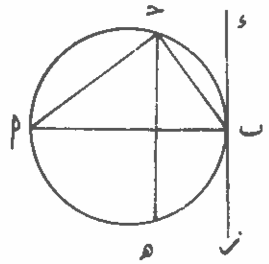


شكل (١٥٠)

نفرض دائرة أ حـ ب ، ونوقع فيها وتري أ ب ، حـ ء ، يتقاطعان على نقطة ح . ونفحص من أي جهة لزم مساواة سطح أ ح ، ح ب : سطح حـ ح ، ح ء .

فنصل حـ أ ، ب ء . فيقع ها هنا مثلثان متشابهان : أ حـ ح ، ب ح ء . من أجل أن الزوايا المتساوية ، الكائنة على محيط الدائرة ، هي على قوس واحدة . فتصير نسبة حـ ح إلى أ ح : كنسبة ب ح إلى ح ء . وكذلك إن أخرجنا خط ه ح ز ، ووصلنا حـ ه ، ء ز ، يصير مثلثا حـ ه ح ، ء ح ز متشابهين أيضاً ، فأضلاعهما متناسبة :

وأما الفحص عن قبول قطعة دائرة ، زاوية مساوية للزاوية الكائنة من وتر القطعة ، ومن الخط المماس فإنا ندير دائرة أ ب حـ ، وقطرها أ ب ، ونخرج ب ء مماساً لها .



شكل (١٥١)

فبيِّنٌ لنا أن نصف دائرة أ حـ ب تقبل زاوية مساوية لزاوية أ ب ء . فنخرج ب ء .

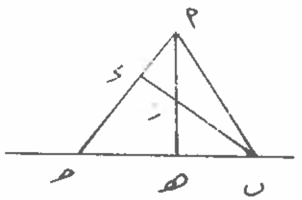
وينبغي أن نفحص تغير أنواع هذا الشكل ، ولزوم خواصها ، فحصاً طبيعياً . فنصل ب حـ ، أ حـ ، حـ ه . فمن أجل أن تغير زاوية ب مشترك بين محيط الدائرة وبين خطي أ ب ، ء ز ، اشتراكاً معاً ذاتياً ، فإن تلك الخاصية وجبت هناك .

ولأن مثلث أ حـ ب قائم الزاوية ، وقوس حـ ب يقبل زوايا متساوية ، فإن زاوية ه من مثلث حـ ه ب ، مثل زاوية أ من مثلث أ حـ ب .

وقد زيد في زاوية ب من مثلث أ حـ ب ، زاوية ، وهي زاوية [أ ب ه] ، فيجب أن ينقص من زاوية أ حـ ب مثل ما زيد في زاوية ب ، بهذا القياس ، وهي زاوية أ حـ ه .

فإذن قد ظهر لنا كيفية تغير أنواع هذا الشكل . ولزوم خواصها ، بمساواة زاوية ه ب ء ، الزوايا التي تقبل قوس ه أ ، حـ ب - عياناً وهندسياً . وذلك ما اردنا أن نبين .

فلنبتدىء الآن بشكل على طريق التحليل ، ليرتاض المبتدي بها : وهو أن نقطة أ وخط ب حـ [معطيان] ونريد أن نخرج من نقطة أ إلى خط ب حـ ، كخطي أ ب ، أ حـ ، يحيطان بزاوية أ المعلومة ، أعني بزاوية مساوية لزاوية معطاة ، ويكون أ ب في أ حـ معلوماً ، أعني مساوياً لسطح معلوم . فعلى التحليل نجعل أ ب في أ حـ يحيطان بسطح معلوم ، وبزاوية معلومة ، أعني بزاوية أ . ولنخرج عمودي أ ه ، ب ء .



شكل (١٥٢)

فلأن أب في أحـ معلوم ، ومثلث أب ء معلوم الصورة ، لأن زاويتي أ ، ب معلومتان ، فإن نسبة أب إلى أ ء معلومة . فنسبة أب في أحـ إلى أ ء في أحـ اذن معلومة ، لأن أحـ هو الحد المشترك . فَ أ ء في أحـ إذن معلوم .

لكن أ هـ في أ ز مثل أ ء في أحـ ، لاشتباه* مثلثي أ ز ء ، أحـ هـ .

، أ هـ معلوم ، فَـ . أ ز معلوم

فإذا اضفنا إلى أ ز قوساً يقبل زاوية مثل زاوية أب ء ، فعلى قطعها الخط المعطى ، يخرج أب . أحـ يحيط معه بزاوية معلومة .

ونركب ، ونبرهنه على طريق التركيب .

وإلى ها هنا نختم الكتاب ، فإن للمرتاضين كفاية بهذه الأمثلة .

فهذا ، فيما قصدنا له ، من تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية ، كافٍ لمن تأمله ، ويديم النظر فيه ، وراض نفسه ، بالدربة في سلوك ما ارشدنا له ، ودللنا عليه ،

وبالله تعالى توفيقنا ، وعليه توكلنا ، وهو حسبنا كافياً ومعيناً

تم الكتاب ، بحمد الله وحسن توفيقه .

---

* مرة أخرى تأتي لفظة اشتباه بمعنى التشابه .

here 324 – 321 – 317, ?319 – 309, 307, 308 – 2 – 20
cf. p. ١٥١ 324 – 328 – 317 → 319 – 306 → 308 → 2 – 20
p. ١٤٧ 324 – 328 – 317 → 319 – 306 → 308 – 2 – 20
(l 321) (l 318, 320, 319)
microfilm illegible p. ١٤٧

الملحق ٣

مخطوطة بانكي بور / بتنة ٢٤٦٨

من حق الباحثين عليّ أن أقدم لهم صورة متكاملة عن محتويات هذه المخطوطة الثمينة ، التي استخلصت منها رسائل ابن سنان ، مع بيان واضح لمواضع هذه المحتويات بين أوراق المخطوطة ، وأرقامها . والجدول التالي يبين ذلك . وقد ترددت في نشره لأن بعض الأرقام تتكرر ، وبعضها شاحب ناقص يلجيء القارىء إلى التقدير والحدس . وهذا هو الجدول ، على كل حال :

رسالة المسائل الهندسية المختارة أوراقها كما يلي :

٣٢٤ ، ٣٢١ ؟ ، ٣١٧ ، ؟ ، ٣١٩ ، ٣٠٩ ، ٣٠٧ ، ٣٠٨ ، ٢ ـ ٢٠
٣٢٠ ٦

وهي ، كما تقدم ، كاملة إلا من المقدمة في الورقة ١ المفقودة .

ويليها ما يلي :

الأوراق	الرسالة
٢١ ـ ٣٩	طريق التحليل والتركيب ، لابن سنان
٤٠ ـ ٤٢	رسم القطوع الثلاثة ، لابن سنان
٤٢ ـ ٤٥	في الأسطرلاب ، لابن سنان
٤٥ ـ ٤٨	رسالة في الأبعاد والاجرام ، لكوشيار بن لبان
٤٨ ـ ٥١	الدائر من الفلك ، للبوزجاني
٥١ ـ ١١٤	رسائل ابي نصر بن عراق
١١٥	في استخراج الساعات ، للقابيني

١١٦	في استخراج تاريخ اليهود ، للخوارزمي
١١٧	في استخراج تاريخ اليهود ، للقايني
١١٨ ـ ١٢٤	كتاب في حركات الشمس ، لابن سنان ، بقيته في ورقتين رقم أولاهما ٣٢٣ ، والثانية تحمل رقمين أحدهما ١ والآخر ١٠٠
١٢٥ ـ ١٣٠	القسم الأول من رسالة إفراد المقال ، للبيروني .
١٣٠ ـ ١٣١	ابن سنان يذكر ما وضعه من كتب
١٣٢ ـ ١٣٤	مساحة القطع المكافىء ، لابن سنان
١٣٤ ـ ١٣٥	كتاب ارشميدس في الدوائر المماسّة
١٣٥ ـ ١٤٥	كتاب ارشميدس في الأصول الهندسية .
١٤٥	في تخطيط الساعات ، للنيريزي
١٤٦ ـ ١٦٩	في المقادير المشتركة والمتباينة ، لابن البغدادي .
١٦٩ ـ ١٨٨	إنباط المياه الخفية ، للكرجي .
١٨٩ ـ ١٩١	خواص المثلث من جهة العمود ، لابن الهيثم
١٩١ ـ ١٩٣	مساحة المجسم المكافىء ، لويجن بن رستم القوهي
١٩٣	ما زاده القوهي في كتاب الأصول ،لأقليدس
١٩٤ ـ ٢٣٩	بقية رسالة إفراد المقال ، للبيروني
٢٤٠ ـ ٢٤٥	رسالة راشيكات الهند ، للبيروني
٢٤٥ ـ ٢٦٧	رسالة تمهيد المستقر ، للبيروني
٢٦٧ ـ ٢٧٦	رسالة تسطيح الكرة ، للصغاني
٢٦٧ ـ ٢٧٩	رسالة الشكل القطاع للسجزي
٢٧٩ ـ ٢٨٠	رسالة الشكل المتسع للسجزي
٢٨٠ ـ ٢٨٢	رسالة لنصر بن عبد الله في أن الأشكال كلها من الدائرة .
٢٨٢ ـ ٢٩٨	رسالة استخراج الأوتار ، للبيروني ، بقيتها في ورقة تحمل الرقم ٣٢٦
٢٩٩ ـ ٣١٦	رسالة حل التعديل ، للبيروني . في أولها نقص قد لا يزيد عن ورقة . ولها اشكال في الورقة ٣٢٢ و ، واجزاء في الورقة ٣٢٥ وفي ورقتين أخريين غير مرقمتين .

يلاحظ أن هنالك تداخلاً بين الأرقام في الرسالتين الأخيرة والأولى . ولعلّ نشرنا للرسالة الأولى في هذا الكتاب ، يدفع أحد الباحثين في الفلك إلى نشر رسالة حل التعديل ، كي ينجلي كل لبس في هذه المخطوطة النادرة .

The Works of Ibrahim ibn Sinan

With
Two more Tracts

1. By Thabit ibn Qurra
2. By Al- Sijzi

edited by

A. S. Saidan

Kuwait - 1983