رسالة

المسائل الهندسية

لابى نصر منصور بن على بن عراق مولى امير المؤمنين الى ابى الريحان
محمد بن احمد البيرونى المتوفى فى عشر الثلاثين واربعمائة من
الهجرة رحمه الله فى الجواب عن مسائل هندسية سأله عنها

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية بعاصمة الدولة
الآصفية الاسلامية حيدرآباد الدكن لازالت
شموس افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٦٦هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

وصلت المسائل التى قرنتها بكتابك وذكرت ان ثلثا منها قد تضمنها كتاب ابى سهل الكوهى فى البركار التام وانه احال فيها على كتابه فى احداث النقط على الخطوط على نسب السطوح فلما لم تفز بهذا الكتاب سألت بعض مهندسى زماننا عنها فاجاب مستعينا فيها بخواص القطوع ولم يطلب (١) قلبك بذلك اذ كانت هى مقدمات لاتحاد القطوع سابقة المرتبة اياها وسألتنى عملها بالاصول الهندسية والطرق الصناعية وعمل سائر المسائل المقرونة بها فأجبتك الى ملتمسك وان كانت تلك المسائل متفاوتة المراتب فى السهولة والصعوبة والله تعالى يوفق للصواب ويمين على بلوغ المحاب بمنه وسعة جوده •

المسئلة الاولى

ونحتاج اليها فى عمل القطع المكافى بالبركار التام •

نريد أن نقسم خط – اب – المفروض على نقطة – ح – حتى تكون نسبة مربع – اج – الى سطح – اب – فى – ب ج

١) كذا ولعله لم يطب – ح •

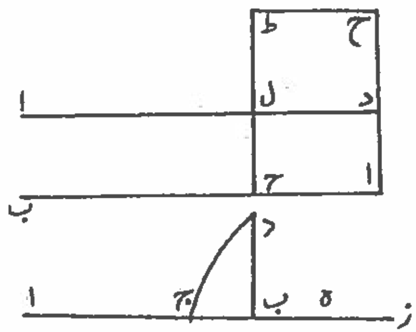
كنسبة

كنسبة مفروضة فنجعل نسبة ـ دا ـ الى ـ اب ـ كالنسبة المفروضة ونتمم متوازى ـ ادزب ـ ونضيف الى ـ اد ـ سطحا مساويا للسطح ـ ادزب ـ نريد على تمام ـ اد ـ سطحا مربعا وليكن سطح ـ اح ـ فى ـ ح د ـ ونتمم مربع ـ دح ط ل ـ ونخرجه الى خط ـ اب ـ فينتهى الى نقطة ـ ج ـ فتكون نقطة ـ ج ـ هى التى نريد .

برهانه ان سطح ـ ح ج ـ مساو لسطح ـ زب ـ فيلقى سطح ـ د ج ـ المشترك فيبقى مربع ـ ح ل ـ مساويا للسطح ـ ل ب ونسبة سطح ـ ل ب ـ الى سطح ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ كنسبة ب ج ـ المساوى لأد ـ الى ـ اب ـ ونسبة ـ ا ج ـ الى ـ اب ـ كالنسبة المفروضة فنسبة مربع ـ ا ج ـ اعنى مربع ـ ج ل ـ الى سطح ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ كالنسبة المفروضة وذلك ما اردناه (١).

فاما عملها بالطريق الصناعى فليكن الخط المفروض ـ اب ونجعل نسبة ـ زب ـ الى ـ ب ا ـ كالنسبة المفروضة ونستخرج بين ـ اب ـ ب ز ـ خط ـ ب د ـ وسطا فى النسبة ونقيمه على نقطة ـ ب ـ عمودا على ـ از ـ ثم ننصف ـ زب ـ على ـ ه ـ مثلا ونفتح رأس البركار بقدر ـ ه د ـ وندير على مركز ـ ه ـ قطعة د ج ـ فتكون نقطة ـ ج ـ هى المطلوبة وذلك ما اردنا ان نعمل .

(١) الشكل الاول .



المسائل الهندسية ص٣
شكل (١)

المسئلة الثانية

ونحتاج اليها فى عمل القطع الزائد بالبركار التام •

خط ـ اب ـ مفروض ونقطة ـ ج ـ عليه معلومة كيف نجد على استقامة هذا الخط فى جهة ـ ا ـ كنقطة ـ ز ـ حتى تكون نسبة سطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ا ـ الى سطح ـ ج ب ـ فى ـ ب ز كنسبة مفروضة •

الجواب نجعل نسبة ـ اه ـ الى ـ ب ز ـ كالنسبة المفروضة ونضيف الى ـ زه ـ المعلوم سطحا نزيد على تمامه مربعا وتكون نسبته الى مربع ـ ب ز ـ كالنسبة المفروضة وليكن سطح ـ ز ج فى ـ ج ـ فتكون نقطة ـ ج ـ هى المطلوبة •

برهانه ان نسبة ـ اه ـ الى ـ ب ز ـ كالنسبة المفروضة نسبة ـ ج ز ـ فى ـ اه ـ الى ـ ج ز ـ فى ـ زب ـ كالنسبة المفروضة قد جعلنا نسبة ـ ز ح ـ فى ـ ح ه ـ الى مربع ـ ب ز ـ كالنسبة لفروضة ـ فز ج ـ فى جميع ـ ج ا ـ نسبته الى جميع ـ دب ـ فى ـ كالنسبة المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين (٢) •

وبالطريق الصناعى اذا اردنا ان نضيف الى خط سطحامعلوما يد على تمامه مربعا فانا نستخرج الخط القوى على ربع مربع لخط والسطح المعلوم ثم نفتح رأس البركار نقدره (١) ونأخذ مثله

(٢) الشكل الثانى (٢) الظاهر بقدره ـ ح •

من

المسائل الهندسية ص٤
شكل (٢)

من منتصف الخط فحيث بلغ منه على استقامته فهو النقطة المعلومة كأنا اردنا ان نضيف الى خط ـ ا ب ـ سطحا معلوما يزيد على تمامه مربعا فنصفنا ـ ا ب ـ على ـ ج ـ واستخرجنا الخط القوى على السطح المعلوم وعلى مربع ـ ب ج ـ ثم فتحنا رأس البركار بقدر ذلك الخط ووضعنا طرف رأس البركار على نقطة ـ ج والطرف الآخر حيث بلغ على استقامته وليكن ـ د ـ فتكون نقطة د ـ النقطة المطلوبة (١) .

المسئلة الثالثة

ونحتاج اليها فى عمل القطع الناقص بالبركار التام اذا كان خط ـ ا ب ـ معلوما ونقطة ـ ز ـ عليه معلومة واردنا ان نجد كنقطة ـ ج ـ حتى تكون نسبة ـ ب ج ـ فى ـ ج ز ـ الى ـ ا ج فى ـ ا ب ـ كنسبة مفروضة فانا نخرج ـ ا ب ـ من نقطة ـ ب على استقامة بلانهاية ونجعل نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ كالنسبة المفروضة ونأخذ ـ د ه ـ مساويا ـ لأ ز ـ ونضيف الى ـ ه ا ـ سطحا مساويا لسطح ـ ا ز ـ فى ـ ا ب ـ المعلوم ينقص عن تمام ـ ه ا ـ سطحا مربعا وليكن سطح ـ ه ج ـ فى ـ ج ا ـ فتكون ـ ج ـ النقطة المطلوبة .

برهانه ان ـ ه ج ـ فى ـ ج ا ـ مساويا ـ لأ ز ـ فى ـ ا ب و ـ د ه ـ يساوى ـ ا ز ـ فيلقى ـ ا ز ـ فى ـ ا ج ـ المساوى ـ لد ه

(١) الشكل الثالث

المسائل الهندسية ص ٥
شكل (٣)

فى ـ اج ـ فيبقى ـ دج ـ فى ـ ج ا ـ مساويا ـ لأ ز ـ فى ـ ج ب
ويلتقى ـ ج ب ـ فى ـ ا ج ـ المشترك فيبقى ـ د ب ـ فى ـ ا ج
مساويا ـ لج ب ـ فى ـ ج ـ ونسبة ـ د ب ـ الى ـ ا ب ـ كالنسبة
المفروضة والذلك نسبة ـ ز ب ـ فى ـ ا ج ـ الى ـ ب ا ـ فى ـ ا ج
كالنسبة المفروضة ـ بج ـ فى ـ ج ز ـ المساوى ـ از ب ـ فى ـ ا ج
الى ـ ا ج ـ فى ا ب ـ كالنسبة المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين(١)٠

واما الطريق الصناعى فاذا اردنا ان نضيف الى خط معلوم سطحا مساويا لسطح معلوم ونقص عن تمام الخط سطحا مربعا فانا نأخذ فضل نصف الخط الاول على الخط القوى على السطح المعلوم ونستخرج بينه وبين تمام الخط الاول خطا وسطا فى النسبة فما كان ذلك الخط اخذنا مثله من الخط الاول الى حيث بلغ فنجد النقطة المطلوبة كأنا اردنا ذلك فى خط ـ ا ب ـ و ـ ج ـ على منتصفه ونصل ب ج ـ على الخط القوى على السطح المضاف المعلوم هو ـ ب د و ـ د ز ـ وسط فى النسبة بين ـ ب د ـ ا د ـ و ـ ج ح ـ مساويا ـ لد ز فيكون ـ ح ـ النقطة المطلوبة وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

المسئلة الرابعة

التى زعمت ان بعض المسائل الفقهية ادت مستعملها اليها خط ـ اه ـ معلوم القدر والوضع ونقطة ـ ح ـ عليه معلومة ونريد ان نزيد فيه ـ ه ب ـ حتى تصير نسبة ـ اه ـ فى ـ ج ب ـ الى

---

(١) الشكل الرابع (٢) الشكل الخامس ٠

المسائل الهندسية ص٦
شكل (٢)

المسائل الهندسية ص٦
شكل (٥)

ه ب ـ فى ـ ب ا ـ كنسبة مفروضة فانا نجعل نسبة ـ اه ـ الى ـ اد كالنسبة المفروضة ونضيف الى ـ ه د ـ سطحا مساويا لسطح ـ اد فى ـ ج ه ـ نزيد على تمامه اعنى ـ ه د ـ سطحا مربعا وليكن ذلك السطح سطح ـ ه ب ـ فى ـ ب د ـ ونقول انا وجدنا نقطة ـ ب كما اردنا .

برهانه ان ـ ج ه ـ فى ـ اد ـ مساويا ـ له ب ـ فى ـ ب د فنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ اد ـ وفى التركيب نسبة ـ ح ب ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ا ـ الى ـ اد فح ب ـ فى ـ اد ـ مساو ـ لب ه ـ فى ـ ب ا ـ ونسبة ـ ج ب فى ـ اه ـ الى ـ ج ب ـ فى ـ اد ـ كنسبة ـ اه ـ الى ـ اد ـ وهى النسبة المفروضة فنسبة ـ اه ـ فى ـ ج ب ـ الى ـ ه ب ـ فى ـ ب ا كما اردنا وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

المسئلة الخامسة

التى ذكرت انها مقدمة بشكل فى رسالة لأبى حامد الصغانى

خط ـ اب ـ معلوم الوضع والقدر ونقطة ـ ج ـ عليه مفروضة ومعلومة ونريد أن نزيد فى ـ اب ـ زيادة تكون نسبة ـ اج ـ فى تلك الزيادة الى ـ اب ـ مع الزيادة فى ـ ب ج ـ مع الزيادة كنسبة مفروضة فنجعل نسبة ـ اج ـ الى ـ اح ـ النسبة المفروضة ونأخذ ـ زح ـ مساويا ـ اب ح ـ ونضيف الى ـ ز ب ـ سطحا

(١) الشكل السادس.

المسائل الهندسية ص٧
شكل (٦)

مساويا _ لأ ب _ في _ ب ج _ وننقص عن تمام _ ز ب _ سطحا مربعا وليكن ذلك السطح _ زه _ في _ ه ب _ ونقول انا عملنا ما اردنا .

برهانه ان _ اب _ في _ ب ج _ مساويا _ لز ه _ في _ ه ب _ فنسبة _ اب _ الى _ ب ه _ كنسبة _ ه ز _ الى _ ز ح _ المساوى _ اب ج _ واذا ركبنا فان نسبة _ اه _ في ب ه _ كنسبة _ ه ح _ الى _ ح ز _ فاذا خالفنا فان نسبة _ اه _ الى _ ه ح _ كنسبة _ ب ه _ الى _ ح ز _ واذا ركبنا فان نسبة _ ا ح _ الى _ ه ح _ كنسبة _ ه ج _ الى _ ه ب _ فأح _ في _ ب ه _ مساويا _ لأ ه _ في _ ج ه _ ونسبة _ اج _ في _ ب ه _ الى _ ا ح _ في _ ب د _ كنسبة _ ا ج _ الى _ ز ح _ فنسبة _ ا ج _ في _ ب ه الى _ اه _ في _ ه ج _ كالنسبة المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

المسئلة السادسة

دعوى طلبت البرهان عليها وهي مثلث _ اب ج _ وعموده _ ب د _

اقول ان فضل ضعف ضرب _ ج ب _ ب ا _ في _ اب _ على ضعف ضرب _ ا ج _ في _ ا د _ مساويا لفضل مربع مجموع _ ب _ ب ج _ على مربع _ ا ج _

(١) الشكل السابع.

المسائل الهندسية ص٨
شكل (٧)

برهان ذلك ان ضعف ضرب ـ ج ب ـ ب ا ـ فى ـ ا ب ـ مسا ولضعف مربع ـ ا ب ـ وضعف ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ب ا ـ و ضعف ضرب ـ ا ج ـ ا د ـ مسا وفى المثلث الاول لضعف مربع ـ ا د ـ و ضعف ضرب ـ ج د ـ فى ـ د ا ـ ومربع مجموع ـ ا ب ـ ب ج ـ هو مسا ولضعف ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ا ب ـ ومجموع مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ ومربع ـ ا ج ـ فى المثلث الاول هو ضعف ضرب ـ ا د ـ فى ـ ج د ـ ومجموع مربعى ـ ا د ـ ج د ـ فأن كان ا د ـ مساويا ـ لج د ـ فان ضعف ضرب ـ ا ج ـ فى ـ ا د ـ مساو لمربع ـ ا ج ـ ويكون حينئذ ـ اب ـ مساويا ـ لب ج ـ وضعف ضرب ـ ب ج ـ ا ب ـ فى ـ ا ب ـ مساويا لمربع مجموع ـ ب ج ـ ا ب ـ وان كان ـ ا د ـ اطول من ـ د ح ـ فان ضعف ضرب ـ ا ج ـ فى ـ ا د ـ يزيد على مربع ـ ا ج ـ بمثل زيادة مربع ـ ا د ـ على مربع ـ د ج ـ وكذلك يزيد ضعف ضرب ـ ب ج ا ب ـ فى ـ ا ب ـ على مربع مجموع ـ ب ج ـ ا ب ـ لأن زيادة مربع ـ ا ب ـ على مربع ـ ب ج ـ هو زيادة مربع ـ ا د ـ على مربع د ج ـ وعلى هذا المثال يتبين الامر إن كان ـ د ج ـ اطول من ا د ـ وفى المثلث الثانى زيادة ضعف ضرب ـ ا ج ـ فى ـ ا د ـ هى مربع ـ ا ج ـ مع ضعف ضرب ـ ا ج ـ فى ـ ج د ـ وذلك زيادة مربع ا د ـ على مربع ـ ج د ـ ولكن زيادة مربع ـ ا د ـ على مربع ـ ج د

هى زيادة مربع ـ اب ـ على مربع ـ ب ج ـ وزيادة مربع
ا ب ـ على مربع ـ ب ج ـ مثل زيادة ضعف ـ ب ج ـ اب ـ فى
اب ـ على مربع مجموع ـ اب ـ ب ج ـ فمن هـذا يتبين ان فضل
ضعف ضرب ـ اب ـ ب ج ـ فى ـ اب ـ على ضعف ضرب ـ ا ج
فى ـ ا د ـ مساو لفضل مربع مجموع ـ اب ـ ب ج ـ على مربع
ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١)

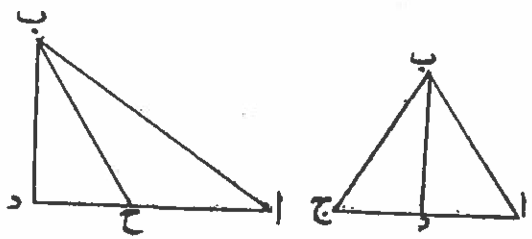
المسئلة السابعة

مثلث ـ اب ج ـ قائم زاوية ـ ج ـ و ـ اب ـ مع ـ ا ج
مجموعهما معلوم و ـ ا ح ـ مع ـ ج ب ـ مجموعين معلوم كيف
تعلم اضلاعه بانفرادها ؟

الجواب ، ان مجموع ـ اب ـ ا ج ـ معلوم فمربع مجموعهما
معلوم وكذلك ـ ا ج ـ مع ـ ج ب ـ معلوم فمربع مجموعهما معلوم
والذى يكون من ـ ا ج ـ ج ب ـ كل واحد فى نفسه و ـ ا ج ـ فى
اب ـ مرتين مساو للذى يكون من مجموع ـ ا ج ـ اب ـ فى مثله
والذى يكون من ـ ا ج ـ ج ب ـ كل واحد فى نفسه و ـ ا ج ـ فى
ج ب ـ مرتين مساو للذى يكون من ضرب مجموع ـ ا ج ـ ج ب
فى مثله الا ان مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ مثل مربع ـ اب ـ فمربع مجموع
ج ـ اب ـ يزيد على جميع ـ ا ج ـ ج ب ـ مع مربع ـ ا ج وضعف
ج ـ فى زيادة ـ اب ـ على ـ ج ب ـ وزيادة ـ اب ـ على ـ ج ب

---

(١) الشكل الثامن .



المسائل الهندسية ص١٠
شكل (٨)

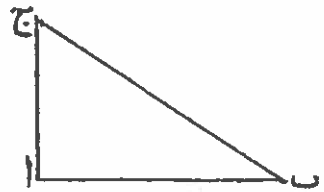
معلومة لأن مجموع ـ اج ـ مع كل واحد من ـ اب ـ ب ج ـ
معلوم والذى يكون من ـ ا ج ـ فى نفسه و ـ ا ج ـ فى زيادة
اب ـ على ـ ب ج ـ وزيادة ـ اب ـ على ـ ب ج ـ فى مثلها مساو
لمربع ـ ا ج ـ اذا اتصل به زيادة ـ اب ـ على ـ ب ج ـ وجميع
تلك السطوح معلومة فمربع مجموع ـ ا ج ـ وزيادة ـ اب ـ على
ـ ب ج ـ معلوم والخط القوى عليه معلوم وزيادته فى الطول
على ـ ا ج ـ معلومة لانها زيادة ـ اب ـ على ـ ب ج ـ فى الطول
المعلومة ـ فا ج ـ معلوم وكل واحد من ـ اب ـ ب ج ـ معلوم
وذلك ما ردنا ان نبين(١)

المسئلة الثامنة

نصف دائرة ـ اب ج ـ مجهولة القطر وعلى القطر عمود
د ب ـ ومجموع ـ ب د ـ د ج ـ معلوم ومجموع ـ ب د ـ د ا ـ معلوم
كيف يعلم القطر ؟

الجواب ، نخرج ـ ب ـ ا ـ ب ج ـ فلأن مثلثات ـ اب د ـ
ب ج د ـ اب ج ـ متشابهة فنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ د ب
الى ـ د ج ـ واذا ركبنا فنسبة ـ ا د ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ كنسبة
ب د ـ د ج ـ الى ـ د ج ـ نسبة واحد من المقدمات الى واحد من
التوالى كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى فنسبة قطر ـ ا ج
مع ضعف ـ د ب ـ الى مجموع ـ د ب ـ د ج ـ كنسبة مجموع ـ ا د

(١) الشكل التاسع .



المسائل الهندسية ص ١١
شكل (٩)

دب ـ الى ـ دب ومجموع قطر ـ ا ج ـ مع ضعف ـ دب ـ معلوم وكذلك مجموع ـ اد ـ دب ـ معلوم ـ فدب ـ معلوم و ـ اد ـ الباقى معلوم وايضا يصير ـ دح ـ معلوما لأن مجموعه مع ـ دب ـ لمعلوم معلوم وذلك ما اردنا ان نبين(١) ٠

المسئلة التاسعة

دائرة ـ ابج ـ مجهولة القطر ووتر ـ اج ـ معلوم داخرج من نقطة ـ ا ـ خط ـ اد ـ على زاويتين متساويتين على لمحيط ووصل ـ دح ـ فكان كل واحد من ـ اد ـ دج ـ معلوما فكيف يعلم قطر الدائرة ؟

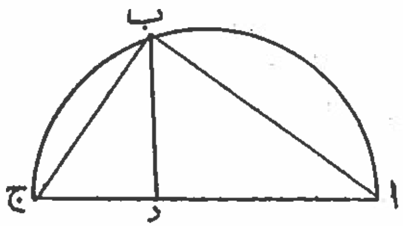
الجواب، اقول انا اذا القينا من مربع ـ حد ـ مربعى ـ دج ـ كانت نسبة ما يبقى الى مربع ـ اج ـ كنسبة ـ دا ـ الى صف قطر الدائرة ٠

برهانه، انا نخرج خط ـ دا ـ من ـ ا ـ على استقامته الى ب ـ فلأنه على المحيط على زاويتين متساويتين فانه يفصل الدائرة نصفين ويمر بالمركز فليكن المركز ـ ه ـ ونصل ـ ه ج ـ ونخرج ج ـ موازيا ـ لحه ـ ونخرج ـ ج ا ـ على استقامة حتى تلتقى ح(٢) وليكن الالتقاء على ـ ح ـ ومن البين ان ـ ح د ـ اطول من دا ـ فليكن سطح ـ ح د ـ فى ـ دز ـ مساويا لمربع ـ دا ـ

---

١) الشكل العاشر (٢) هنا بياض فى الاصل ٠

فاذا



المسائل الهندسية ص١٢
شكل(١٠)

فاذا فرضنا ذلك كذلك فان نسبة ـ ح د ـ الى ـ ا د ـ تكون كنسبة ـ د ا ـ الى ـ د ز ـ وزاوية ـ ا د ح ـ مشتركة فمثلثا ـ ا دز ا د ج ـ متشابهان فزاوية ـ دز ا ـ مساوية لزاوية ـ ج ا د ـ وزاوية ـ ج ز ا ـ مساوية ـ لزاوية ـ د ا ح ـ لأن زاويتا ـ د ا ح داج ـ معادلتان لقائمتين وزاويتا ـ د ز ا ـ ح ز ا ـ معادلتان لقائمتين وزاوية ـ د ز ا ـ قد كانت مثل زاوية ـ ح ا د ـ فالزاوية الباقية مثل الزاوية الباقية والزاويتان الحادثتان عن تقاطع ـ د ه ـ ج ح ـ متساويتان وزاوية ـ د ح ا ـ مثل زاوية ـ ا ح ه ـ المتبادلتان لتوازى د ح ـ ح ه ـ فمثلثا ـ د ح ا ـ ا ج ه ـ متشابهان ومثلثا ـ د ح ج ـ داح ـ متشابهان فنسبة ـ د ج ـ الى ـ ج ا ـ كنسبة ـ ح ج ـ الى ـ ز ج ـ فد ج ـ فى ـ ح ز ـ مساو ـ لح ج ـ فى ـ ج ا ـ وسطح د ج ـ فى ـ ج ز ـ هو زيادة مربع ـ د ج ـ على مربع ـ د ا ـ فنسبة زيادة مربع ـ د ج ـ على مربع ـ د ا ـ الى مربع ـ ا ج كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ا ـ لأن ـ ح ج ـ فى ـ ح ا ـ مثل د ج ـ فى ـ ج ز ـ واذا فصلنا فنسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة زيادة سطح ـ ح ج ـ فى ـ ح ا ـ على مربع ـ ح ا ـ ونسبة ج ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ه ـ لتشابه المثلثين فقد تبين انا اذا القينا من مربع ـ د ج ـ مربعى ـ د ا ـ ا ج كانت نسبة ما تبقى الى مربع ـ ا ج ـ كنسبة ـ د ا ـ الى نصف

قطر الدائرة •

وهناك يتبين ان خطوط ـ دا ـ اج ـ ج دً ـ اذا كانت معلومة و ـ دا ـ على المحيط على زاويتين متساو يتبين فان قطر الدائرة يكون معلوما وذلك ما اردنا بيانه (١) •

المسئلة العاشرة

مربع ـ اب ـ مجهول الاضلاع وقد اخرج فيه خط ـ اه فكان معلوما و ـ ه ب ـ معلوم كم ضلعه ؟

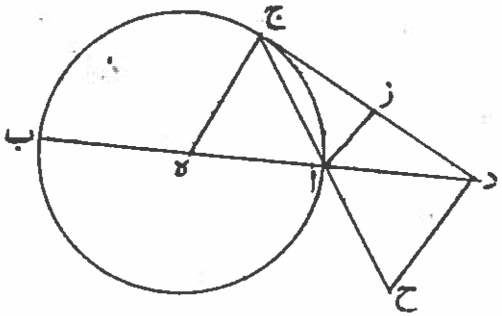
الجواب ، ان ـ اه ـ معلوم ومربعه مساو لمربعى ـ اج ج ه ـ و ـ اج ـ مثل ـ ج ب ـ فمربع ـ اه ـ مثل مربعى ـ ب ج ج ه ـ فاذا قسمنا ـ ه ب ـ المعلوم بنصفين كان مربع ـ اه ـ مساويا لمثلى مربع نصف ـ ه ب ـ ومربع مجموع ـ ج ه ـ ونصف ـ ه ب كما تبين فى المقالة الثانية من كتاب الاصول فلنقسم ـ ه ب ـ بنصفين على ـ د ـ فمربع ـ اه ـ معلوم فنصفه معلوم وهو مساو لمربعى ه د ـ د ج ـ ومربع ـ ه د ـ معلوم فمربع ـ ج د ـ يبقى معلوما فج د ـ معلوم و ـ د ب ـ معلوم فكل ـ ج ب ـ معلوم وذلك ما اردنا ان نبين (٢) •

المسئلة الحادية عشر

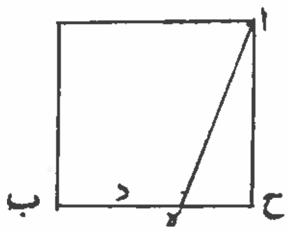
مربع (٣) ـ اب ـ سطحا ـ اج ـ ج ه ـ فيه مجموعهما

(١) الشكل الحادى عشر (٢) الشكل الثانى عشر (٣) هنا سقط حرف .

معلومان



المسائل الهندسية ص١٣
شكل (١١)



المسائل الهندسية ص١٤
شكل (١٢)

معلومان وسطح ــ ج ب ــ معلوم كم ضلع المربع ؟

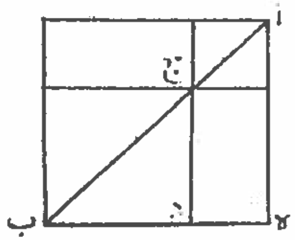
الجواب ، هذه المسئلة تصح اذا كانت السطوح المعلومة متوازية الاضلاع وسطح ــ ج ب ــ على قطر المربع كما هو مصور وان لم يذكر فى السؤال •

ومعرفة المطلوب ان سطح ــ ج ب ــ اذ هو على قطر ــ اب مربع كما بين اقليدس فى المقالة السادسة وضلعه الذى هو ــ د ج معلوم وسطح ــ اد ــ معلوم وهو مساو لضرب ــ ب ه ــ فى ــ ه د لأن ــ اه ــ ه ب ــ متساويان و ــ ب د ــ معلوم ونصفه وليكن د ز معلوم فسطح ــ ب ه ــ فى ــ ه د ــ المعلوم ومربع ــ د ز ــ المعلوم هو مثل ما يكون من ــ ه ز ــ اذا ضرب فى مثله كما بين اقليدس فى المقالة الثانية ــ فه ز ــ معلوم و ــ ز ب ــ معلوم فكل ــ ه ب ــ معلوم وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

المسئلة الثانية عشر

لما تحققت فى المثلثات الكائنة على سطح الكرة من دوائرها العظام ان نسبة جيب احد اضلاعه الى جيب الضلع الثانى كنسبة جيب الزاوية التى تقابل الضلع الاول الى جيب الزاوية التى تقابل الضلع الثانى سألت هل هذا الحكم عام لجميع المثلثات اعنى الكائنة من القسى والكائنة من الخطوط المستقيمة ، وجوابنا فى ذلك نعم، ينبغى ان يعلم اولا من قولنا جيب زاوية كذا انا نريد بذلك فى المثلث

(١) الشكل الثالث عشر.



المسائل الهندسية ص ١٥
الشكل (١٣)

الكائن من الخطوط المستقيمة جيب القوس التى تكون تلك الزاوية اذا كانت الزاوية عـلى مركز دائرة وبعد ذلك فليكن المثلث المفروض ــ ا ب ج ــ •

اقول ان نسبة جيب ــ ا ب ــ الى جيب ــ ج ا ــ كنسبـة جيب زاوية ــ ا ج ب ــ الى جيب زاوية ــ ا ب ج •

برهانه انا نجعل نقطة ــ ب ــ مركزا وندير عليه ببعد ــ ب ا قوس ــ ا د ــ ونخرج اليها ــ ب ج ــ من نقطة ــ ج ــ على استقامة ولنلقها على نقطة ــ د ــ فان كانت زاوية ــ ج ــ قائمة فان ــ ا ج جيب ــ ا د ــ و ــ ا د ــ بمقدار زاوية ــ ب ــ التى على المركز ولأن ا ب ــ نصف قطر هـذه الدائرة فانه جيب زاوية ــ ج ــ التى اذا كانت عـلى المركز كان الذى يؤترها من الدائرة ربعها صح الدعوى اذا كانت زاوية ــ ج ــ قائمة ثم نجعلها غير قائمة ونخرج من نقطة ــ ا ــ على خط ــ ب د ــ عمود ــ ا ه ــ فنسبة ــ ا ج ــ الى ا ه ــ كنسبة جيب زاوية ــ ه ــ القائمـة الى جيب زاوية ــ ح ــ وذلك ان ــ ا ه ــ اذا كان ذلك كذلك يكون جيب زاوية ــ ج ــ فى الدائرة التى نصف قطرها ــ ا ج ــ ونسبة ــ ا ه ــ الى ــ ا ب ــ كنسبة جيب زاوية ــ ب ــ الى جيب زاوية ــ ه ــ القائمة لان ه ــ جيب زاوية ــ ب ــ فى الدائرة التى نصف قطرها ــ ا ب ــ فبالمساواة فى النسبة المضطربة نسبة ــ ا ب ــ الى ــ ا ج ــ جيب

زاوية ــ ب ــ الى جيب زاوية ــ ج ــ وذلك ما اردنا ان نبين(١) ٠

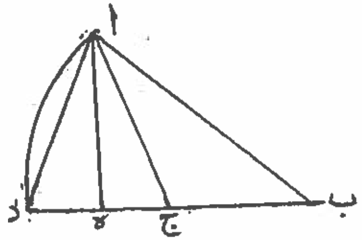
المسئلة الثالثة عشر

اب ــ قطر الدائرة و ــ ج ز ــ عمود كيف اتفق ونقطة ــ ح منتصف قوس ــ ب ج ــ و ــ ح ط ــ عمود ــ اب ــ أقول ان نسبة زب ــ الى ــ ح ط ــ كنسبة ــ ح ط ــ الى ربع ــ اب ــ فيصل ج ب ــ اج ــ فلأن ــ ج ب ــ نصف دائرة فان زاوية ــ اج ب قائمة ومثلث ــ اج ب ــ شبيه بمثلث ــ ب ج ز ــ فنسبة ــ اب الى ــ ب ج ــ كنسبة ــ ب ج ــ الى ــ زب ــ ونسبة نصف ــ اب الى نصف ــ ب ج ــ كنسبة نصف ــ ب ج ــ الى نصف ــ زب فنسبة ربع ــ اب ــ الى نصف ــ ب ح ــ كنسبة نصف ــ ب ج الى جميع ــ زب ــ فلان قوس ــ ج ح ــ تساوى قوس ــ ب ح فان عمود ــ ح ط ــ نصف وتر ــ ب ج ــ فقد وضح البرهان على ما اخبرت به من الدعوى وذلك ما اردنا ان نبين ٠

المسئلة الرابعة عشر

دائرة ــ اح ه ــ تماس دائرة ــ ب د ه ــ من داخل على نقطة ــ ه ــ واخرج ــ ه ز ــ مارا على مركزى الدائرتين واخرج من نقطة ــ ه ــ خط ــ ه ط ــ مماسا للدائرة واخرج ــ زى ــ مماسا للدائرة الصغيرة على ــ د ــ و ــ زك ــ مماسا للدائرة الكبيرة على ــ ج ــ ذكرت ان الشك فيها أن نسبة الدائرة الصغيرة الى

(١) الشكل الرابع عشر.



المسائل الهندسية ص١٧
شكل (١٤)

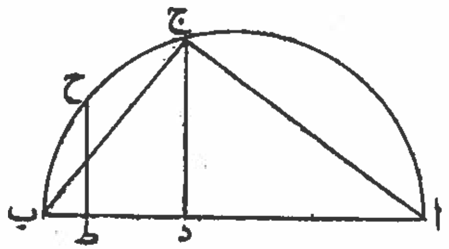
لدائرة الكبيرة مثناة بالتكرير كنسبة سطح ـ زد ـ فى ـ دب
لى سطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ك ـ ام بعكس ذلك اعنى نسبة سطح
د ـ فى دى ـ الى سطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ك ـ مثناة بالتكرير
كنسبة ـ ب د ـ الدائرة الصغيرة الى الدائرة الكبيرة وسألت
كشف عن ذلك(١)٠

فأقول ان نسبة سطح ـ زد ـ فى ـ دى ـ الى سطح ـ ز ج
ـ ج ك ـ مثناة بالتكرير كنسبة دائرة ـ ب ده ـ الصغيرة الى
ائرة ـ ا ح ه ـ الكبيرة

برهانه انا نخرج من نقطة ـ ج ـ عمود ـ ج ـ وعلى ـ زك
من نقطة ـ د ـ عمود ـ دح ـ على ـ زى ـ ونصل ـ ب ح ـ ك
ـ فنقطتا ـ ح ـ و ـ مركز الدائرتين فخطا ـ ح ز ـ ه ز ـ متساويان
زاويتا ـ زه ك ـ ك ح و ـ قائمتان وقاعدة ـ ك و ـ مشتركة فمثلثا
ه و ـ ك ح و ـ متساويان فضلعا ـ ه ك ـ ك ح ـ متساويان
ثل ذلك ضلعها ـ ه ز ـ ى د ـ متساويان فسطح ـ زد ـ فى ـ دى
اوى ـ سطح ـ ز د ـ فى ـ ه ى ـ وسطح ـ ز ج ـ فى ـ ح ك
اوى سطح ـ ز ج ـ فى ـ ه ك ـ لكن زاوية ـ زد ح ـ قائمة
ساوية لزاوية ـ زه ى ـ القائمة وزاوية ـ ه ز ى ـ مشتركة فمثلثا
ح ـ ده ى ـ متشابهان فنسبة زد ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ د ح
ـ ه ى ـ فسطح ـ زد ـ فى ـ ه ى ـ تساوى سطح ـ ه ز ـ فى

الشكل الخامس عشر

دح



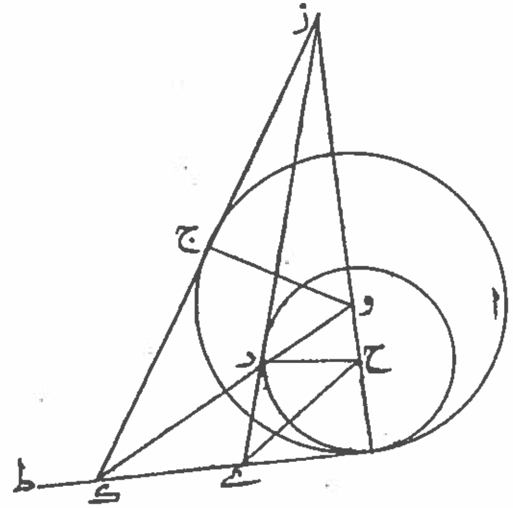
المسائل الهندسية ص١٨
شكل (١٥)

دح ـ وقد استبان ان ـ زد ـ فى ى ـ تساوى ـ زد ـ فى ـ دى فسطحا ـ زه ـ فى ـ دح ـ و ـ زد ـ (١) دى ـ متساويان وبمثل ذلك يتبين ان سطح ـ زه ـ فى ـ ح و ـ تساوى سطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ك ـ ونسبة سطح ـ زه ـ فى ـ دح ـ الى سطح ـ زه ـ فى ح و ـ كنسبة ـ دح ـ الى ـ ح و ـ فنسبة سطح ـ زد ـ فى ـ زى الى سطح ـ ز ج ـ فى ـ دك ـ كنسبة ـ دح ـ الى ـ ح و ـ ونسبة ـ دح ـ الى ـ ح د ـ كنسبة ضعف ـ دح ـ الذى هو قطر دائرة ـ ب د ه ـ الى ضعف ـ ح و ـ الـذى هو قطر دائرة اح ه ـ ونسبة القطر الى القطر مثناة بالتكرير كنسبة الدائرة الى الدائرة وقد تبين مما تقدم ان نسبة سطح ـ زد ـ فى ـ دى ـ الى سطح ز ج ـ فى ـ ج ك ـ كنسبة قطر دائرة ـ ب د ه ـ الى قطر دائرة اح ه ـ فنسبة سطح ـ زد ـ فى ـ دى ـ الى سطح ـ ز ج فى ـ ج ك ـ مثناة بالتكرير كنسبة دائرة ـ ب د ه ـ الى دائرة اح ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين ٠ (٢)

المسئلة الخامسة عشر

ربع دائرة ـ اب ج ـ معلوم القطر وقد نصف ـ اب ـ على د و ـ ب ج ـ على ـ ه ـ وادير عليهما وببعد ربع القطر نصفا دائرتى ازب ـ بزح ـ ونصف قوس ـ اج ـ على و ـ واتخذ مركزا وادير

(١) هنا خرام فى الاصل والغالب ان تكون كلمة ـ ح فى (٢) الشكل السادس عشر٠



المسائل الهندسية ص١٩
شكل (١٦)

عليه يمد وتر الثمن وهو ـ و ا ـ قوس ـ ا ح ـ ط ج ـ ونصل بين قط ـ ح ـ ط ـ ز ـ يحدث مثلث ـ ز ح ط ـ كيف نعرف اضلاعه •

الجواب نخرج عمود ـ و ل ـ على خط ـ ا ب ـ و نصل ـ د و نخرج اليه من نقطة ـ ا ـ عمود ـ ا س ـ و نصل ايضا ـ د ه ـ و نخرج ليه من نقطة ـ ب ـ عمود ـ ب ك ـ فلأن ـ ا ب ـ معلوم وقوس و ـ معلومة فان وتر ـ ا و ـ معلوم وعمود ـ و ل ـ معلوم •

وكذلك ايضا الذى نفصله هذا العمود من خط ـ ا ب ـ معلوم خط ـ ل د ـ الباقى معلوم ـ فد و ـ معلوم فمثلث ـ و ا د ـ معلوم لاضلاع فعمود ـ ا س ـ معلوم وهو نصف وتر قوسى ـ ا ح ط ز ط ـ المشترك لأن خط ـ د و ـ يصل بين المركزين فهو يقطع لقسى المتقاطعة بنصفين نصفين فيصير لذلك وتر ـ ا ح ط ـ ا ز ط لمشترك معلوما و وتر ـ ا ج ـ معلوم ففصل ما بين القوسين الذى هو ـ ط ج ـ معلوم الوتر وهو تساوى قوس ـ ا ح ـ فقوسا ـ ا ح ح ط ـ معلومتا الوتر ففصل ما بينهما الذى هو ـ ح ط ـ معلوم لوتر وايضا فان خط ـ ز ه ـ يصل بين المركزين فهو يقطع قوسى ب ج ز ـ ب ط ز ـ بنصفين نصفين فعمود ـ ب ك ـ نصف الوتر المشترك هذين القوسين ومثلث ـ ب د ه ـ معلوم الاضلاع فعمود ـ ب ك معلوم فوتر ـ ب ط ز ـ معلوم ووتر تمامه الى نصف الدائرة الذى هو ـ ا ز ـ معلوم فوترا ـ ا ز ـ ا ط ـ معلومان فوتر فضل ما بينهما الذى

هو

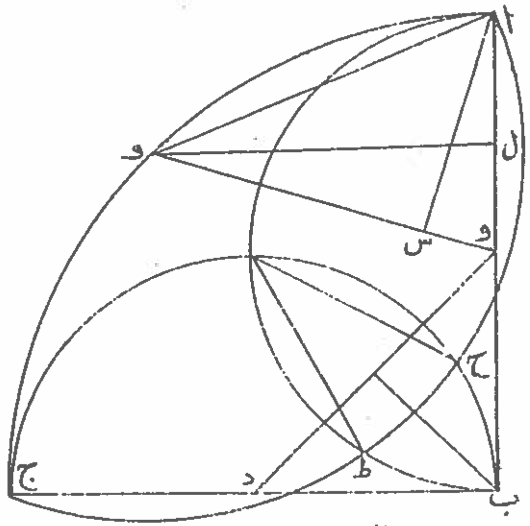
هو ـ ط ز ـ معلوم و ـ ج ز ـ تساويه فمثلث ـ ح زط ـ معلوم الاضلاع وذلك ما اردناه (١)

فهذه اجوبة المسائل التى سألت الابانة عنها على قرب غورها وسهولة مأخذها والله ولى توفيقك وايانا الصواب ٠

تمت الرسالة والحمد لله رب العالمين وصلواته

على نبيه محمد وآله اجمعين

(١) الشكل السابع عشر ٠



المسائل الهندسية ص ١١
شكل (١٧)