

Drie kerst-mars-opgaven uit het Heilige Land voor de lange winteravonden.

Deze opgaven zijn geïnspireerd door een gebedenboek, dat in de twaalfde eeuw in het klooster Mar Saba (Westelijke Jordanoever, bij Bethlehem) geschreven werd. De monniken schreven op perkament (schapenhuid), maar omdat perkament erg duur was, schreven zij hun boek op “tweedehands” perkament uit de tiende eeuw waar eerst de oude tekst afgeschraapt werd.

In deze oude afgeschraapte tekst stond onder andere een boek dat geschreven werd door Archimedes over de manier waarop hij zijn ontdekkingen gedaan heeft van (infi-achtige) stellingen. Van dit boek is geen enkel ander handschrift bekend, en de tekst is dus dankzij de monniken bewaard.

In de negentiende eeuw werd het gebedenboek door de Grieks-Orthodoxe kerk naar Istanbul overgebracht. Het is omstreeks 1906 bestudeerd door de Deense classicus J.L. Heiberg, die het grootste deel van de Archimedes-text heeft kunnen ontcijferen. Daarna is het gebedenboek verdwenen, in de twintigste eeuw mishandeld, en in 2000 geveild voor 2 miljoen dollar. Het is nu in handen van een particuliere eigenaar die veel geld uitgeeft om de tekst digitaal toegankelijk te maken. Zie <http://www.archimedespalimpsest.org/> (N.B. de schrijver Reviel Netz kent geen infi en schrijft daarom de grootste onzin over deze tekst.)

Archimedes schrijft enthousiast over het feit dat hij ronde lichamen ontdekt heeft, waarvan de inhoud precies gevonden kan worden (modern: die niet te maken hebben met het getal  $\pi$ ). Dit is natuurlijk gek voor een rond lichaam.

Een voorbeeld krijg je, door een kubus horizontaal neer te zetten en in de vier zijvlakken vier cirkels in te schrijven. Elke cirkel raakt de rand van het zijvlak dus op vier plaatsen. Je maakt twee cilindervormige lichamen met basis en top de twee paren tegenover elkaar liggende zijvlakken. Elk van deze cilindervormige lichamen raakt elk van de twee horizontale vlakken van de kubus in een rechte lijn. Je bekijkt nu het lichaam A ("Archimedes") dat binnen die twee cilindervormige lichamen bevat is. Om je dit voor te stellen is deel van de opgave. Archimedes bewijst dat de inhoud van dit lichaam twee derde van de inhoud van de kubus is.

**Opgave 1: Maak een tekening van dit lichaam. Bereken de inhoud en laat zien dat Archimedes gelijk had.**

Nu bekijken we wat er gebeurt als we ook op de twee horizontale vlakken van de kubus op dezelfde manier een cirkel inschrijven, en een derde cilindervormig lichaam maken door deze twee cirkels. Stel K ("Kerstversiering") is het lichaam dat binnen de **drie** cilindervormige lichamen bevat is.

**Opgave 2: Bepaal de inhoud van dit lichaam K.**

**Opgave 3: Kun je iets vermoeden over de oppervlaktes van A en K?**

Inleveren: uiterlijk 9 januari in het postvak van Jan Hogendijk, Mathematisch Instituut, naast de lift op de begane grond. Meningen worden op 10 januari uitgereikt.