De Cirkelmeting *van Archimedes is bewaard in een versie die niet de oorspronkelijke tekst is, maar op diverse plaatsen is veranderd. Propositie 2, bijvoorbeeld, heeft niet tot de oorspronkelijke tekst hebben behoord omdat hij in een andere stijl geschreven heeft en van veel lager niveau is dan proposities 1 en 3. Deze twee proposities zijn vermoedelijk wel echt maar het is goed mogelijk dat het werk oorspronkelijk veel uitgebreider was.*

In propositie 1 van de Cirkelmeting *van Archimedes wordt aangetoond dat de oppervlakte van de cirkel gelijk is aan, modern gezien, de helft van het product van de omtrek en de straal. In propositie 3 wordt de omtrek van een cirkel afgeschat; Archimedes toont aan dat de omtrek tussen* $3\frac{10}{71}$ *en* $3\frac{1}{7}$ *maal de diameter ligt. Modern gezien komt dit neer op* $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. *We vertalen de hele propositie 1 en de helft van propositie 3. De getallen in propositie 3 zijn in Griekse letters gegeven met daarachter tussen haakjes de moderne schrijfwijze in Hindu-Arabische cijfers, die Archimedes niet kende.*

Propositie 1 is erg beknopt; vermoedelijk neemt Archimedes aan dat de lezer al bekend was met propositie 2 van boek 12 van de Elementen *van Euclides, ook over de cirkel.*

Archimedes, Cirkelmeting

1. Elke cirkel is gelijk aan een rechthoekige driehoek, waarvan de straal gelijk is aan één van de rechthoekszijden, en de omtrek gelijk is aan de basis.

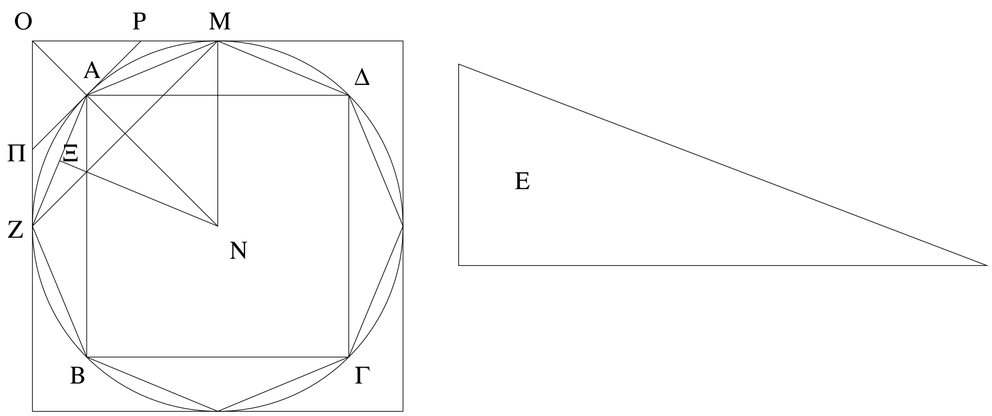
Laat de cirkel $AB\Gamma\Delta$ tot de driehoek E zijn, zoals verondersteld is. Ik zeg, dat hij (eraan) gelijk is.

Want, indien mogelijk, laat de cirkel groter zijn, en laat het vierkant $A\Gamma$ ingeschreven zijn, en laat de cirkelbogen gehalveerd zijn, en laat de segmenten nu al minder zijn dan het overschot van de cirkel over de driehoek. Dan is de rechtlijnige (figuur) groter dan de driehoek.

Laat het middelpunt N en de loodlijn $N\Xi$ genomen zijn. Dan is $N\Xi$ kleiner dan de zijde van de driehoek. En de omtrek van de rechtlijnige figuur is kleiner dan de andere zijde, omdat die ook (kleiner is) dan de omtrek van de cirkel. Dus is de rechtlijnige figuur kleiner dan de driehoek E. Hetgeen onmogelijk is.

Laat (nu) de cirkel, indien mogelijk, kleiner zijn dan de driehoek E. Laat het vierkant om (de cirkel) geschreven zijn, en laat de bogen gehalveerd zijn, en laat raaklijnen door de punten getrokken zijn. Dan is de hoek OAP recht, en OP is dus groter dan MP, want PM en PA zijn gelijk. Dus is driehoek $PO\Pi$ groter dan de helft van figuur $OZAM$. Laat de overgelaten segmenten, die net zo zijn als ΠZA, minder zijn dan het overschot, waarmee de (driehoek) E over de cirkel $AB\Gamma\Delta$ overschiet. Dan is de omgeschreven figuur minder dan E. Hetgeen onmogelijk is, want hij is groter, omdat NA gelijk is aan de loodlijn van de driehoek, en de omtrek (van de veelhoek) groter is dan de basis van de driehoek.

Dus is de cirkel gelijk aan de driehoek E.



3. De omtrek van elke cirkel is drie maal de diameter en het overschot is minder dan een zevende deel van de middellijn en meer dan tien eenenzeventigste deel van de middellijn.

Laat er een cirkel zijn met middellijn $A\Gamma$ en middelpunt E, en $\Gamma\Lambda Z$ raaklijn, en de (hoek) $ZE\Gamma$ is een derde deel van een rechte (hoek). Dan heeft EZ tot $Z\Gamma$ een verhouding van $\overline{\tau\varsigma}$ (306) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$, (153) en $E\Gamma$ heeft tot ΓZ een verhouding van $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ (265) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153).

Laat nu de (hoek) $ZE\Gamma$ door EH in tweeën gedeeld zijn. Dan geldt: ZE staat tot $E\Gamma$ als ZH tot $H\Gamma$. Dus geldt: ZE en $E\Gamma$ samen staan tot $Z\Gamma$ als $E\Gamma$ tot ΓH. Dus heeft ΓE tot ΓH een grotere verhouding dan $\rho o\alpha$ (571) tot $\rho\nu\gamma$ (153). Dus heeft EH tot $H\Gamma$ in de (tweede) macht een verhouding van $\overset{\lambda\delta}{M}\ \overline{\text{͵}\theta\upsilon\nu}$ (349450) tot $\overset{\beta}{M}\ \overline{\text{͵}\gamma\upsilon\theta}$ (23409), dus in lengte (d.w.z. in de eerste macht) van $\overline{\phi Q\alpha}\ \eta$‘ ($591\frac{1}{8}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153). Wederom hoek $HE\Gamma$ in tweeen met $E\Theta$. Door dezelfde dingen heeft $E\Gamma$ een grotere verhouding tot $\Gamma\Theta$ dan $\overline{\text{͵}\alpha\rho\xi\beta}\,\eta'$ ($1162\frac{1}{8}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153). Dus heeft ΘE een grotere verhouding tot $\Theta\Gamma$ dan $\overline{\text{͵}\alpha\rho o\beta}\,\eta'$ ($1172\frac{1}{8}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153). Nog de hoek $\Theta E\Gamma$ in tweeën met EK. Dan heeft EK tot ΓK een grotere verhouding dan $\overline{\text{͵}\beta\tau\lambda\delta}\,\delta'$ ($2334\frac{1}{4}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153), dus is EK tot ΓK groter dan $\overline{\text{͵}\beta\tau\lambda\theta}\,\delta'$ ($2339\frac{1}{4}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153). Nog de hoek $KE\Gamma$ in tweeën met ΛE. Dan is $E\Gamma$ tot $\Lambda\Gamma$ een grotere verhouding dan

$͵\overline{\delta\chi o\gamma}\, \angle'$ ($4673\frac{1}{2}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153).

Omdat (hoek) $ZE\Gamma$, die een derde van een rechte hoek is, vier maal doormidden gedeeld is, is (hoek) $\Lambda E\Gamma$ $\mu\eta'$ ($\frac{1}{48}$) van een rechte hoek. Laat dus (hoek) ΓEM gelijk aan haar ($\Lambda E\Gamma$) bij E geplaatst zijn. Dan is (hoek) ΛEM $\kappa\delta'$ ($\frac{1}{24}$) van een rechte (hoek). En ΛM is dus een rechte zijde van de veelhoek om de cirkel die $Q\varsigma$ (96) zijden heeft. Omdat aangetoond is dat $E\Gamma$ een grotere verhouding tot $\Gamma\Lambda$ heeft dan $͵\overline{\delta\chi o\gamma}\, \angle'$ ($4673\frac{1}{2}$) tot $\overline{\rho\nu\gamma}$ (153), maar $A\Gamma$ het dubbele is van $E\Gamma$, en ΛM het dubbele is van $\Gamma\Lambda$, heeft $A\Gamma$ tot de omtrek van de $Q\varsigma$ (96) -hoek een grotere verhouding dan $͵\overline{\delta\chi o\gamma}\, \angle'$ ($4673\frac{1}{2}$) tot $\overset{\alpha}{M}$ $͵\overline{\delta\chi\pi\gamma}$ (14688). Maar dit is drievoud, met een overschot van $͵\overline{\chi\xi\zeta}\angle'$ ($667\frac{1}{2}$), maar van de $͵\overline{\delta\chi o\gamma}\angle'$ ($4673\frac{1}{2}$) is dit minder dan een zevende. Dus de veelhoek om de cirkel is groter dan drie maal de middellijn met (een overschot van) minder dan het zevende deel (van de middellijn). Dus de omtrek van de cirkel is veel kleiner dan het drievoud (van de diameter) plus minder dan het zevende deel ...