NOTICES ET EXTRAITS

DES

MANUSCRITS

DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI

ET AUTRES BIBLIOTHÈQUES;

PUBLIÉS PAR L'INSTITUT ROYAL DE FRANCE;

FAISANT SUITE

AUX NOTICES ET EXTRAITS LUS AU COMITÉ ÉTABLI DANS L'ACADÉMIE
DES INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES.

TOME TREIZIÈME.

PARIS.
IMPRIMERIE ROYALE.

1838

OPUSCULES mathématiques.

NOTICE

DE PLUSIEURS OPUSCULES MATHÉMATIQUES

QUI COMPOSENT LE MANUSCRIT ARABE N° 1104, ANCIEN FONDS DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI,

PAR M. L. AMÉLIE SÉDILLOT,

PROFESSEUR D'HISTOIRE AU COLLÉGE ROYAL DE SAINT-LOUIS.

A une époque où les sciences et les lettres étaient entièrement négligées en Europe, les khalifes les honoraient d'une faveur particulière, et appelant auprès d'eux les hommes les plus instruits des provinces qu'ils avaient réunies à leur empire, ils faisaient traduire du grec les livres d'Aristote, d'Euclide, d'Archimède, d'Apollonius, de Ptolémée, etc., dont plusieurs devaient nous être transmis immédiatement par les Arabes, avant qu'on eût retrouvé les originaux grecs. Les mêmes princes instituaient à Bagdad des bibliothèques et des académies, et fondaient cette école célèbre qui éleva les plus beaux monuments de l'astronomie du moyen âge.

L'histoire des sciences chez les peuples de l'Asie ne pouvait être oubliée, au milieu de l'impulsion donnée, en France, dès le commencement de ce siècle, aux études orientales, et si puissamment secondée par les immenses travaux de M. le baron Silvestre de Sacy; la publication de la Grammaire arabe de cet illustre maître, et de sa Chrestomathie, ouvrages où brille de toute part la plus rare érudition et qui manquaient à notre système général d'enseignement, rendait plus facile l'accès d'une carrière que tant d'obstacles environnaient,

et, sous ses auspices, les recherches s'étendirent et amenèrent des résultats inespérés.

Les Arabes s'étaient appliqués d'une manière toute spéciale à l'astronomie; non moins habiles à construire les instruments qu'à en faire usage, ils ajoutèrent leurs propres découvertes à celles des Chaldéens et des Grecs [1], et remplirent par leurs observations l'intervalle de plusieurs siècles qui sépare les derniers temps de l'école d'Alexandrie des premiers travaux astronomiques des Européens.

Nous avons rappelé quelles lumières nouvelles M. Sédillot, mon père, avait jetées sur cette branche importante de l'histoire des sciences, en publiant sa traduction du *Traité des instruments astronomiques d'Aboul Hhassan* [2], et nous avons en même temps indiqué quels points principaux restaient maintenant à éclaircir [3]. Les Arabes nous ont laissé sur leur astronomie des ouvrages qui n'ont pas encore été compulsés et qui sont dignes d'une attention très-sérieuse; il en est de même de ceux qu'ils ont composés sur plusieurs autres sciences physico-mathématiques, sur diverses parties de la géométrie pure, et sur l'algèbre que nous tenons d'eux et qui, après l'introduction

[1] On trouvera des notions fort étendues sur ce sujet dans un grand travail que nous venons de terminer (août 1837) et qui a pour titre : *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*; parmi les manuscrits de la Bibliothèque du Roi que nous avons consultés ou analysés pour ce mémoire, nous mettrons au premier rang les manuscrits arabes n^os^ 1103, 1138, 1148, 1157, et le manuscrit persan n° 173.

[2] *Traité des instruments astronomiques des Arabes* d'Aboul Hhassan Ali, de Maroc, traduit par J. J. Sédillot, et publié par L. Am. Sédillot, 2 vol. in-4°, Imprimerie royale, 1834-1835; voyez aussi notre introduction à cet ouvrage, p. 3.—Le mémoire dont nous venons de faire mention (note 1) doit servir de complément au traité d'Aboul Hhassan.

[3] *Lettre au Bureau des longitudes*, Moniteur du 28 juillet 1834. Voyez aussi nos *Nouvelles recherches pour servir à l'histoire de l'astronomie chez les Arabes* (*Nouveau journal asiatique*, 1836) : c'est dans ce dernier mémoire que nous avons revendiqué pour l'astronome de Bagdad, Aboul Wefa (998), l'honneur de la découverte de la Variation, attribuée jusqu'à présent à Tycho-Brahé (1602).—*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 27 février, 14 et 28 mars 1836.

OPUSCULES mathématiques.

des signes de Viète et l'invention du calcul infinitésimal, est devenue dans les mains des modernes l'instrument de leurs plus utiles découvertes.

L'examen d'une question encore controversée parmi les savants nous a conduit à publier ce mémoire; Montucla n'avait pas balancé à affirmer que, jusqu'à présent, rien n'autorisait à croire que les algébristes arabes eussent été au delà des équations du second degré; la lecture du manuscrit 1104 de la Bibliothèque du Roi nous fit reconnaître que cette assertion devait être rectifiée. En effet, le fragment que nous y avons trouvé [1] prouve incontestablement que les Arabes ont traité des équations cubiques. Nous avons pensé devoir faire suivre l'analyse que nous donnons aujourd'hui de ce fragment de celle de quelques autres opuscules, compris dans ce manuscrit et intéressants à différents titres; déjà nous avons fait paraître la notice de l'un de ces petits traités intitulé : *Des connues géométriques*, par Hassan ben Haithem, mort au Caire l'an 430 de l'hégire (1038 ap. J. C.) [2]. Sur les cinq autres qui restent à examiner, trois sont du géomètre Al-Singiari [3], Ahmed ben Mohammed ben Abd-al-Gélil, que Montucla cite [4] sous le nom

[1] *Nouveau Journal asiatique*, mai 1834.

[2] Notice du *Traité des connues géométriques* de Hassan-ben Haithem (*Nouveau Journal asiatique*, mai 1834). — *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 28 mars 1836. — M. de Hammer-Purgstall a bien voulu nous apprendre qu'il avait découvert dans l'*Histoire des médecins* d'Ebn (Abou) Ossaïbah la biographie d'Hassan ben Haïthem, avec la liste de quatre-vingt-huit de ses ouvrages. La Bibliothèque du Roi ne possède qu'un exemplaire très-incomplet du traité d'Ossaïbah, qui vivait en 1319; nous saisissons avec empressement cette occasion de remercier M. de Hammer de la notice qu'il a eu la bonté de nous adresser sur Aboul Wéfa; cette notice, dont nous parlerons ailleurs, est extraite de l'*Histoire des philosophes* d'Ebn-al-Kofti, ouvrage que nous ne connaissons pas à Paris.

[3] D'Herbelot parle sans doute de cet auteur, lorsqu'il rapporte que *Sangiari* est le surnom d'Abou-Said Ahmed ben Abd-al-Gélil *Mohammed*, auteur du livre intitulé : *Ahkam alaschar men ketab alnogioum*, et d'un autre qui porte le titre d'*Ekhtiarat*; ce sont, dit-il, deux manuscrits astrologiques. *Biblioth. orient.*, p. 757.

[4] Montucla, *Histoire des mathématiques*, tome I^er^, p. 374.

OPUSC[ULES] math[éma]tiq[ues].

d'*Assingiari* ou *Al-Singiar*, comme l'auteur d'un *Traité sur les sections coniques* [1] et d'un manuscrit intitulé : *Responsa mathematica*.

Dans l'un de ces trois opuscules, *Règles géométriques* تحصيل القوانين الهندسية, Al-Singiari renvoie à deux ouvrages de sa composition, le premier intitulé : *Notes géométriques* تعليقات هندسية [2], le second, *Des propriétés de l'ellipse* كتاب في خواصّ القطع الناقص; les deux derniers sont : 1° un *Traité des lignes menées d'un ou de plusieurs points donnés à des cercles donnés*, 2° une *Réponse à des questions qui lui sont proposées sur le livre des Lemmes d'Archimède* [3].

Le manuscrit 1104 se trouve complété, par un *Fragment de l'Epitome de l'imam Muzhaffer-al-Isferledi* sur les éléments d'Euclide, et par un Fragment qu'on peut supposer d'Averroës (Aboul-Walid Mohammed) sur la trigonométrie sphérique,

[1] La bibliothèque de Leyde possède le traité de Ahmed ben Gélil sur les *Sections coniques*; il est intitulé : رسالة لاحمد بن خليل الجرى فى رسم المقاطع المخروطيّة, Ahmed ben Ghalil Sugiureus *De conicarum sectionum descriptione*, n° 1098 du catalogue de 1716.

[2] Le sens du mot تعليقات ou تعاليق est expliqué dans les notes sur Abd-Allatif; il signifie proprement *des notes mises par écrit à la hâte*; voyez Silvestre de Sacy, *Relation de l'Égypte*, page 485. D'Herbelot dit (*Bibliothèque orientale*, page 848) qu'il y a plusieurs *Tâlikat*, qui sont comme des suites et dépendances des matières déjà traitées par d'autres auteurs. Al-Singiari renvoie souvent à ses تعليقات هندسية pour les démonstrations, et nous avions cru d'abord devoir traduire ces deux mots par : *Corollaires géométriques*.

[3] On ne peut guère douter aujourd'hui que le livre des *Lemmes* ne soit d'Archimède; MM. Greaves et Foster le firent connaître les premiers en 1659 sous le titre de *Lemmata Archimedis*, en le traduisant de l'arabe; et Alphonse Borelli le publia de nouveau en 1661, également d'après l'arabe et avec les notes de deux de ses commentateurs, l'un nommé Al-Mochtasso Aboul-Hassan, et l'autre Abou Sahal-al-Cuhi. Voyez Montucla, tom. I^er^, pag. 237. L'article suivant de la Bibliothèque orientale de D'Herbelot confirme cette dernière indication : « *Ketab maakhoudhat fi ossoul* « *al-hendassah li Arschemides* : titre d'un livre « de géométrie d'Archimède, traduit du « grec en arabe par Thabeth ben Corrah, « avec un commentaire d'Aboul-Hassan Ali « ben Ahmed-al-Nessoui avec quinze figures « qui ont été dressées par Nassir-eddin-al-« Thoussi. Il y a aussi un discours sur le « même ouvrage, de Sohaïl-al-Caouni, in-« titulé : *Teziin ketab Arschemides fil-maa-* « *khoudhat*. » D'Herbelot, p. 977.

Thabit ben Corrah vivait au III^e^ siècle de l'hégire (221-288 de l'hégire, 835-900 ap. J. C.), et Nassir-eddin Thoussi au VII^e^ (597-672 de l'hégire, 1200-1273 après J. C.).

assez important en ce qu'il peut donner l'époque de l'introduction des propositions qui y sont présentées. Averroës vivait en 1180 ap. J. C. (576 de l'hégire).

I. FRAGMENT D'UN TRAITÉ D'ALGÈBRE OU L'ON TRAITE DES ÉQUATIONS CUBIQUES.

L'auteur de cet ouvrage ne se nomme point; mais comme il le dédie à un grand juge, قاضي القضاة الامام السيّد ابي طاهر, il ne serait pas tout à fait impossible, d'après cette circonstance, d'avoir la date approchée de sa composition.

L'auteur y définit l'algèbre الجبر والمقابلة un art savant qui traite des nombres absolus et des grandeurs d'une manière telle, que les quantités inconnues, étant jointes à une chose connue, peuvent être déterminées, la chose connue étant une quantité ou un rapport.

Il remarque ensuite que, dans leur art, les algébristes ont coutume de nommer *chose* شي (la *cosa* des Italiens) l'inconnue à déterminer; *produit* ou *carré* مال (*censo*), la *cosa* multipliée par elle-même; *cube* كعب (*cubo*), le produit du *censo* par la *cosa*; le *carré-carré* مال مال (*il censo di censo*), le produit du *censo* par lui-même; le *carré-cube* مال كعب (*il censo di cubo*), le produit du *censo* par le *cubo*; le *cube-cube* كعب كعب (*il cubo di cubo*), le produit du *cubo* par lui-même, etc., ou en d'autres termes :

1re puissance — chose.
2e . . . . — carré.
3e . . . . — cube.
4e . . . . — carré-carré.
5e . . . . — carré-cube.
6e . . . . — cube-cube.

Ceci, comme on le voit, est en tous points contraire à l'opinion de Wallis, qui prétend que les Arabes ont adopté, dans la dénomination des puissances مراتب, un système différent de celui de Diophante [1].

L'auteur prévient ensuite qu'on ne peut entendre son ouvrage رسالة qu'autant qu'on connaît les *Éléments* d'Euclide et son traité des *Data* الكتاب اقليديس في الاصول وكتابه في المعطيات et les deux (premiers) livres des Coniques d'Apollonius ومقالتين من كتاب ابلونيوس في المخروطات, parce que tout ce qu'il dira est fondé sur les principes énoncés dans ces trois ouvrages; et après avoir fait observer qu'il ne considère que quatre ordres de quantités : les nombres absolus عدد, les côtés ou racines جذر, les carrés et les cubes, et qu'on ne peut concevoir en dimensions de carré-carré, il dit qu'on ne trouve dans les livres des algébristes qui l'ont précédé que la solution des équations المعادلات des trois premiers ordres, savoir en nombres absolus, en côtés et en carrés; mais que, quant à lui, il donnera des règles pour déduire l'inconnue dans chacun des quatre ordres, et qu'il se servira des propriétés du cercle بخواصّ الدائرة exposées dans les *Éléments* et les *Data*, et, à leur défaut, des propriétés des sections coniques بخواصّ القطوع المخروطيّة exposées dans les deux premiers livres d'Apollonius.

Il divise en deux espèces les équations entre les quantités des quatre ordres, les équations simples معادلات مفردات et les équations composées مقترنات, et passe à leur énumération.

Selon lui, les équations simples ou binaires sont au nombre de six (nous les donnerons avec nos signes pour simplifier):

1re $x - n = 0$
2e $x^2 - n = 0$
3e $x^3 - n = 0$

[1] Voyez Montucla, *Histoire des mathématiques*, t. Ier, p. 382.

$4^{e}\ x^2 - mx = 0$
$5^{e}\ x^3 - mx^2 = 0$
$6^{e}\ x^3 - mx = 0$

La quatrième et la cinquième se réduisant, comme il le fait observer, à la première; la sixième à la seconde; et la troisième ne pouvant être résolue en nombres que par l'*istikra* بالاستقرا من حيث العدد [1], et par la géométrie, qu'au moyen des sections coniques ومن حيث الهندسية بالقطوع المخروطيّة.

Il continue : les équations composées sont de deux sortes, les *ternaires* et les *quaternaires* (ou si l'on veut *trinomes* et *quadrinomes*) واما المقرنات فمنها ثلاثية ومنها رباعيّة.

Il y a douze espèces de *ternaires :*

$1^{re}\ x^2 + mx - n = 0$ [2]
$2^{e}\ x^2 - mx + n = 0$
$3^{e}\ x^2 - mx - n = 0$

Celles-ci sont traitées dans les livres d'algèbre et expliquées par des constructions géométriques, mais non pas arithmétiquement. Les trois suivantes qui sont regardées comme leurs homogènes sont :

$4^{e}\ x^3 + mx^2 - nx = 0$
$5^{e}\ x^3 - mx^2 + nx = 0$
$6^{e}\ x^3 - mx^2 - nx = 0$

Les six autres sont :

$7^{e}\ x^3 + mx - n = 0$
$8^{e}\ x^3 - mx + n = 0$

[1] *Istikra* signifie le cas où l'on ne peut prouver la vérité d'une proposition générale qu'en parcourant tous les cas particuliers auxquels elle est applicable; l'auteur se sert de cette expression dans le sens de *déduction* ou *extraction.* — La définition du mot الاستقرا se trouve dans l'Extrait que M. le baron Silvestre de Sacy a donné du كتاب التعريفات ou *Livre des Définitions.* Voyez *Notices et Extraits des Manuscrits*, tome X, page 42.

[2] Carré et racine égalent nombre, etc.

OPUSCULES mathématiques.

$9^{e}\ x^3 - mx - n = 0$
$10^{e}\ x^3 + mx^2 - n = 0$
$11^{e}\ x^3 + mx^2 + n = 0$
$12^{e}\ x^3 - mx^2 - n = 0$

La forme seule de ces six dernières équations est exposée dans les livres des algébristes; mais nous les démontrerons par des constructions géométriques, ne le faisant pas arithmétiquement.

Les quaternaires qui sont au nombre de sept se divisent en deux classes : la première comprend les (quatre) cas où il y a trois ordres de quantités égaux à un seul [1], savoir :

$1^{re}\ x^3 + mx^2 + nx - a = 0$ [2]
$2^{e}\ x^3 + mx^2 - nx + a = 0$
$3^{e}\ x^3 - mx^2 + nx + a = 0$
$4^{e}\ x^3 - mx^2 - nx - a = 0$

La seconde classe comprend les (trois) cas où deux ordres sont égaux à deux autres :

$5^{e}\ x^3 + mx^2 - nx - a = 0$ [3]
$6^{e}\ x^3 - mx^2 + nx - a = 0$
$7^{e}\ x^3 - mx^2 - nx + a = 0$

Telles sont les sept quaternaires pour lesquelles nous n'avons pu trouver la chose شي, *la cosa*, que par des moyens géométriques.

L'auteur passe ensuite à la solution de chacune des vingt-cinq équations rapportées ci-dessus.

[1] On lit dans le manuscrit : وهو الاول ما يكون فيه ثلث مرّات معادلة الواحدة Il faut lire, comme nous le faisons, مراتب.

[2] Cube, carré et racine égalent nombre.

[3] Cube et carré égalent racine et nombre, etc.

OPUSCULES mathématiques.

ÉQUATIONS BINAIRES. — Ire ÉQUATION.

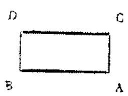
$x - n = o$ racine égale nombre.

الصنف الاول من المفردات جذر يعدل عدد

Dans ce cas, la racine est nécessairement connue et la règle est la même pour le nombre et pour l'étendue المساحات.

IIe ÉQUATION.

$x^2 - n = o$ carré égale nombre ;



arithmétiquement من جهة العدد, par extraction بالاستقرا ; géométriquement من جهة الهندسية, prenez une ligne AB supposée égale au nombre donné, et que AC soit l'unité et perpendiculaire à AB, terminez le rectangle AD, il est évident معلوم que l'étendue de sa surface sera exprimée par le nombre donné; faites un carré E égal en surface au rectangle AD, comme l'a expliqué Euclide dans la 14e proposition du second livre de son Traité des éléments, le carré E sera égal au nombre donné, et comme il est connu, son côté le sera aussi d'après la démonstration d'Euclide, ce qui est la chose demandée.

IIIe ÉQUATION.

$x^3 - n = o$

arithmétiquement, par extraction; géométriquement, prenez un carré AD, etc. La fin de la solution est renvoyée à l'un des articles suivants, à cause de l'emploi des sections coniques.

IVe, Ve ET VIe ÉQUATIONS.

$x^2 - mx = o \quad x^3 - mx^2 = o \quad x^3 - mx = o$

arithmétiquement et géométriquement.

ÉQUATIONS TERNAIRES ET QUATERNAIRES.

Les six premières sont résolues arithmétiquement et géométriquement; après quoi, l'auteur fait observer que les solutions géométriques des six autres exigent l'emploi des sections coniques, comme la troisième des binaires, et qu'il en est de même des sept quaternaires. Mais avant de passer à la solution de ces quatorze équations, il donne celle des trois questions suivantes :

1° Insérer deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données نريد ان نجد خطين بين خطين ليتوالى الاربعة متناسبة.

2° Construire sur un rectangle donné un parallélipipède rectangle égal à un solide donné نريد ان نعمل على قاعدة $\overline{\text{مح}}$ مجسما متوازى السطوح قائم الزوايا مساويا لمجسم ا ب ح ى ه etc.

3° Construire un solide dont la base soit un carré et la hauteur égale à une ligne donnée, et qui soit en même temps égal à un solide donné نريد ان نعمل مجسما قاعدته مربع و ارتفاعه مثل $\overline{\text{ةط}}$ المفروض يكون مساويًا لمجسم $\overline{\text{اح ى}}$ etc.

Il reprend alors la troisième des binaires à laquelle il applique la solution des deux moyennes proportionnelles par deux paraboles, et passe aux treize autres équations, lesquelles, ainsi que la précédente, sont du troisième degré, et qu'il ne se propose de résoudre que géométriquement.

La première, qui est la septième des ternaires, est de la forme $x^3 + mx - n = o$.

L'auteur la résout par une construction où il emploie le cercle et la parabole.

C'est à la fin de cette solution que la copie se trouve interrompue, n'ayant pas été achevée par le copiste qui a même omis les figures des trois dernières constructions.

OPUSCULES mathématiques.

Quoi qu'il en soit, ce petit traité montre d'une manière incontestable que les Arabes ont connu les équations cubiques, ce dont Montucla doutait encore. Voyez tome Ier de son *Histoire des mathématiques*, page 383.

Peut-être en retrouvera-t-on une copie entière et complète dans quelqu'un de nos manuscrits ou dans un de ceux de quelque autre bibliothèque; celle de Leyde en possède un intitulé : *Algèbre des équations cubiques* par Omar ben Ibrahim, qui pourrait avoir quelque rapport avec celui-ci; mais jusqu'à présent nous n'avons pu en acquérir la certitude.

II. RÉPONSE DE AL-SINGIARI AUX DEMANDES QUI LUI ONT ÉTÉ FAITES SUR LA SOLUTION DE PROPOSITIONS TIRÉES DU LIVRE DES LEMMES D'ARCHIMÈDE.

رسالة احمد بن محمد بن الجليل في الجواب عن المسايل التى سيل في حل الاشكال المأخوذة من كتاب المأخوذات لارشميديس

Cet opuscule commence ainsi :

« J'ai reçu votre lettre qui contient des questions sur des propositions dont vous me demandez la solution; j'aurais beaucoup de plaisir à vous les expliquer; mais j'ai reconnu qu'elles sont tirées du livre d'Archimède intitulé : *Des Lemmes*, et que leurs démonstrations sont dans ce livre telles que les a données son auteur. Je puis cependant vous être à ce sujet de quelque utilité ; car je me suis spécialement occupé de plusieurs propositions qu'Archimède n'a pas traitées complétement; mais pour toutes celles qu'il a développées, je vous renvoie à son livre, n'ayant rien de mieux à dire, etc. »

Voici l'énoncé des propositions :

Prop. 1re. Étant donnés deux arcs de cercle tangents et deux lignes parallèles menées des deux centres à l'une des extrémités de chaque arc, les deux lignes menées du point de tangence à ces extrémités auront la même direction.

Prop. 2. Étant donné un cercle ABD, si on mène le diamètre AB, la tangente BC, la ligne ADC et la tangente DE, je dis que EB = EC.

Prop. 3. Étant donné l'arc S'SG, sur la corde S'G, je prends S'KS, que je divise en deux parties égales en K; je mène S'K, KS, SG; je prends KA = KS' et je dis, comme l'auteur, AG = SG.

Prop. 4. Si dans un demi-cercle on construit deux demi-cercles tangents, on a la figure nommée *salianous* ساليئوس, laquelle est égale au cercle qui a pour diamètre قطر la perpendiculaire menée du point de tangence (des deux demi-cercles inscrits) à la circonférence extérieure.

Prop. 5. Étant donné un demi-cercle GS', je marque sur le diamètre un point quelconque K et je trace sur le diamètre les deux demi-cercles GK, KS'; cela étant, si l'on mène KK' perpendiculaire au diamètre, et que l'on construise de chaque côté de cette ligne un cercle qui soit tangent à elle et au demi-cercle correspondant, les deux cercles ainsi décrits seront égaux.

Prop. 6. Soit un demi-cercle GS' et soit marqué sur son diamètre un point K, tel que $KS' = \frac{3KG}{2}$ وكان زى مرة ونصف مثل ى ص; sur les deux lignes GK et KS′ décrivez deux demi-cercles, et dans l'espace compris entre les trois circonférences faites un cercle tangent à toutes trois, et menez le diamètre K′A parallèle à GS′ : on demande le rapport de K′A à GS′.

OPUSCULES mathématiques.

Fig. 7. *Prop.* 7. Si dans un cercle donné on inscrit un carré et dans ce carré un autre cercle, le premier sera double du second.

Fig. 8. *Prop.* 8. Sur la trisection de l'angle.

Fig. 9. *Prop.* 9. Étant données deux cordes qui se coupent à angle droit dans un cercle, les sommes des arcs opposés sont égales.

Fig. 10. *Prop.* 10. Étant donné un cercle GAK′, je mène les tangentes S′G, S′K′ et la sécante S′K, je mène K′A parallèle à S′K, je joins AG et je mène SH perpendiculaire sur AK′, et je dis que AH = HK′.

Fig. 11. *Prop.* 11. Lorsque deux cordes se coupent en un cercle dans un point autre que le centre, la somme des carrés des quatre segments est égale au carré du diamètre.

Fig. 12 et 13. *Prop.* 12. Étant donné un demi-cercle, sur son diamètre GK je mène du point S′ deux tangentes au cercle S′K′, S′A; je joins K′K et AG qui se coupent au point B, et je mène S′BS, laquelle est perpendiculaire à KG.

Fig. 14. *Prop.* 13. Si dans un cercle on mène le diamètre AB et la corde EG, et qu'on abaisse sur la corde les deux perpendiculaires AH et BT, les deux lignes EH et TG seront égales.

Prop. 14. Étant donné un cercle ABC, menez les deux diamètres AC, BD qui se coupent à angle droit, décrivez autour du centre E le demi-cercle GHT; sur BG le demi-cercle BKG, et sur DT le demi-cercle DLT. Je dis que le cercle décrit sur CH (comme diamètre) sera égal à la surface ABKGHTLDA, qu'on nomme *salinoune* السلينون.

Prop. 15. Cette proposition est la dernière du Traité; Al-Singiari nous apprend qu'il l'a résolue sur la demande de quelques géomètres du Khorasan بعض مهندسي خراسان.

Étant donné un cercle DKS′, je mène KG côté du pentagone inscrit وتر المخمس, et KV côté du décagone inscrit وتر المعشر; je prolonge KV et S′G jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en A, et je mène VS′ et SH perpendiculaire sur AS′; je dis que AH est égale au rayon نصف القطر.

III. QUELQUES RÈGLES GÉOMÉTRIQUES PAR AL-SINGIARI.

تحصيل القوانين الهندسيّة المحدودة لاحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزى (السنجرى)

Ce petit traité comprend onze propositions :

Prop. 1re. Étant donnée une ligne AB et décrits sur cette ligne un demi-cercle et deux arcs opposés (à deux angles dont l'un soit obtus et l'autre aigu), savoir ACB, ADB et AEB; les deux arcs étant tels que les deux angles opposés soient ensemble égaux à deux droits;

Prolongez le diamètre des deux côtés, de manière que AG = BH, et prenez aussi AT = BK; puis menez par les points

18.

OPUSCULES mathématiques.

GATKBH, à la demi-circonférence ACB, les lignes GC, AC, TC, KC, BC, HC; prolongez HC vers E et menez AE, AD; je dis que la somme des deux carrés مجموع مربعي de AC et de BC sera égale au carré de AB, et que la somme des deux carrés de TC et KC sera égale à la somme de deux lignes quelconques menées des deux points T et K à la demi-circonférence ACB, et que la somme des deux carrés de GC et HC sera égale à la somme des carrés de deux autres lignes quelconques menées des points G et H à la demi-circonférence ACB; que la somme des carrés de AD et DB sera égale au carré de AB, moins le produit de BD par DE; et que la somme des carrés de AE et BE sera égale au carré de AB, plus le produit de BE par DE. *Démonstration :* Quant à l'égalité du carré de AB aux deux carrés de AC et BC, cela provient de ce que l'angle ACB est droit; quant à l'égalité des carrés des deux lignes TC et CK et de GC et CH aux carrés de deux autres lignes menées des points T et K, et G et H à la demi-circonférence, nous l'avons démontrée dans nos *Notes géométriques* في كتابنا في تعليقات هندسية[1]; nous y avons aussi démontré que le carré de AB surpasse les deux carrés de AD, DB du produit de BD par DE, et que ce même carré de AB est moindre que la somme des carrés de AE et BE du produit de BE par ED.

Fig. 18.

Prop. 2. Proportions remarquables qui résultent de la construction suivante :

Du point F, comme centre, décrivez les trois cercles ATB, EOG, CND, et le diamètre du plus grand cercle, AB; je dis que si les lignes menées de A et B à la circonférence du cercle

[1] Voyez plus bas, page 129, note 2. — On reconnaît par là, et par les autres démonstrations que l'auteur renvoie à plusieurs de ses ouvrages, que ce traité est vraiment, comme celui qui précède, une lettre adressée à quelques personnes qui lui demandaient la solution de ces diverses questions.

ATB coupent la circonférence EOG, et si les lignes menées de D et C coupent la circonférence CND, comme par exemple si l'on mène BT, BH et DK, DL, on aura BO × OT = BS × SH et DL × LN = DK × KM ? بح في عط يعدل بس في سح ودل في لن يعدل دك في كم.

Prop. 3. Étant donnés sur la circonférence d'un cercle deux points A et B, joignez ces deux points par une droite; par le point A menez AC tangente au cercle et AD, de manière que l'angle BAD égale l'angle BAC; toute ligne menée de B sur AD sera coupée par l'arc AB, et le produit de la ligne entière par sa partie intérieure donnera toujours le même résultat et sera égal au carré de AB.

Prop. 4. Le point A étant 1° hors du cercle, 2° dans le cercle :

1° Les deux sécantes seront réciproquement proportionnelles à leur partie extérieure;

2° Les deux cordes se couperont en parties réciproquement proportionnelles.

Prop. 5. Si deux cercles sont tangents en un point A et que par ce point on mène deux lignes dans les deux cercles, les parties de chaque ligne comprises dans ces deux cercles seront directement proportionnelles.

Prop. 6. Si par un point donné hors d'un cercle on mène deux tangentes à ce cercle et qu'on joigne les deux points de tangence par une droite, toute ligne AD menée du point A donnera la proportion AD : AG : : DE : EG.

Prop. 7. Si l'on divise le grand axe de l'ellipse قطر الطول

OPUSCULES mathématiques.

القطع الناقص en trois parties telles que le produit de deux de ces parties contiguës par la troisième placée à l'extrémité du diamètre soit égal au carré du demi petit axe مربع نصف قطره الاصغر, la somme des deux lignes menées de chaque point de division à un point quelconque de l'ellipse sera égale au grand axe.

Fig. 26 et 27. *Prop.* 8. Soit ACB une ellipse et un cercle dont le grand axe est AB et le petit axe CD; si l'on prend AB : CD : : CD : BE, qu'on mène BE perpendiculaire à AB et qu'on joigne AE, toute perpendiculaire comme HT menée d'un point de la circonférence de l'ellipse ou du cercle sur le diamètre et prolongée jusqu'à la ligne AE en G donnera TG×TB, et on aura TH : CL : : TG×TB : LM×LB. Ceci se fonde sur les propriétés élémentaires de l'ellipse, et l'auteur ajoute qu'il en a donné la démonstration dans la 72^e proposition de son traité des propriétés de l'ellipse وقد بيّنا ذلك في الشكل الثاني والسبعين من كتابنا في خواصّ القطع الناقص.

Fig. 28. *Prop.* 9. Trouver la circonférence d'un cercle lorsqu'on a deux droites menées de deux points donnés à un point quelconque de cette circonférence, et que le rapport de ces deux droites est connu.

Fig. 29. *Prop.* 10. Étant donné le cercle ACBD et les deux points A et B sur sa circonférence; si l'on divise l'arc ADB en deux parties au point D, qu'on joigne AB et qu'on mène AC, BC, DC, le rapport de AC à BC sera égal au rapport de AE à BE. Cette proposition est incomplétement traitée dans Euclide.

Fig. 30. *Prop.* 11. Étant menées à un cercle donné deux tangentes parallèles et deux autres lignes des points de tangence à la

circonférence du cercle, prolongées jusqu'à ce qu'elles rencontrent les deux tangentes, le diamètre sera moyen proportionnel entre les deux parties interceptées des tangentes; et si par un point quelconque d'une des tangentes on mène une autre tangente au cercle prolongée jusqu'à la seconde tangente parallèle, le rayon sera moyen proportionnel entre les deux parties interceptées des tangentes parallèles et le diamètre.

L'auteur fait observer qu'il a démontré ces propositions dans ses تعليقات هندسيّة [1].

IV. OPUSCULE D'AL-SINGIARI SUR LES LIGNES MENÉES DANS DES CERCLES DONNÉS PAR DES POINTS DONNÉS.

رسالة لاحمد بن محمد بن عبد الجليل في اخراج خطوط في الدوائر الموضوعة من النقط المعطاة

Ce petit traité contient treize questions :

Prop. 1. Étant donné un cercle dont le centre est connu et dans ce cercle un point, mener par ce point une droite terminée par les deux extrémités à la circonférence, et divisée au point donné en deux parties qui soient entre elles comme deux lignes données.

Prop. 2. Par un point donné dans un cercle, faire passer une corde divisée en ce point, de manière que la somme des carrés de ses deux parties soit égale à une surface rectangulaire donnée.

[1] Voyez plus bas, page 129, note 2.

OPUSCULES mathématiques. Fig. 33. *Prop.* 3. Par un point donné dans un cercle, mener une corde égale à une ligne donnée plus petite que le diamètre.

Fig. 34. *Prop.* 4. Par un point donné dans un cercle, faire passer une droite telle que le rapport du carré de l'une de ses parties au carré de l'autre partie soit égal au rapport de deux lignes données.

Fig. 35. *Prop.* 5. Par un point donné hors d'un cercle, mener une droite divisée par la circonférence, de manière que le rapport de la partie extérieure à la partie intérieure soit égal à celui de deux lignes données.

Fig. 36. *Prop.* 6. Par un point donné hors d'un cercle, mener à ce cercle une droite telle que le carré de la ligne entière et le carré de la partie extérieure égalent une surface donnée.

Fig. 37. *Prop.* 7. Par un point donné hors d'un cercle, mener à ce cercle une droite qui soit divisée par la circonférence en deux parties telles que l'une de ces parties soit égale à une ligne donnée.

Fig. 38. *Prop.* 8. Par un point donné hors d'un cercle, mener une droite divisée par la circonférence en deux parties telles que leur produit ضرب soit égal à une surface donnée.

Fig. 39. *Prop.* 9. Par les deux extrémités du diamètre d'un cercle donné, mener deux cordes qui se coupent respectivement selon deux rapports donnés.

Fig. 40 et 41. *Prop.* 10. Étant donnés deux points sur la circonférence

d'un cercle et deux rapports, mener par les deux points donnés deux lignes qui se rencontrent et soient coupées par la circonférence de ce cercle, suivant les deux rapports donnés.

Soit le cercle ABC, les deux points A et C sur la circonférence, les deux rapports DH : HZ et H'T' : T'K, etc.

Prop. 11. Mener de deux points donnés A et B sur la circonférence d'un cercle deux lignes qui se rencontrent en un point, et dont le rapport soit égal à un rapport donné; puis diviser la droite qui joint ces deux points en deux parties qui soient entre elles dans le même rapport.

Prop. 12. Mener de deux points donnés sur la circonférence d'un cercle deux lignes qui se rencontrent en un point de cette circonférence, et qui soient telles que leur produit soit égal à une surface donnée.

Prop. 13. Mener par deux points donnés sur la circonférence d'un cercle deux lignes qui se rencontrent en un point de cette circonférence, et qui soient telles que la somme de leurs carrés soit égale à une surface donnée [1].

[1] Le manuscrit porte que ces opuscules d'Al-Singiari ont été achevés au mois de schawal de l'année 539 de l'hégire (1144 de J.C.). C'est, sans doute, la date de la copie.

OPUSCULES mathématiques.

V. QUATORZIÈME LIVRE DE L'ÉPITOME DE L'IMAM MUZHAFFER-AL-ISFERLEDI SUR LES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

المقالة الرابعة عشر من اختصار الامام المظفر الاسفرلدى لاصول اقليدس

Ce *Mekalat* comprend onze propositions et répond au 14e livre des Éléments d'Euclide, qui n'en contient que sept.

Fig. 46. *Prop.* 1. Étant donné un cercle ABC, dont le centre est en D, ADG le diamètre, GB la corde du 10e, BC la corde du 5e; je dis que la perpendiculaire DE est la moitié de la somme de DG + GB.

Fig. 47. *Prop.* 2. Les mêmes choses étant données, et de plus AB la corde d'un angle intérieur du pentagone مخمس; je dis que la somme des carrés de AB et BC égale cinq fois le carré de DG (du rayon).

Fig. 48 et 49. *Prop.* 3. Soit AB le diamètre d'une sphère قطر كرة; la base du dodécaèdre inscrit قاعدة ذى اثنى عشر قاعدة, le pentagone CDEGH; et la base de l'icosaèdre inscrit قاعدة ذى العشرين قاعدة, le triangle TKL; si l'on inscrit ces deux bases en deux cercles dont l'un ait pour demi-diamètre IC et l'autre pour demi-diamètre OL, je dis que les deux cercles sont égaux.

Fig. 50. *Prop.* 4. Le pentagone ABCDE, l'une des bases (*faces*) du dodécaèdre étant inscrit en un cercle dont le centre مركز est en G, et GT étant perpendiculaire sur CD; je dis que GT, multiplié par 30 fois CD زط فى حد ثلثين مرة, est égal à la surface du dodécaèdre.

Fig. 51. *Prop.* 5. Le triangle ABC, l'une des faces de l'icosaèdre étant

inscrit à un cercle dont le centre est en D, et DE étant perpendiculaire sur BC; je dis que DE multiplié par 30 fois BC est égal à la surface de l'icosaèdre.

Prop. 6. Le rapport de la surface du dodécaèdre à celle de l'icosaèdre est égal au rapport du côté cube ضلع المكعب au côté de l'icosaèdre, lorsqu'ils sont tous inscrits à la même sphère اذا كانت كلها فى كرة واحدة.

Prop. 7. Le pentagone régulier ABCDE étant inscrit à un cercle dont le centre est en L et dont le diamètre est ATG, je mène EB corde d'un angle intérieur du pentagone et EL (rayon). Soit de plus LH moitié de AL et TK égale à deux fois KB; je dis que AH, qui est égale aux 3/4 du diamètre, multipliée par EK qui est égale aux 5/6 de EB, corde de l'angle du pentagone, est égale à la surface du pentagone.

Prop. 8. Le pentagone ABCDE et le triangle ATG étant inscrits à un même cercle dont le diamètre est ALK, et étant les deux faces des deux solides inscrits à la même sphère; je dis que le rapport du pentagone ABCDE, pris douze fois, au triangle ATG pris vingt fois, est égal au rapport de la ligne BE, qui est le côté du cube à la ligne TG, qui est le côté de l'icosaèdre.

Prop. 9. AB étant divisée en C en moyenne et extrême raison, G et T comprenant virtuellement يقوى على AB, AC, je dis que le rapport de G à T est comme le rapport du côté du cube au côté de l'icosaèdre inscrit à la même sphère.

Prop. 10. Le rapport du dodécaèdre à l'icosaèdre est comme

19.

OPUSCULES mathématiques. le rapport de la surface du dodécaèdre à celle de l'icosaèdre, lorsqu'ils sont inscrits à une même sphère.

Fig. 56 et 57. *Prop.* 11. AB étant divisé en C en moyenne et extrême raison, et KL en F, et la plus grande des deux parties étant AC et KF; soit CE qui comprend virtuellement AE, AC; CH qui comprend BH, BC; FN qui comprend KN, KF; et FS qui comprend LS, LF, je dis que CE : CH : : FN : FS.

VI. OPUSCULE RELATIF A LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE ATTRIBUÉ A ABOU'L-WALID.

Nous sommes porté à croire que cet Abou'l-Walid الشيخ ابو الوليد est le même qu'Averroës, qui se nommait Abou'l-Walid Mohammed Ben Roschd et qui a composé un commentaire sur l'Almageste.

L'auteur commence ainsi :

Ces propositions sont celles que j'ai ajoutées aux sphériques الى الاكر pour l'intelligence parfaite de l'Almageste; elles ont pour objet des triangles formés par des arcs dont chacun est plus petit que le demi-cercle, et qui appartiennent à de grands cercles qui se coupent sur la surface de la sphère; en quoi nous différons de Ptolémée بطلميوس, qui a considéré ces triangles comme s'ils étaient formés par des lignes droites, ainsi qu'il lui a plu de le faire.

Énoncé des propositions :

Fig. 58. *Prop.* 1re. Lorsque des cercles se coupent sur la sphère et

qu'il en résulte trois arcs, chacun plus petit qu'un demi grand cercle, si deux de ces arcs sont égaux, les deux angles adjacents à la base (le 3e côté) sont égaux.

Prop. 2. Étant donnés deux triangles sphériques formés par des arcs de grand cercle, من قسى من دواير عظام, dont chacun est plus petit que le demi grand cercle, si deux côtés de l'un de ces triangles sont égaux aux deux côtés correspondants de l'autre, chacun à chacun, et que l'angle compris entre les côtés égaux soit le même dans chaque triangle, les bases sont égales et les triangles égaux; de plus, les deux autres angles sont aussi égaux, chacun à chacun, dans les deux triangles.

Prop. 3. Étant donné un triangle مثلث dont deux côtés sont égaux, les deux angles adjacents à la base فوق القاعدة seront égaux; et si l'on prolonge les deux côtés égaux au-dessous de la base, les angles formés au-dessous seront aussi égaux.

Prop. 4. Lorsqu'un triangle a deux angles égaux, les côtés opposés à ces angles sont égaux entre eux.

Prop. 5. Lorsque des extrémités d'un arc plus petit qu'un demi grand cercle on a mené deux arcs, chacun plus petit qu'un demi grand cercle et qui se rencontrent en un point, je dis qu'on ne peut des mêmes points de départ mener du même côté deux arcs égaux aux deux premiers, chacun à chacun.

Prop. 6. Lorsque deux triangles sphériques ont les trois côtés égaux chacun à chacun, les angles opposés aux côtés égaux sont égaux entre eux.

OPUSCULES mathématiques. Fig. 64.

Prop. 7. Étant donné un arc plus petit que le demi grand cercle, et sur cet arc un point quelconque, mener par ce point un arc perpendiculaire à l'arc donné.

Fig. 65.

Prop. 8. Tout arc élevé sur un autre arc كل قوس يقوم على قوس forme ou deux angles droits ou deux angles égaux à deux droits.

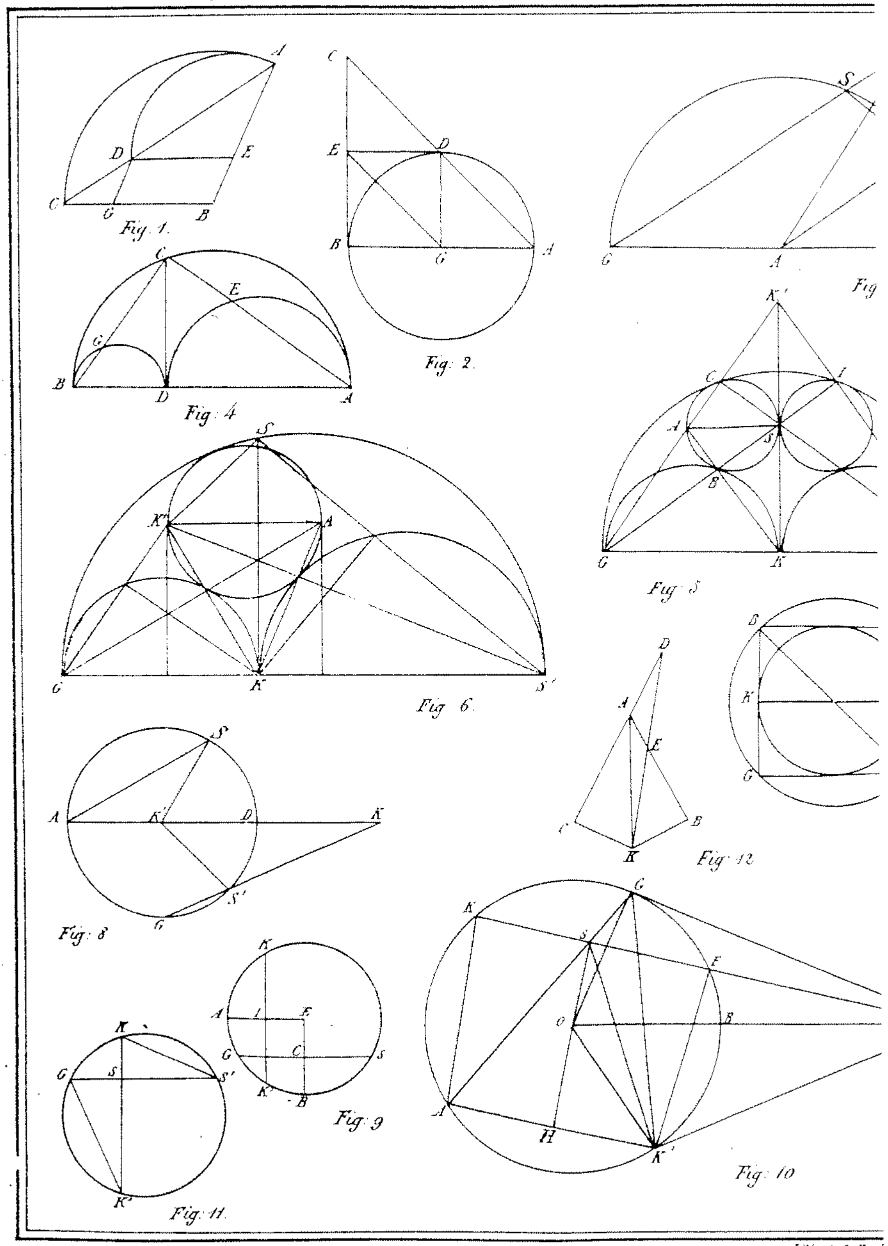
Fig. 66.

Prop. 9. Lorsque deux arcs se coupent, les angles opposés au sommet sont égaux.

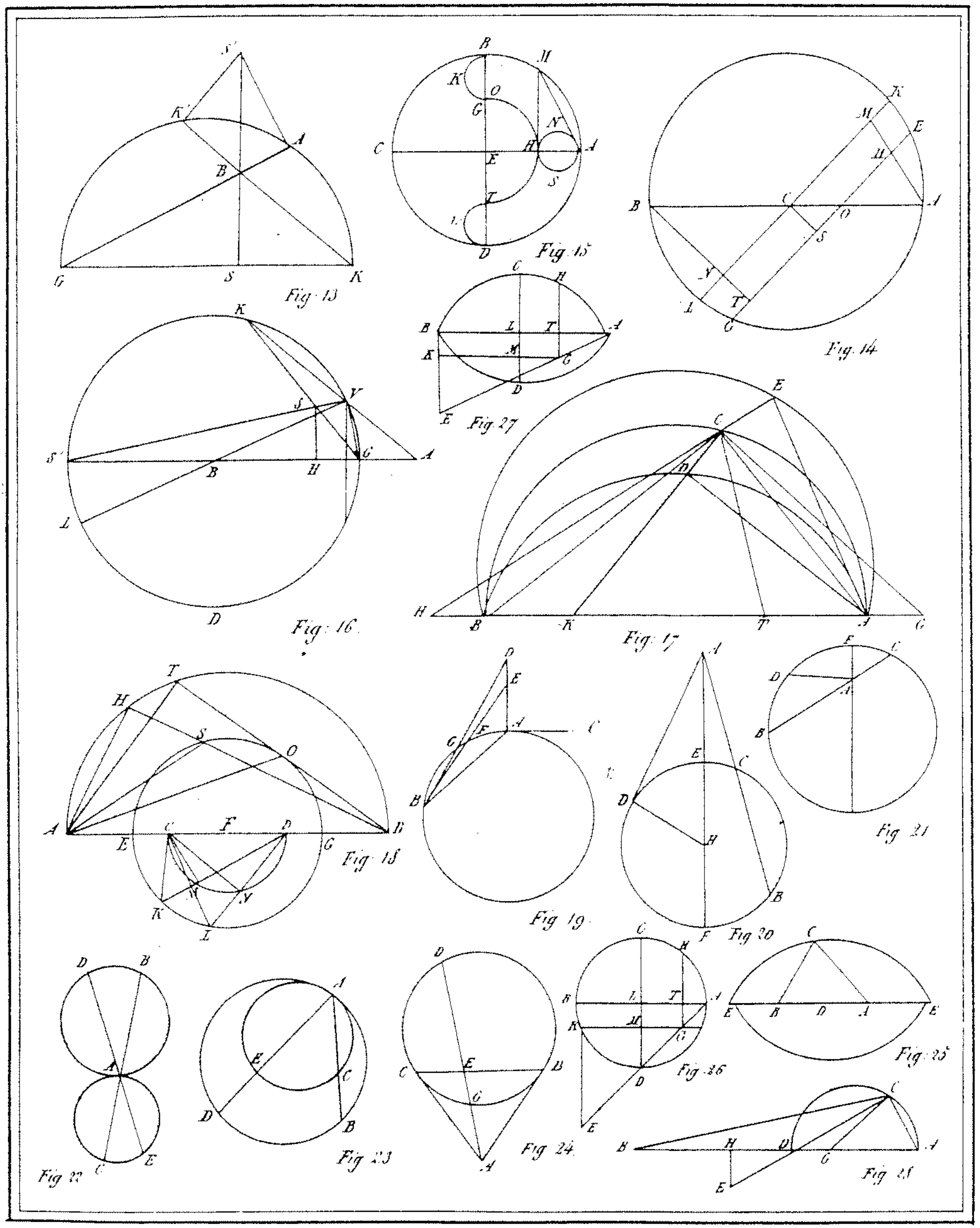
Telles sont les propositions contenues dans cet opuscule; elles complètent avec le *Traité des connues géométriques* de Hassan ben Haithem, l'indication des matières comprises dans le manuscrit arabe 1104 de la Bibliothèque du Roi.

L. AM. SÉDILLOT.

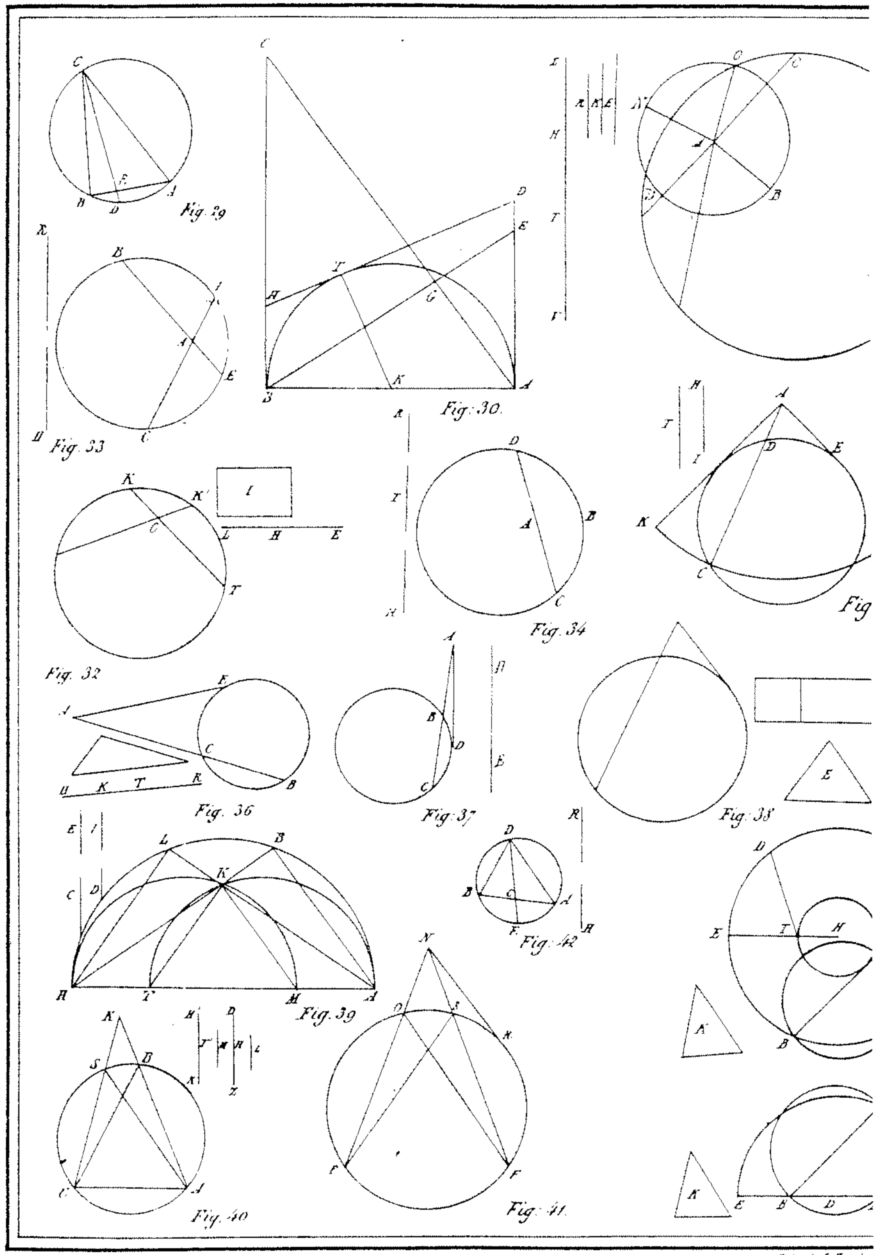
Notice du M. S. Arabe. 1104, par M. L. Am. Sédillot



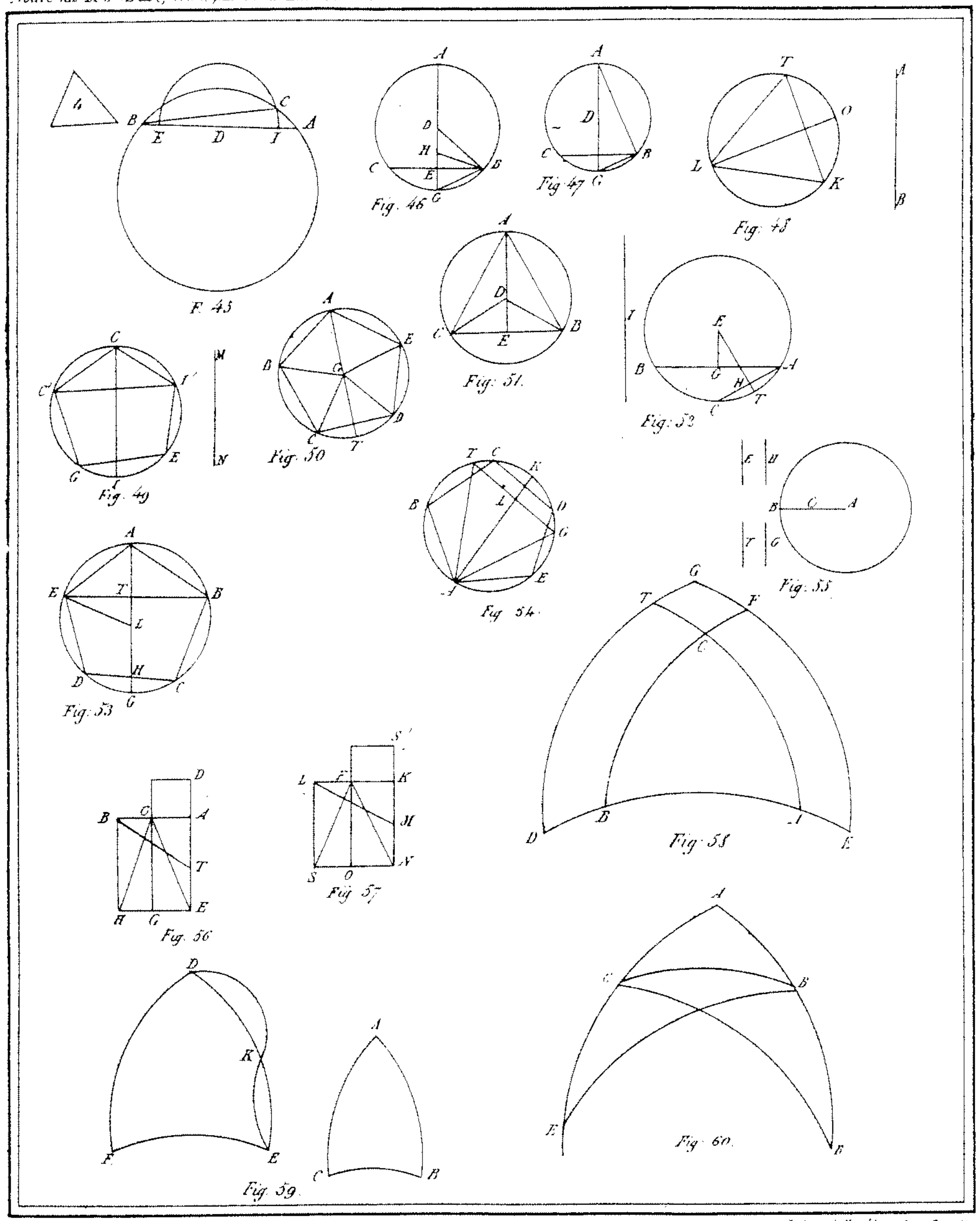
Lith. de L. Houb.



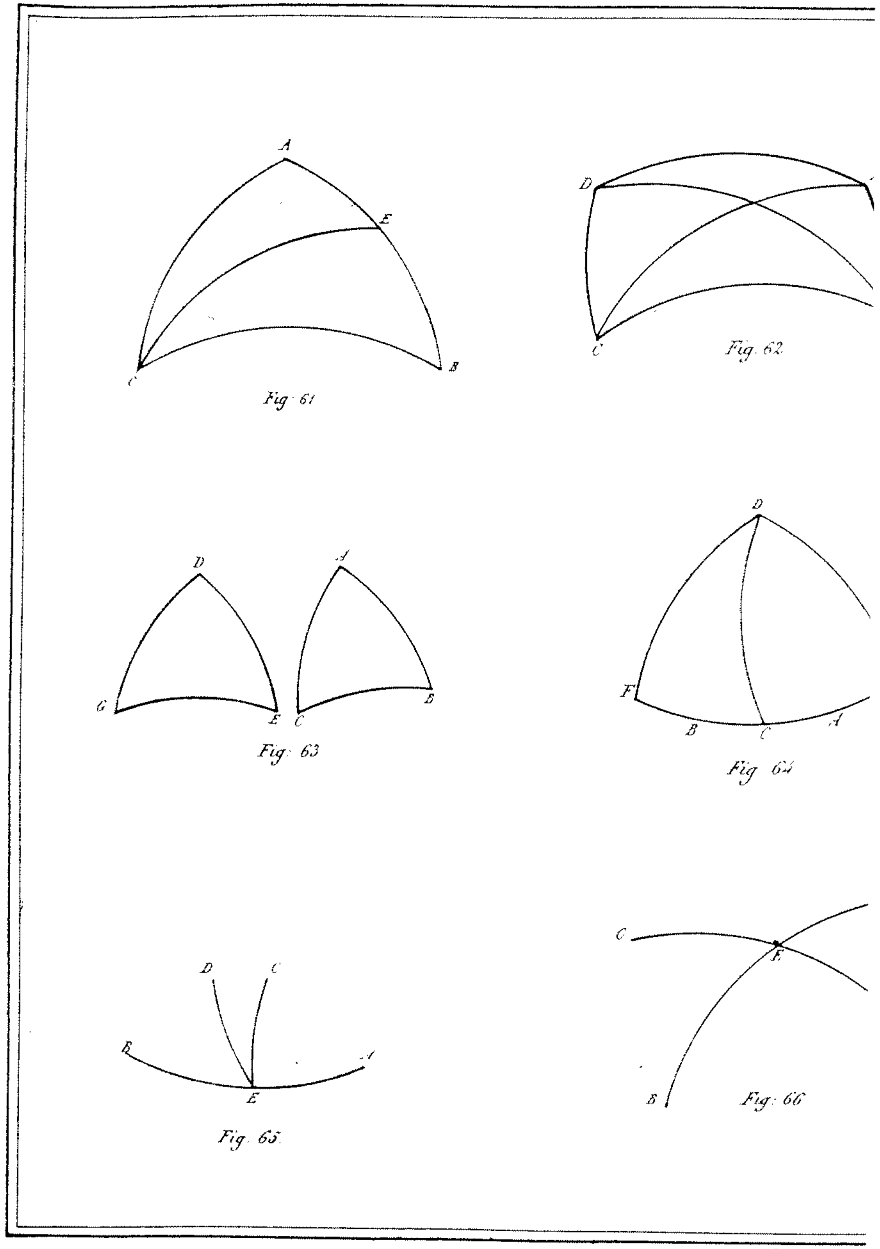
Lith. de L. Houdeau ... rue Dauphine



Lith. de L. Houdeau



Lith. de L. Houbloup, r. Dauphine



Lith. de L. Houbl.