Apollonius, *Conica* I:13: de ellips.

In deze propositie bewijst Apollonius de "vergelijking" van de ellips, voor één speciale middellijn. Dit is de "oorspronkelijke middellijn", waarmee bedoeld wordt: de enige middellijn waarvan Apollonius in de stereometrische figuur laat zien zien dat het een middellijn is.

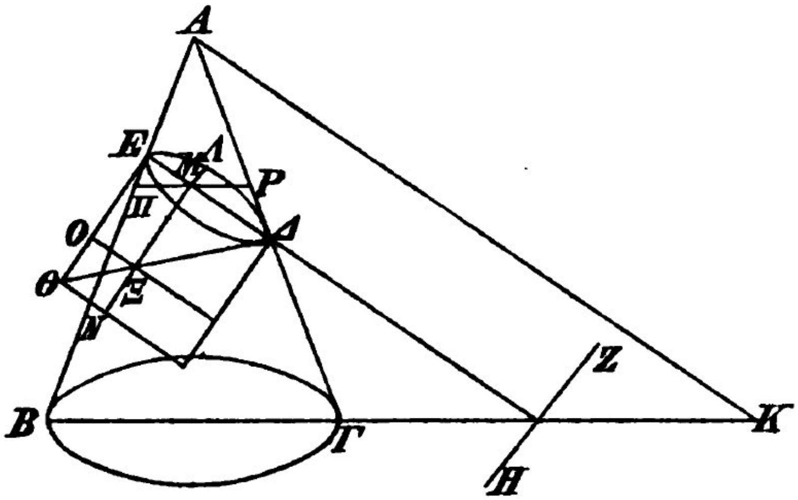
De vertaling is gebaseerd op de editie van de Griekse tekst (Apollonius ed. Heiberg vol. 1, p. 48-53) en de Franse vertaling van Ver Eecke (p. 28-31). De tekst is door de vertaler in genummerde paragrafen [1], [2] enz. ingedeeld.

13

[1] Als een kegel gesneden wordt met een vlak door de as, en ook gesneden wordt door een ander vlak dat beide zijden van de driehoek door de as ontmoet, en dat niet evenwijdig aan de basis getrokken is en ook niet tegengesteld is, als verder het vlak van de basis van de kegel en het snijvlak elkaar ontmoeten in een rechte loodrecht op de basis van de driehoek door de as of (loodrecht op) het verlengde daarvan (d.w.z. van die basis), dan zal elke rechte die vanaf de kegelsnede getrokken is, evenwijdig aan de doorsnede van de vlakken, tot aan de middellijn van de snede, in vierkant gelijk zijn aan een zekere oppervlakte die langs een zekere rechte ligt, (namelijk een rechte) waartoe de middellijn van de kegelsnede een verhouding heeft die het vierkant van de rechte getrokken uit de top van de kegel, evenwijdig aan de middellijn van de kegelsnede tot de basis van de driehoek, (heeft) tot de (rechthoek) die bevat wordt door de stukken die door hem (die rechte) van de zijden van de driehoek worden afgesneden, met als breedte het stuk dat erdoor van de middellijn wordt afgesneden vanaf de top van de kegelsnede, en die een figuur mist,[1] die gelijkvormig is en gelijkvormig ligt met de (rechthoek) bevat door de middellijn en de rechte waarlangs zij (i.e. de ordinaten) in vierkant gelijk zijn.[2] Laat zo'n kegelsnede een ellips genoemd worden.

[1]Grieks: *elleipon*

[2]Grieks: par hēn dunantai



[2] Laat er een kegel zijn met top punt A en basis cirkel $B\Gamma$. Laat hij gesneden zijn met een vlak door de as die als snede driehoek $AB\Gamma$ maakt. Laat hij door een ander vlak gesneden zijn dat beide zijden van de driehoek door de as ontmoet en dat niet evenwijdig aan de basis van de kegel getrokken is en niet tegengesteld, en laat hij als snede in het oppervlak van de kegel lijn ΔE maken. Laat de doorsnede van het snijvlak en het vlak van de basis van de kegel ZH zijn, die loodrecht is op $B\Gamma$. Laat de middellijn van de (kegel)snede ΔE zijn.

[3] Laat in E loodrecht op $E\Delta$ (lijn) $E\Theta$ getrokken zijn, en door A evenwijdig aan $E\Delta$ (lijn) AK, en laat het zo gemaakt zijn dat het (vierkant) van AK tot de (rechthoek) onder $BK\Gamma$[3] is als ΔE tot $E\Theta$. Laat een of ander punt Λ op de snede genomen zijn, en laat door Λ evenwijdig aan ZH (lijn) ΛM getrokken zijn.

[4] Ik zeg dat ΛM in vierkant gelijk is aan een of ander oppervlak, dat langs $E\Theta$ ligt, als breedte (lijn) EM heeft, en een figuur mist die gelijkvormig is aan de (rechthoek) onder $\Delta E\Theta$.

[5] Want laat $\Delta\Theta$ getrokken zijn, en door M laat $M\Xi N$ evenwijdig aan ΘE getrokken zijn, en door Θ en Ξ laat ΘN en ΞO evenwijdig aan EM getrokken zijn, en laat door M evenwijdig aan $B\Gamma$ ΠMP getrokken zijn. Dan, omdat ΠP evenwijdig is aan $B\Gamma$, en ook ΛM evenwijdig is aan ZH, is

[3] In moderne termen BK maal $K\Gamma$. Apollonius gaat er niet van uit dat BK en $K\Gamma$ in de figuur een rechthoek maken, en dat is hier ook niet zo. Hij bedoelt een rechthoek waarvan de ene zijde gelijk is aan BK en de tweede zijde aan $K\Gamma$.

het vlak door ΛM en ΠP evenwijdig aan het vlak door ZH en $B\Gamma$, dat is de basis van de kegel.

[6] Als dus door ΛM en ΠP een vlak wordt gelegd, zal de snede een cirkel met middellijn ΠP zijn. En ΛM is een loodlijn daarop. Dus is de (rechthoek) onder ΠMP gelijk aan het (vierkant) van ΛM.

[7] Maar omdat het (vierkant) van AK staat tot de (rechthoek) onder $BK\Gamma$ als $E\Delta$ tot $E\Theta$, en de verhouding van het (vierkant) van AK tot de (rechthoek) onder $BK\Gamma$ samengesteld is uit (de verhouding die) AK heeft tot KB en AK staat tot $K\Gamma$, maar AK staat tot KB is gelijk aan EH staat tot HB, dat is EM tot $M\Pi$, en AK staat tot $K\Gamma$ is ΔH staat tot $H\Gamma$, dat is ΔM staat tot MP, daarom is de verhouding van ΔE staat tot $E\Theta$ samengesteld uit die van EM tot $M\Pi$ en die van ΔM tot MP. De verhouding, samengesteld uit die van EM tot $M\Pi$ en die van ΔM tot MP, is de verhouding van de (rechthoek) onder $EM\Delta$ tot de (rechthoek) onder ΠMP. Dus de (rechthoek) onder $EM\Delta$ staat tot de (rechthoek) onder ΠMP als ΔE staat tot $E\Theta$, dat is als ΔM staat tot $M\Xi$. Zoals ΔM staat tot $M\Xi$, als ME als gemeenschappelijke hoogte genomen wordt, zo staat de (rechthoek) onder ΔME tot de (rechthoek) onder ΞME. Dus de (rechthoek) onder ΔME staat tot de (rechthoek) onder ΠMP als de (rechthoek) onder ΔME staat tot de (rechthoek) onder ΞME. Dus de (rechthoek) onder ΠMP is gelijk aan de (rechthoek) onder ΞME.

[8] Er is aangetoond dat de (rechthoek) onder ΠMP gelijk is aan het (vierkant) van ΛM. Dus de (rechthoek) onder ΞME is gelijk aan het (vierkant) van ΛM. Dus ΛM is gelijk in vierkant aan MO, die langs ΘE ligt, breedte EM heeft, en die een figuur ON mist die gelijkvormig is aan de (rechthoek) onder $\Delta E\Theta$. Laat zo'n snede ellips genoemd worden, lijn $E\Theta$ (de lijn) waarlangs in vierkant gelijk zijn de (rechten) die naar ΔE geordend getrokken worden, en laat dezelfde rechte ($E\Theta$) ook opstaande (zijde) heten, $E\Delta$ dwarse (zijde).

Literatuur

- T.L. Heath, *Apollonius of Perga, treatise on conic sections.* Cambridge 1896 (vertaling in moderne notatie).

- J.L. Heiberg (ed.), *Apollonii Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis*, Leipzig (Teubner) 1890. 2 vols. De figuur is ontleend aan vol. 1, p. 51.

- J.P. Hogendijk, Kegelsneden in de Griekse oudheid, in: A. Grootendorst (ed.), *Vakantiecursus kegelsneden en kwadratische vormen*, Amsterdam: Centrum voor Wiskunde en Informatica 1995, ook beschikbaar online via www.jphogendijk.nl/publ.html

- P. Ver Eecke, *Les Coniques d'Apollonius de Perge.* Oeuvres traduites pour la première fois du Grec en Français, Brugge 1928.

- H. Zeuthen. *Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum.* Kopenhagen 1886, herdruk Hildesheim 1966.