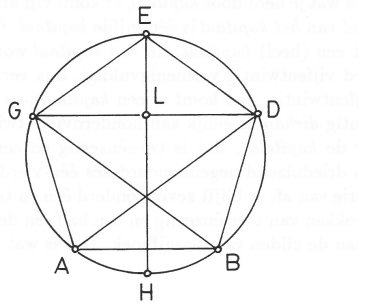
Abū Kāmil over de vijfhoek en tienhoek

Vertaling van gedeelten uit het hoofdstuk over de vijfhoek en de tienhoek uit het Boek van de Restauratie en Confrontatie *(Kitāb al-Jabr wa'l-muqābala) van de Egyptische wiskundige Shujāᶜ ibn Aslam Abū Kāmil (ca. 900). De onderstaande fragmenten zijn vertaald uit het (unieke) Arabische handschrift Kara Mustafa Paşa 379 in Istanbul. Verklarende opmerkingen bij de tekst staan in de voetnoten, en cursief tussen de fragmenten in vierkante haken [ ]. De tekst is door de vertaler (J.H.) in genummerde paragrafen verdeeld, de nummers staan ook in vierkante haken [1], [2] enz. De algebraïsche vaktermen* ding, kapitaal *enz. zijn door de vertaler gecursiveerd. Toegevoegd aan het eind zijn kopieën van de vertaalde bladzijden in het manuscript, en van het begin van hoofdstuk 8 van de* Practica Geometriae *van Leonardo van Pisa (ca. 1220): dit is vrijwel rechtstreeks uit Abū Kāmil gekopieerd.*



Figuur 1: de vijfhoek

[1] We beginnen met het uitrekenen van de grootte van de koorde van één vijfde van een bekende cirkel uitgaande van de diameter. We maken de bekende cirkel cirkel $ABDEG$. De diameter ervan is het getal 10, en dat is lijn HE. In de cirkel is een gelijkzijdig en gelijkhoekige vijfhoek ingeschreven, en dat is vijfhoek $ABDGE$. Als we willen weten wat de afmeting van elke zijde van deze vijfhoek is, trekken we lijn GLD, dat is de koorde van twee-vijfde van de cirkel, en we maken lijn ED een *ding*. Dan is bekend dat lijn EL een tiende *kapitaal* is omdat het product van ED met zichzelf gelijk is aan het product van HE met EL. Lijn DL is de wortel uit het *kapitaal* minus één tiende van één tiende van het *kapitaal van het kapitaal*. Lijn GL is gelijk aan lijn LD, dus lijn GD is de wortel van vier *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal*.

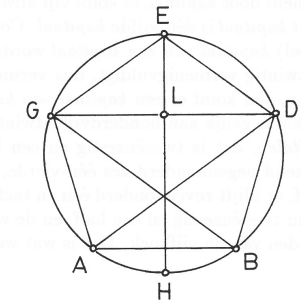
[2] Het is bekend dat het product AB maal GD plus (dat van) AB met zichzelf gelijk is dan dat van GD met zichzelf, omdat het product AB maal GD plus AG maal BD gelijk is aan het product AD maal BG, en AG maal BD is gelijk AB maal zichzelf en AD maal BG is gelijk GD maal zichzelf. Nu is GD maal zichzelf vier *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal*. Daarvan trekken we het product van AB met zichzelf af, en dat is een *kapitaal*, de rest is drie *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal*, dat is gelijk aan het product AB maal GD. We delen drie *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal* door lijn AB, dat is een *ding*, en we krijgen lijn GD als drie *dingen* minus twee-vijfde van één-tiende *kubus*.

[3] Maar we hadden aangetoond dat lijn GD de wortel uit vier *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal* was. Dus vermenigvuldigen we drie *dingen* minus twee-vijfde van één-tiende *kubus* met zichzelf, er komt negen *kapitalen* en één-zeshonderdvijfentwintigste *kubus van de kubus* minus zes-vijfentwintigste *kapitaal van het kapitaal* is gelijk aan vier *kapitalen* minus twee-vijfde van één-tiende van het *kapitaal van het kapitaal*. Nu confronteren[1] we hiermee, dan komt er één vijfde *kapitaal van het kapitaal* is gelijk aan vijf *kapitalen* en één-zeshonderdvijfentwintigste *kubus van de kubus*.

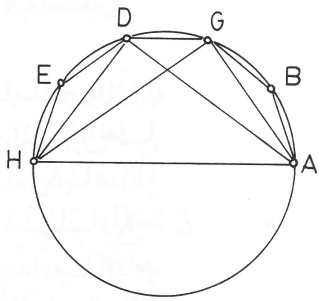
[4] Deel alles wat je hebt door *kapitaal*, er komt vijf *dirham* en één-zeshonderdvijfentwintigste van het *kapitaal van het kapitaal* is één-vijfde *kapitaal*. Completeer je *kapitaal van het kapitaal* zodat het een (heel) *kapitaal van een kapitaal* wordt, en dat gebeurt doordat je het met zeshonderd vijfentwintig vermenigvuldigt, dus vermenigvuldig alles wat je hebt met zeshonderd vijfentwintig, dan komt er een *kapitaal van het kapitaal* plus drieduizend honderd vijfentwintig *dirham* is gelijk aan honderdvijfentwintig *kapitalen*.

[5] Halveer de *kapitalen*, dat is tweeënzestig en een half, en vermengvuldig dat met zichzelf, dat is drieduizend negenhonderd zes één-vierde, dan trek daar drieduizend honderdvijfentwintig van af, er blijft zevenhonderd één en tachtig en één-vierde over, de wortel daarvan afgetrokken van tweeënzestig en een half, en de wortel van de rest daarvan, dat is lijn ED, één van de zijden van de vijfhoek. Dat is wat we wilden aantonen.

[1] Abū Kāmil past de beide operaties *restauratie* en *confrontatie* hier toe.



Figuur 1: de vijfhoek



Figuur 2: de tienhoek

Opmerking. In propositie 2 (facsimile-uitgave p. 137) bewijst Abū Kāmil dat de zijde van een regelmatige tienhoek in een cirkel met diameter 10 gelijk is aan (in moderne notatie) $\sqrt{31\frac{1}{4}} - 2\frac{1}{2}$. Hij leidt dit af uit Figuur 2, waarin $AG{\cdot}DH + AH{\cdot}DG = AD{\cdot}GH$ en $AD{\cdot}GH = GH^2 = AH^2 - AG^2$, $AG = DH$ zodat $AH{\cdot}DG = AH^2 - 2AG^2$; $AH = 10$, AG de berekende zijde van de regelmatige vijfhoek, en GD de te berekenen zijde van de tienhoek. In propositie 8 volgt dan de zijde van de regelmatige vijftienhoek in de cirkel met diameter 10 als $\sqrt{15\frac{5}{8} + \sqrt{48 + \frac{3}{4} + \frac{5}{8{\cdot}8}}} + \sqrt{4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2{\cdot}8}} - \sqrt{23 + \frac{3}{8} + \frac{1}{2{\cdot}8}}$. Abū Kāmil geeft hiervan een benadering in sexagesimaalbreuken: $4^o45'19''1''' + 2^o9'54''12''' - 4^o50'28''25''' \approx 2^o4'45''$ (facsimile-uitgave p. 146)

Literatuur:

Abū Kāmil Shujā^c ibn Aslam, *The Book of Algebra* (Kitāb al-Jabr wa'l-Muqābala, Facsimile edition), Frankfurt: Institute for the History of Arabic-Islamic Sciences, 1986.

Baldassarre Boncompagni (ed.), *Scritti di Leonardo Pisano*, Roma 1862, 2 vols. [Uit deze editie, vol. 2, pp. 206-207, komen de kopieën van de *Practica Geometriae*]

Heinrich Suter, Die Abhandlung des Abū Kāmil Shoǵā^c b. Aslam "über das Fünfeck und Zehneck", *Bibliotheca Mathematica*, 3. Folge, **10** (1909-10), pp. 15-42, herdrukt in Heinrich Suter, *Beiträge zur Geschichte der Mathematik und Astronomie im Islam*, Frankfurt: Institute for the History of Arabic-Islamic Sciences, 1986, vol. 2, pp. 247-274.

M. Levey, *The Algebra of Abū Kāmil, in a commentary by Mordecai Finzi*. Hebrew Text, translation and commentary. Madison: Unversity of Wisconsin Press, 1966. (onbetrouwbare vertaling en commentaar).

بسم الله الرحمن الرحيم وبه استعين

قال ابو كامل شجاع بن اسلم ه

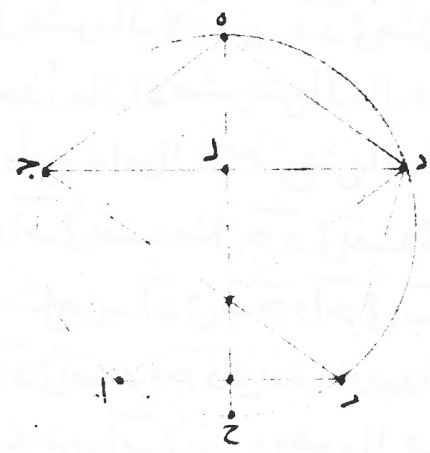
اما اذ قد بينا ما نحتاج الى بيانه مما انغلق من حساب الجبر والمقابله على المقدمين في المعرفه والمقايسه فيه والحذاق من المهندسين العلماء بكتاب اقليدس وغيره واوضحنا ذلك وشرحناه في كتابنا هذا فانا نبين قدر كل ضلع من اضلاع كل واحد من المخمس والمعشر المتساوي الاضلاع والزوايا الذي يحيط بكل واحد منهما دايره معلومه او يحيط بكل واحد منهما بدايره معلومه وقدر قطر الدايره التي يحيط بمخمس او معشر معلومين متساوي الاضلاع والزوايا او يحيط بكل واحد منهما بها وقدر وتر خمس خمسه عشر حزءا من محيط الدايره المعلومه وقدر كل ضلع من اضلاع المخمس والمعشر المتساوي الاضلاع والزوايا اذا كانت مساحتهما معلومه وقدر اضلاع مثلثات معلومه المساحه اذا كانت في مخمسه او معشره متساوي الاضلاع والزوايا وغير ذلك مما شرحناه في كتابنا هذا مما كان استخراج كثير منه يتعذر على من شاهدنا من الحساب والمهندسين من اهل زماننا ومن انتهى الينا خبره من المتقدمين في العلم بالحساب والهندسه فسهل الله لي عز وجل الوصول الى ما امتنع عليهم منه والتخلص الى ما عسر عليهم من فهمه فلله الحمد والشكر والمن والطول لا شريك له ك

فيبدا باستخراج قدر وتر خمس الدايره المعلومه من قطرها وهو ان نجعل الدايره المعلومه دايره ا ب د ه ح وقطرها عشرة من العدد وهو خط ح ه وفيها مخمس متساوي الاضلاع والزوايا يحيط به الدايره وهو مخمس ا ب د ه ح فاذا اردنا ان نعلم كم مقدار كل ضلع من اضلاع هذا المخمس

Abū Kāmil, Kara Mustafa Paşa 379, f. 67b

فانا نخرج خط جـ لـ د وهو وتر خمسي الدايره ونجعل خط هـ د شيئا
معلوما ان خط هـ لـ عشر مال لان ضرب هـ د في مثله مثل ضرب جـ هـ
في هـ لـ وخط د لـ جذر مال الا عشر عشر مال مال وخط جـ لـ مثل خط
لـ د فخط جـ د جذر اربعه اموال الا خمسي عشر مال مال ومعلوم ان
ضرب اب في جـ د واب في نفسه مثل جـ د في نفسه لان ضرب اب في
جـ د واحد في ب د مثل ضرب اد في ب جـ واحد في ب د مثل اب في نفسه
واد في ب جـ مثل جـ د في نفسه وجـ د في نفسه اربعه اموال الا خمسي عشر
مال مال فيسقط منه ضرب اب في نفسه وهو مال فبقي بلثه اموال
الا خمسي عشر مال مال يعدل ضرب اب في جـ د فيقسم بلثه اموال الا خمسي
عشر مال مال علي خط اب وهو شي فيخرج خط جـ د بلثه اشيا الا خمسي
عشر كعب وقد كنا بينا ان خط جـ د جذر اربعه اموال الا خمسي عشر مال
مال فنضرب بلثه اشيا الا خمسي عشر كعب في مثلها فيكون تسعه اموال
وجزء من سبعمايه وخمسه وعشرين من كعب كعب الا سته اجزاء من خمسه وعشرين
جزءا من مال مال يعدل اربعه اموال الا خمسي عشر مال مال فقابل بها
فيكون خمس مال مال يعدل خمسه اموال وجزء من سبعمايه وخمسه وعشرين
جزءا من كعب كعب فاقسم كل شي معك علي مال فيخرج خمسه دراهم وجزء
من سبعمايه وخمسه وعشرين جزءا من مال مال يعدل خمس مال فاكمل مال مالك
حتي يكون مال مال وهو ان تضربه في سبعمايه وخمسه وعشرين فيكون
معك سبعمايه وخمسه وعشرين فيلون مال مال وبلثه الف وماية وخمسه
وعشرين درهما يعدل ماية وخمسه وعشرين مالا فنصف الاموال فتكن
اثنين وستين ونصفا فاضربها في مثلها تكن بلثه الف وتسع ماية وسته وربعا

Abū Kāmil, Kara Mustafa Paşa 379, f. 68a



فاسقط منها مائة الف ومايه
وخمسه وعشرين فيبقى سبع مايه
واحد وثمانون وربع فخذ ذلك
مقوص من اثنين وستين ونصف
ماخوذ مما تقى جذره وهو
خط ه د الذى هو احد اضلاع
المخمس وذلك ما اردنا ان نبين

فاذا اردنا ان نعلم قدر كميه وتر عشري دايره معلومه وقد عرفنا وتر خمسها
فانا نديرُ دايرةً عليها اب ح د ه ح ونجعل قطرها عشرةً من العدد وهو خط اح
ونرسم في نصفها خمسه اوتارٍ متساويه وهي خطوط اب ب ح ح د د ه
ه ح فبيّنٌ ان خط د ح وتر خمس هذه الدايره وقد كنا بينا ان مضروبَ في
مثله اثنان وستون ونصف الاجذر سبع مايه واحد وثمانين وربع وخط
اح مثله وضرب اج في د ح وجد في اح مثل اد في ج ح وا د مثل ح
واج مثل د ح فضرب د ح في مثله وجد في اح مثل ضرب ح ح في مثله وخط
ج د وتر عشر هذه الدايره فنجعله شيئا ونضربه في خط اح الذى هو قطر الدايره
وهو عشرة فيكون عشرة اشياء ونضرب خط د ح في مثله فيكون اثنين وستين
ونصفا الاجذر سبع مايه واحد وثمنين وربع فضاد ضرب خط ج ح في مثله
اثنين وستين ونصفا وعشرة اشياء الاجذر سبع مايه واحد وثمنين وربع فزيد
عليه ضرب اج في مثله وهو اثنان وستون ونصف الاجذر سبع مايه
واحد وثمنين وربع فيلون مايه وخمسه وعشرين درهما وعشرة اشياء
الاجذر ثلثه الف ومايه وخمسه وعشرين درهما بعدل ضرب اح

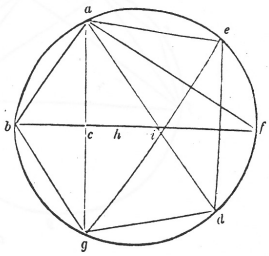
Abū Kāmil, Kara Mustafa Paşa 379, f. 68b

Incipit distinctio octaua de quibusdam subtilitatibus geometricis.

fol. 134 *recto*.

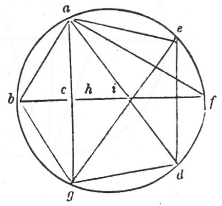
Circvli, cuius dyameter sit .10., uolo latus penthagonicum inuenire. Adiaceat circulus *.abgde.*, et in ipso sit penthagonum equilaterum et equiangulum *.abgde.*; et protrahatur in ipso corda anguli penthagonici *.ag.*, nec non et dyameter *.bf.* secans cordam *.ag.* in duo equa ad punctum *.c.* Quare angulus *.bca.* est rectus: et proponam dyametrum *.fb.* 10., et latus penthagonicum *.ab.* rem; et protraham lineam *.af.*; et erit triangulus *.baf.* orthogonium, cum sit in semicirculo *.baf.*; et est ab angulo recto in basim cathetus ducta *.ac.* Quare multiplicatio *.fb.* in *.cb.* est sicut *.ba.* in se: multiplicemus ergo *.ba.* in se, scilicet rem, ueniet census; quem diuidamus per *.fb.*, scilicet per .10., ueniet pro *.cb.* $\frac{1}{10}$ census : auferamus ergo quadratum $\frac{1}{10}$ census ex quadrato lateris *.ba.*, scilicet ex censu quadratum ex *.cb.*, remanebit pro quadrato lineę *.ac.* census, diminuta $\frac{a}{100}$ census census: et quia *.ag.* dupla est ex *.ac.*, erit quadratum ex *.ag.* quadruplum quadrati ex *.ac.* Quare quadruplicemus quadratum lineę *.ac.*, et habebimus .4. census minus $\frac{4}{25}$ census census pro quadrato cordę *.ag.*: et quia in circulo *.abgd.* protractum est quadrilaterum *.agde.*, erit multiplicatio *.de.* in *.ga.* cum multiplicatione *.gd.* in *.ea.*, sicut multiplicatio unius dyametrorum ipsius quadrilateri in alium; et est unus illorum dyametrorum *.ge.*, et alter *.da.*; et est unusquisque eorum equalis linee *.ag.*, cum unusquisque eorum sit corda anguli penthagonici : ergo multiplicatio *.de.* in *.ag.* cum *.gd.* in *.ae.* est sicut *.ag.* in se. Sed ex *.ag.* in se proueniunt .4. census minus $\frac{4}{25}$ census census ; ergo ex *.de.* in *.ga.*, et ex *.gd.* in *.ea.* proueniunt .4. census minus $\frac{4}{25}$ census census : de quibus si tollamus censum, qui prouenit ex *.gd.* in *.ae.* , scilicet ex re in rem, remanebunt .3. census minus $\frac{4}{25}$ census census pro multiplicatione *.de.* in *.ag.* Quare si diuiserimus .3. census minus $\frac{4}{25}$ census census per rem, scilicet per *.de.*, exibunt .3 res minus $\frac{1}{25}$ cubi pro quantitate cordę *.ga.*: multiplicemus ergo .3. res minus $\frac{1}{25}$ cubi in se, uenient .9. census et $\frac{1}{25}$ cubum cubi minus $\frac{6}{25}$ census census, que equantur .4. censibus minus $\frac{4}{25}$ census census. Addamus ergo utrique parti $\frac{6}{25}$ census census, et tollamus ab utraque parte .4. census, remanebunt .5. census et $\frac{1}{625}$ cubi cubi equales 5^e census census : diuidamus nunc hec omnia | per censum, et uenient .5. dragme, et $\frac{4}{625}$ census census equales 5^e census : reducamus itaque hec omnia ad censum census ; et est ut multiplicemus ea per 625, et erunt census census, et 3125 dragme equales .125. censibus : multiplica ergo medietatem censuum, que est $\frac{1}{2}$ 62, in se, uenient $\frac{1}{4}$ 3906; de quibus abice .3125., remanebunt $\frac{1}{4}$ 781; quorum radicem abice de $\frac{1}{2}$ 62., remanebunt $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781. pro quantitate census, radix quorum est res, scilicet latus penthagonicum. Aliter á dyametro *.b.f.* accipiamus centrum *.h.* , et addamus super semidyametrum *.bh.* quartam eius, que sit *.hi.*, et erit tota *.bi.* $\frac{1}{4}$ 6.; et sicut in tertio decimo Evclidis demonstratum est, erit sicut *.bi.* ad *.ic.*, ita *.ic.* ad *.ih.* Quare est sicut prima *.bi.* ad tertiam *.ih.*, ita quadratum lineę *.bi.* ad quadratum lineę *.ci.*: est enim *.bi.* quincuplum ex *.ih.* Quare quadratum ex *.bi.*, quod est $\frac{1}{16}$ 39, est quincuplum quadrati *.ci.* Ergo *.ci.* est radix de $\frac{13}{16}$ 7. ; qua ablata ex *.bi.* remanent $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7. pro quantitate lineę *.bc.*: et quia est sicut *.fb.* ad *.ba.*, ita *.ba.* ad *.bc.*; erit multiplicatio *.ba.* in se sicut multiplicatio *.fb.* in *.bc.*: est enim *.bf.* 10.; que si duxerimus in *.bc.*, scilicet in $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7.,

« *.ac.* Quare .... census pro » (fol. 134 *recto*, lin. 10-13; pag. 207, lin. 8-14).



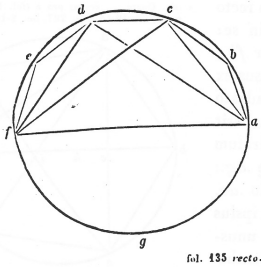
fol. 134 *verso*.

« reducamus itaque .... tertio decimo » (fol. 134 *verso*, lin. 2-9 ; pag. 207, lin. 30-37).



uenient pro quadrato lineę .*ba*. $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781., quorum radix est latus penthagonicum .*ab*., et est radix residui, quod est á radice $\frac{1}{4}$ 781. usque in $\frac{1}{2}$ 62.; quorum residuum est parum plus de $\frac{1}{2}$ 34., cuius residui, secundum propinquitatem, radix est .6. minus $\frac{1}{8}$; et hec est quantitas .*ab*. secundum propinquitatem.

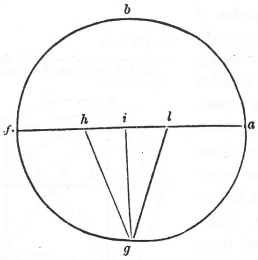
« hoc est .... de $\frac{1}{4}$ 781. » (fol. 124 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 208, lin. 16 e 17).



fol. 135 *recto*.

Et si uis habere notitiam lateris decagoni cadentis in circulo, cuius dyameter sit .10. Et diuidatur arcus semicirculj .*abcf*. in quinque portiones equales, que sint .*ab*. .*bc*. .*cd*. .*de*. .*ef*.; et protrahantur in eis recte .*ab*. .*bc*. .*cd*. .*de*. .*ef*., et erit unaqueque ipsarum latus decagoni; et copulentur recte .*ac*. et .*df*., et erit unaqueque ipsarum latus penthagoni; et producantur recte .*ad*. et .*cf*.: et quoniam equalis est arcus .*ac*. arcus .*fd*., comuniter adiaceat arcus .*cd*., erit tunc arcus .*acd*. equalis arcui .*cdf*.: quare recta .*ad*. equalis est recte .*cf*.: in circulo quidem .*abg*. constitutum est quadrilaterum .*cafd*., et in ipso protrecti (*sic*) sunt duo dyametri ipsius quadrilateri .*cf*. et .*ad*. Quare multiplicatio .*af*. in .*cd*. cum .*ac*. in .*fd*. est sicut .*cf*. in .*ad*.: sed .*cf*. in .*ad*. est sicut .*cf*. in se : his itaque intellectis, propone rectam .*cd*., que est lati decagoni rem, et multiplica eam in .*af*., scilicet in .10., uenient .10. res ; quibus adde id quod prouenit ex .*ca*. in .*df*., hoc est ex .*ca*. in se; quod inuenimus superius esse $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781., | erunt .10. res et dragme $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., que equantur quadrato lineę .*cf*.; cui superadde quadratum lateris .*ca*., quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., erunt .10. res et 125 dragme minus .2. radicibus de $\frac{1}{4}$ 781., que sunt una radix de 3125., que equantur .100. dragmis, scilicet quadrato dyametri .*af*., cum angulus .*fca*. sit rectus: est enim angulus .*fca*. in semicirculo .*abf*.: adde ergo utrique parti radicem de 3125., et tolle ab utraque parte .125., remanebunt .10. res equales radici .3125. minus .25. dragmis. Quare radicem .3125. minus 25. diuide per .10, et uenient radix $\frac{1}{4}$ 31. minus dragmis $\frac{1}{2}$ 2. pro quantitate rei, scilicet pro latere .*cd*. decagonico.

« Aliter inueniam .... quadrata linearum » (fol. 135 *recto*, lin. 10-19; pag. 208, lin. 26-35).



Aliter inueniam latus decagoni: et penthagoni per dyametrum notum. Sit rursus dyameter circulj .*abg*. 10.; et accipiatur centrum eius, quod sit .1. et ad rectos angulos trahatur recta .*ig*. et diuidetur .*if*. in duo equa ad punctum .*h*. et protrahatur recta .*gh*., cui iaceat equalis recta .*hl*.; et copuletur recta .*gl*. Dico .*il*. esse latus decagoni, et .*gl*. latus penthagoni cadentium in circulo .*abfg*. Quod sic probatur: Quoniam recta .*fi*. diuisa est in duo equa in puncto .*h*., et .*ei*. addita est recta .*il*., erit multiplicatio .*il*. in .*fl*. cum quadrato lineę .*ih*., sicut .*hl*. in se. Sed recte .*hl*. equalis est recta .*gh*.; ergo .*li*. in .*fl*. cum .*hi*. in se est sicut .*hg*. in se. Sed .*hg* se est sicut .*gi*. in se et .*ih*. in se; ergo .*il*. in .*fl*. cum quadrato lineę .*hi*. sicut quadrata linearum .*gi*. et .*ih*.: comuniter auferatur quadratum lineę .*ih*., remanebit .*il*. in .*fl*. sicut quadratum lineę .*gi*. Sed recte .*gi*. equalis est recta .*fi*.; ergo superficies .*il*. in .*fl*. est sicut .*fi*. in se. Quare proportionaliter est ut .*lf*. ad .*fi*., ita .*f.i*. ad .*il*.: linea ergo .*fl*. diuisa est media et extrema proportione; et est maior pars, scilicet .*f.i*. latus scilicet exagonicum. Quare minor pars .*il*. erit latus decagonicum, ut in Euclide habetur: et quia latus penthagonicum potest super latus exagoni et decagoni; et est .*g.i*. latus exagonicum., et .*il*. latus decagonicum, erit quippe recta .*gl*. latus penthagonicum. Et ut hec operentur in numeris, sit dyameter .*af*. 10.; quare .*gi*. erit .5 et .*ih*. erit $\frac{1}{2}$ 2.; et ducamus .*gi*. in se, et .*ih*. in se,