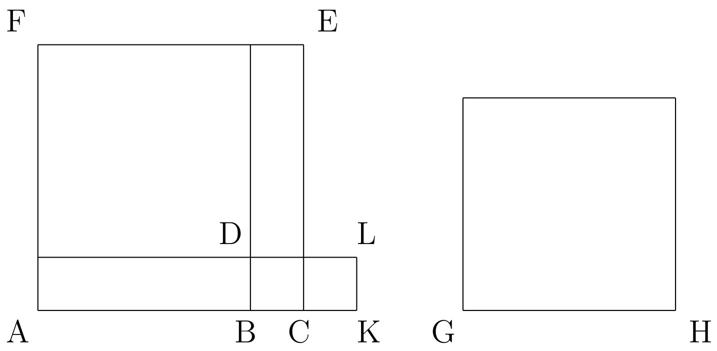
Uit de *Ars Magna* van Girolamo Cardano (1545). Deze vertaling is geïnspireerd door de Engelse vertaling in het *Sourcebook* van Struik, pp. 62-67, maar er is ook gekeken naar de Engelse vertaling van Witmer, pp. 96-99, en het Latijnse origineel, fol. 66^r. Deze pagina van het origineel is aan het einde toegevoegd. Paragraafindeling en cursivering zijn van de vertaler (J.H.).

Over een *kubus* en *dingen* gelijk aan een getal.
Hoofdstuk 11.

[1] Scipio del Ferro uit Bologna heeft dit hoofdstuk ongeveer dertig jaar geleden uitgevonden, en het aan Antonio Maria Florido uit Venetië meegedeeld. Deze heeft, nadat hij een wedstrijd met Niccolo Tartaglia uit Brescia had gedaan, bekend gemaakt dat Niccolo het ook uitgevonden had. Hij (Niccolo) heeft het aan ons meegedeeld toen we erom vroegen, maar hij heeft het bewijs niet gegeven. Met behulp hiervan hebben wij het bewijs gezocht en het gevonden, zij het met veel moeite, op de manier zoals hieronder beschreven.

[2] Bijvoorbeeld, laat de kubus van GH en zes keer de zijde GH gelijk zijn aan 20. Ik neem twee kubussen AE en CL, waarvan het verschil 20 is, zodat het product van de zijde AC en de zijde CK 2 is, dat is, een derde van het aantal *dingen*. Ik pas CB gelijk aan CK af, dan zeg ik, dat als het zo gedaan is, de resterende lijn AB gelijk is aan GH en daarom gelijk aan de waarde van het *ding* (want er was gesteld dat GH dat was).



[3] Dan maak ik op de manier van de eerste stelling van hoofdstuk 6 van dit boek, de lichamen DA, DC, DE, DF af. Daarom bedoelen we met DC de kubus van BC, met DF de kubus van AB, met DA driemaal CB maal het kwadraat van AB, met DE driemaal AB maal het kwadraat van BC. Omdat het product van AC met CK 2 is, is driemaal AC maal CK gelijk aan 6, het aantal *dingen*, en daarom is het product van AB met $3AC$ met CK 6 *dingen* AB, ofwel zesmaal AB, dus driemaal het product van AB, BC en AC is zesmaal AB. Maar het

verschil van de kubus van AC en de kubus van CK, en evenzo van de kubus van BC, die daaraan volgens de hypothese gelijk is, is 20. En wegens de eerste stelling van het zesde hoofdstuk is dit de som van de lichamen DA, DE en DF, dus die drie lichamen zijn 20.

[4] Maar als we BC minus nemen, dan is de kubus van AB gelijk aan de kubus van AC en driemaal AC maal het kwadraat van BC, en de kubus van BC minus, en driemaal BC maal het kwadraat van AC minus. Maar zoals bewezen is, is het verschil van driemaal CB maal het kwadraat van AC en driemaal AC maal het kwadraat van BC (driemaal) het product van AB, AC en BC. Omdat aangetoond is dat dit zesmaal AB is, als we zesmaal AB optellen bij het product van AC met driemaal het kwadraat van BC, is het resultaat driemaal BC maal het kwadraat van AC, omdat BC minus is. Er is aangetoond dat het product van CB en driemaal het kwadraat van AC minus is, en de rest die hieraan gelijk is is plus, daarom is driemaal CB maal het kwadraat van AC[1] en driemaal AC maal het kwadraat van CB en zesmaal AB niets. Daarom is, volgens gezond verstand, het verschil van de kubussen van AC zelf en BC, net zoveel als de kubus van AC en driemaal AC maal het kwadraat van CB en driemaal CB maal het kwadraat van AC minus, en de kubus van BC minus, en zesmaal AB. Dit is dus 20, omdat het verschil van de kubussen van AC en CB 20 was, omdat wegens de tweede veronderstelling van hoofdstuk 6, als we BC minus stellen, de kubus van AB gelijk is aan de kubus van AC en driemaal AC maal het kwadraat van BC, en de kubus van BC minus, en driemaal BC maal het kwadraat van AC minus.

[5] Daarom is de kubus van AB en zesmaal AB, wegens gezond verstand, omdat dit gelijk is aan de kubus van AC en drie maal AC maal het kwadraat van CB en drie maal CB maal het kwadraat van AB minus, en de kubus van CB minus, en zesmaal AB, die al gelijk waren aan 20, zoals aangetoond is, ook gelijk aan 20.

[6] Omdat daarom de kubus van AB en zes maal AB gelijk is aan 20, en de kubus van GH en zes maal GH gelijk is aan 20, is volgens het gezond verstand en hetgeen gezegd is in prop. 35 en 31 van het elfde Boek van de Elementen,[2] GH gelijk aan AB, dus is GH het verschil van AC en CB.

Echter AC en CB, of AC en CK, zijn getallen ofwel lijnen die een oppervlak omvatten dat gelijk is aan het derde deel van het aantal *dingen*, waarvan de kubussen verschillen van het getal van de vergelijking. Daarom hebben we een regel:

[1] De tekst zou correct zijn als er stond "AC minus." Struik vertaalt "AB".

[2] Prop. 31 van boek 11 van de *Elementen* van Euclides zegt dat parallelepipeda met gelijke bases en hoogte gelijke inhoud hebben. Prop. 35 gaat over congruente drievlakshoeken, het is mij niet duidelijk wat deze propositie met de redenering van Cardano te maken heeft. Misschien had Cardano een versie van de *Elementen* met een andere telling van de proposities dan in de] vertaling van Heath, vol. 3, p. 352.

REGEL

[7] Neem de kubus van het derde deel van het aantal *dingen*, en voeg daaraan het kwadraat van de helft van het getal van de vergelijking aan toe. Neem de wortel hiervan, dat wil zeggen de vierkantswortel, en deze neem je dubbel (d.w.z. twee keer).[3] De ene tel je op bij de helft van het getal dat je met zichzelf vermenigvuldigd hebt, en van de andere trek je de helft van hetzelfde (getal) af. Dan heb je een binomium en zijn apotoom.[4] Nadat je dan de kubische wortel van het apotoom van de kubische wortel van het binonium afgetrokken hebt, is de rest die daaruit achterblijft de waarde van het *ding*.

[8] Voorbeeld: kubus & 6 posities zijn gelijk 20. Neem de kubus van 2, het derde deel van 6, dat wordt 8; vermenigvuldig 10, de helft van het getal, met zichzelf, dat is 100, tel 100 en 8 op, dat is 108, neem de wortel, dat is $\sqrt{108}$, en neem hem twee keer; tel bij de ene 10, de helft van het getal, op, en trek dit van de andere af, dan heb je een binomium $10 + \sqrt{108}$ en een apotoom $\sqrt{108} - 10$. Neem de kubische wortel van deze twee, en trek de (wortel) van het apotoom van de (wortel) van het binomium af, dan heb je de waarde van het *ding*, $\sqrt[3]{\sqrt{108}+10} - \sqrt[3]{\sqrt{108}-10}$.

$$
\begin{array}{llll}
\text{kub}^{us} + 6 \ \text{din}^{gen} & \text{gel}^{ij}\text{k} & 20 \\
\quad 2 & & 20 \\
\quad 8 \text{ ———————-} & & 10 \\
\qquad 108 & & \\
\quad \sqrt{108}+10 & & \\
\quad \sqrt{108}-10 & & \\
\sqrt[3]{\sqrt{108}+10} & & \\
-\sqrt[3]{\sqrt{108}-10} & &
\end{array}
$$

Literatuur over derdegraads vergelijkingen in de zestiende eeuw:

- O. Becker, *Das mathematische Denken der Antike*, Göttingen 1957.
- Hieronymi Cardani ... *Artis Magnae sive de regulis algebraicis* ... Neurenberg: Johann Petrieus, 1545.
- Girolamo Cardano, *Ars Magna, or the rules of Algebra.* Translated by T. Richard Witmer. Cambridge Mass.: MIT Press, 1968, reprint New York: Dover 1993.

[3]Het woord seminabis is gecorrigeerd tot geminabis, zie de vertaling van Witmer, p. 98.

[4]Deze terminologie is ontleend aan boek 10 van de *Elementen* van Euclides. In moderne notatie is een binomium een uitdrukking van de vorm $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ of $p + \sqrt{q}$ met p, q positief en rationaal, en de corresponderende apotoom is een uitdrukking van de vorm $\sqrt{p} - \sqrt{q}$, $p - \sqrt{q}$, en $\sqrt{q} - p$ met p, q positief en rationaal. Het woord “binomium” betekent “twee termen,” “apotoom” betekent “afgesneden.”

- John Fauvel, Jeremy Gray, *The History of Mathematics: A Reader*, Houndmills, MacMillan Press, 1987.
- Arie Hol, Jeroen van Dijk, Een drama van de derde graad, *Nieuwe Wiskrant*, april 1993, pp. 19-23.
- D.J. Struik, *A Sourcebook in Mathematics, 1200-1800*, Cambridge Mass.: Harvard University Press, 1969.