Abhandlung des al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haiṯam (Alhazen) über die Bestimmung der Richtung der Qibla[1].

Von

Carl Schoy.

In der 2. Sure (سورة البقرة) des Qu'rān[2]) spricht Muḥammed von der Gesichtswendung beim Gebet, d. i. der Innehaltung der Blickrichtung zur Ka'ba in Mekka. Diese Richtung wird Q i b l a genannt, von *qibal*-Vorderseite, weil der Betende die Vorderseite einer kleinen vertikalen, (mit der ewigen Lampe geschmückten) Wand anblickt, deren Spur senkrecht zur Mekkarichtung läuft. Allerdings ist die Orientierung nach dem Heiligtum während des Gebetes nicht arabischen, sondern jüdischen Ursprungs. Anfänglich wandte auch Muḥammed beim Gebet sein Antlitz nach Jerusalem, ja die älteste Moschee zu Medīna ist nach Jerusalem orientiert. Erst am 16. Januar 624 n. Chr. änderte der Prophet die Qibla, d. i. die Gesichtswendung zur heiligen Stätte, dahin ab, daß von jetzt ab sich alle Muslime bei den fünf täglichen Gebeten nach der Ka'ba zu Mekka richteten[3]).

Schon frühzeitig wurde die Mekkarichtung auf dem Zifferblatt der Horizontalsonnenuhr (البسيطة) vom arabischen Astronomen,

1) Nach dem Oxforder Manuskript Selden Arch. A. 34 (= 877, 4⁰. des Catal. cod. mscr. orient. biblioth. Bodleyana a Joh. Uri conf. P I, Oxon. 1787) aus dem Arabischen übersetzt von Studienrat und Privatdozent Dr. phil. nat. Carl Schoy, Doktor der Technischen Wissenschaften, in Essen a. d. R.

2) Die diesbezügliche arabische Stelle (Qu'rān, Ausgabe von G. F l ü g e l, Lips. 1841, Sure 2, 139) lautet: قد نرى تقلب وجهك فى السمآء فلنولينك قبلة ترضاها فول وجهك شطر المسجد الحرام وحيث ما كنتم فولوا وجوهكم شطره.

3) Daß Qibla am besten mit „Gesichtswendung zur Ka'ba" übersetzt wird, folgt aus der Sprache eines der hervorragendsten arabischen Astronomen, des Kairiners I b n Y ū n u s († 1009). Die Überschrift des 28. Kapitels seiner berühmten Ḥākimitischen Tafeln lautet: فى معرفة سمت القبلة وهو التوجه الى الكعبة [Mscr. Hunt. 331 = 298 P II Cat. d. Bodley. Oxford fol. 66 r].

der gleichzeitig Diener der Religion war, für den öffentlichen Gebrauch verzeichnet. Der Astronom hatte Rechnung darüber anzustellen, bei welcher Sonnenhöhe der Schatten des Uhrzeigers täglich in die Richtung der Qibla fiel. Eine solche Höhentafel (جدول ارتفاع سمت القبلة) findet man bei I b n Y ū n u s für seinen Wohnort Kairo berechnet. Sie schreitet im Argument von Grad zu Grad in der Sonnenlänge fort[1]). Ich habe sie in mein Buch: „Arabische Sonnenuhrkunde"[2]), das sich im Druck befindet, aufgenommen. Für alle weiteren Details über die Qibla möchte ich auf dies Buch verweisen.

Die Richtung nach Mekka stellt sich an einem beliebigen Ort als Abweichung (انحراف) vom Ortsmeridian dar und ist in Syrien etwa südlich (قبلى). Um diesen Winkel der Abweichung (α) vom Ortsmeridian zu finden, bedarf man der Kenntnis der geograpischen Breite Mekkas (φ_2) und der des betreffenden Ortes (φ_1), sowie ihres Längenunterschiedes (λ). Die Anwendung des sog. Kotangentensatzes der sphärischen Trigonometrie auf das Kugeldreieck der Erdoberfläche: Mekka — Ort — Erdpol liefert diesen Winkel in der Formel

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\sin \varphi_1 \cdot \cos \lambda - \cos \varphi_1 \cdot \operatorname{tang} \varphi_2}{\sin \lambda}.$$

Bekanntlich war aber die Trigonometrie der Araber noch nicht so weit ausgebildet, als daß sie eine allgemein giltige Regel für die Lösung dieser Aufgabe kannten. Vielmehr begnügten sich die früheren arabischen Mathematiker und Astronomen mit einer angenäherten (vereinfachten) Lösung der Bestimmung des Azimuts der Qibla, die umso genauer ausfiel, je geringer die Dimensionen des besagten sphärischen Dreiecks waren. Diese Methode läßt sich frühestens bei A l - B a t t ā n ī[3]) nachweisen, sodann bei I b n Y ū n u s der aber ausdrücklich betont, daß sie nicht ganz genau sei[4]), und endlich bei A l - Ǧ a ġ m ī n ī[5]). Die strenge Behandlung unserer Aufgabe habe ich u. a. bei A b ū 'l W e f ā' a l - B ū z ǧ ā n ī († 998) gefunden, von dessen Almagest mir die Herren B a r o n C a r r a d e V a u x (Paris) und Prof. H c h. S u t e r (Arlesheim) in dankenswertester Weise die entsprechenden Photographien zu vermitteln die Güte hatten[6]),

1) Mscr. Hunt. 331 fol. 119 r und 120 v+r.

2) Teil aus dem Werke von E. v. B a s s e r m a n n - J o r d a n: „Geschichte der Zeitmessung und der Uhren" (München).

3) Opus astronomicum (lat. Übers. von C. A. N a l l i n o, 1903) I, p. 137. (Vgl. auch D e l a m b r e, Histoire de l'astronomie du moyen âge, Paris 1819, pag. 54.)

4) Oxforder Mscr. II, 298 fol. 118 r.

5) Die Astronomie des Maḥmūd ibn Muḥammed ibn 'Omar al-Ǧaġmini, deutsch von R u d l o f f und H o c h h e i m, Leipzig 1893, S. 37.

6) Mscr. 2494, fol. 66 r ff. des Catal. d. mscr. arab. d. l. biblioth. nat. par M. Le Baron de Slane, Paris 1883—95.

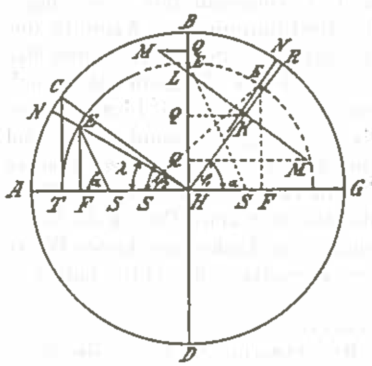
sodann bei I b n Y ū n u s[1]) und — last not least — bei I b n a l - H a i ṯ a m. Freilich nimmt unser Autor auf die astronomische Praxis dabei keine Rücksicht. Seine Darlegungen haben, wie wir sehen werden, fast nur ein mathematisches Interesse und zeigen, mit welcher Meisterschaft der treffliche arabische Gelehrte auch schwierigere trigonometrische Probleme rein geometrisch zu bewältigen verstand.

Die Handschrift ist nicht gerade leserlich, infolge des oftmaligen Fehlens der diakritischen Punkte. Auch die Figuren sind wenig korrekt. Die 2. und 3. Textfigur sind von mir hinzugefügt. Ich habe den weitschweifigen und sich oft wiederholenden Text ohne Auslassungen übersetzt. Bevor ich die Verdeutschung folgen lasse, möchte ich nicht verfehlen, auch den Herren Dr. C. v a n A r e n d o n k (Leiden) und Dr. C o w l e y (Oxford) für die freundliche Vermittlung der Photos geziemend zu danken, ebenso gilt mein Dank meinem (am 27. Jan. d. J. verstorbenen) verehrten Lehrer und Freunde Prof. C. F. Seybold für die Entzifferung einiger schwer lesbaren Stellen.

fol. 121r Im Namen Gottes des barmherzigen Erbarmers!

Abhandlung von al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haiṯam über die Bestimmung der Richtung der Qibla.

Wir hatten (ursprünglich) eine Abhandlung über die Festsetzung der Qiblarichtung an allen Erdorten nördlicher und südlicher Breite im Wege der Berechnung sowohl, als auch des geometrischen Beweises verfaßt. Später bot sich uns diese abgekürzte Methode der Ziehung der Qibla für alle Gegenden der nördlichen οἰκουμένη dar, welche keinerlei Berechnung erheischt, und so entwarfen wir darüber diese Dissertation.



1. Textfigur.

Wenn du das Azimut der Qibla an irgend einem Orte mit nördlicher Breite inbezug auf die Mittagslinie festsetzen willst, so nimm eine kupferne Platte oder hölzerne Tafel, schlage auf ihrer Fläche einen Kreis und teile dessen Umfang in 360 gleiche Teile. Es sei dies der Kreis A B G D mit fol. 122v dem Mittelpunkt H. Durch ihn ziehe die 2 sich rechtwinklig schneidenden Durchmesser A G und B D. Dann trage vom Ende des einen Durchmessers auf dem Kreisumfang einen Bogen gleich

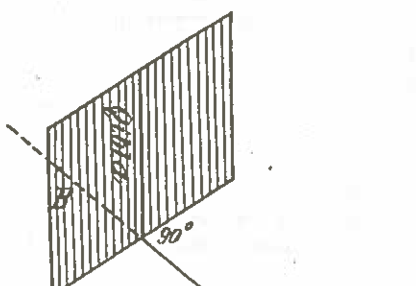
1) Oxforder Mscr. II, 298, fol. 66r.

der geographischen Breite des Ortes ab; es möge dies Bogen G R sein. Es werde der Halbmesser H R gezogen. Darauf trägst du vom anderen Ende desselben Durchmessers einen Bogen vom Kreisumfang ab, der gleich der Breite Mekkas ist; es möge dies Bogen A C sein. Und es werde vom Punkte C aus eine Linie // dem Radius A H gezogen. Sie ist ⊥ A G und heiße C T. Ferner werde auf H R vom Punkte H aus eine Strecke gleich T C abgetragen; es ist Strecke H K. Durch den Punkt K werde die Senkrechte zu H R gezogen und im Punkte L zum Durchschnitt mit H B gebracht. Und es werde weiterhin auf dem Umfang des Kreises von A aus ein Bogen gleich dem Längenunterschied zwischen Mekka und dem gegebenen Orte abgetragen. In ihm gibt es ein Azimut, (gegen Mekka,) wenn die Längen verschieden sind. Der fragliche Bogen möge gleich A N sein. Mag nun Punkt N zwischen den zwei Punkten A und B, im Punkte B selbst, oder gar zwischen B und G liegen, du ziehst in jedem Falle den Radius N H und schlägst um den Mittelpunkt H einen Kreisbogen mit der Zirkelöffnung H T, bis daß dieser Bogen den Radius N H im Punkte E schneidet. Du ziehst durch den Punkt E eine Parallele zu B H: es sei die Strecke E F. Wenn jetzt N zwischen A und B liegt, so nehme man die Summe der Strecken F H + K L, wenn aber K L < F H, so ziehe man K L auf der Seite L geradlinig heraus und schneide auf ihr die gleiche Strecke F H ab, und falls fol. 122r endlich K L > F H ist, so trage man darauf F H ab, und es wird der Rest (Abschnitt) = K M sein. Es werde dann durch M die Parallele zu A G gezogen, welche B H in Q begegnen mag. Nunmehr wird von F G eine Strecke gleich M Q abgezogen, die ihrerseits = F S ist. Zieht man noch F E, so ist ∢ A S E gleich dem Winkel des Azimuts (der Qibla).

Falls K L = F H wird, so ist der Winkel des Azimuts = ∢ A H B = 90°, und die Linie (Richtung) des Azimuts ist dann die Ostwestlinie. Und wenn N mit B zusammenfällt, so liegt F in H. Es möge dann K Q // A G gezogen werden. Wir tragen (auf H G von H aus) H S = K Q ab und ziehen S E. Dann ist der so entstandene Winkel H S E gleich dem Azimut (der Qibla). Und wenn endlich der Punkt N zwischen B und G liegt, so wird F zwischen G und H liegen. Dann werde L K nach der Richtung (über) K hinausgezogen, auf ihm (von K aus) K M = H F abgetragen und sodann M Q // A G gemacht. Auf Strecke F A, bei Punkt F (rechts) beginnend, wird die letzte Strecke M Q = F S, nach S hin abgetragen. Und es wird S, welches jetzt in der Nähe von G liegt, mit E verbunden, womit sich der Winkel des Azimuts ergibt.

Wenn man den Winkel des Azimuts auf einer Zeichenfläche oder Tablette (*lauḥ*) erhalten hatte, so muß ein gleich großer (Winkel) auf der dem Erdhorizonte parallelen Fläche an der Stelle sein, wo wir das Azimut der Qibla wissen wollen. Und es werde in ihr auch die Mittagslinie gezogen, auf dieser ein passender Punkt ge- fol. 123v wählt und in demselben der Winkel FSE des Azimuts der Qibla angetragen.

Und wenn die Linie des Azimuts mit der Mittagslinie einen rechten Winkel ausmacht, so steht dieselbe auf der Nordsüdlinie senkrecht, und es ist dann die Ostwestlinie die Linie des Azimuts. Und wenn der Winkel des Azimuts spitz und gleich ∢ FSE ist, bezogen auf die Mittagslinie, so ist der spitze Winkel gleich dem Winkel, der sich auf der Zeichenebene ergab. Wenn $KL < HF$ ist, so liegt der Winkel des Azimuts nach Süden; im anderen Fall, und wenn der Winkel des Azimuts kein rechter ist, wird der Azimutwinkel nördlich sein. Falls die Länge Mekkas größer als die des Ortes ist und die Länge von Westen gezählt wird, liegt der Winkel nach Osten; falls aber die Länge des Ortes jene Mekkas an Größe übertrifft und die Länge von Westen gezählt wird, liegt der Winkel gegen Westen. Und wenn die Länge Mekkas größer ist als die des Ortes und die Länge von Westen gezählt wird, oder die Länge des Ortes größer als die Mekkas ist und die Länge von Osten gezählt wird, ist der Winkel ein östlicher. Und wenn du diesen Winkel als Richtungsunterschied zur Mittagslinie darstellen willst, so ziehe eine Gerade heraus, welche den Winkel einschließt, und sie ist die Linie des Azimuts der Qibla. Und wenn du auf dieser Linie eine Senkrechte errichtest und ziehest sie nach beiden Seiten von der Qiblarichtung heraus, so werde auf
fol. 123r dieser Linie eine Wand senkrecht zum Horizont aufgebaut und in ihr die Qibla gezeichnet; sie ist die nach der Ka'ba gerichtete Qibla[1]).



2. Textfigur.

Und falls die Länge des Ortes dieselbe wie diejenige Mekkas, seine Breite aber größer als die Mekkas ist, so ist die Linie der (Qibla-)Richtung die Mittagslinie; die Qibla ist alsdann auf der Südseite. Und wenn die Breite des Ortes kleiner als diejenige Mekkas ist, so ist die Qibla auf der Nordseite, und dies ist das Bild der Ausführung:

Und was den Beweis zu dem anbetrifft, was wir soeben dargelegt haben, so ist's, wie wir beschreiben: Es sei ABGD (siehe Fig. 1 der Tafel) der Horizontkreis an dem Orte, dessen Qiblarichtung verlangt wird; sein Mittelpunkt sei H. Der Meridian sei ARG; Strecke AG sei die Nordsüdlinie. G sei der Nord-, A der

1) Der in B auf dem Gebetsteppich knieende Beobachter wendet dann, die Qibla der Wand anblickend, sein Antlitz nach Mekka. (S. die 2. Textfigur.)

Südpunkt; es werde durch den Punkt H auch die Ostwestlinie gezogen, und beide Linien stehen senkrecht aufeinander. Die Richtung fol. 124v
zum Zenit sei durch Punkt Q gegeben; sie ist senkrecht zur Horizontfläche. Ferner sei Kreis OB der Äquator, und KL sei der Parallelkreis, der durch das Zenit der Bewohner Mekkas geht. Punkt K liege auf dem Meridian des Ortes, und zwar südlich von R, wie es in der ersten Figur der Fall ist. Dies trifft zu, wenn die Breite des Ortes größer ist, als die Mekkas. Oder es möge Punkt K mit R zusammenfallen. Dies hat statt, wenn die Breite des Ortes gleich derjenigen Mekkas ist. Dieser Fall ist durch die zweite Figur veranschaulicht. Es möge endlich K nördlich von R liegen, ein Fall, der zutrifft, wenn die Breite des Ortes kleiner als jene von Mekka ist, und den die dritte Figur verbildlicht. Und es möge weiterhin Punkt S das Zenit der Bewohner Mekkas vorstellen. Der Richtungs-(Azimut-)kreis, der durch die beiden Punkte R und S geht, sei Kreis RSΣ. Es werde jetzt Linie ΣH gezogen; sie ist die Linie des Azimuts der Qibla, für den Ort mit dem Horizontkreis ABGD. Sodann werde OH gezogen und von dem Punkt K ein Lot auf OH gefällt: es sei dies Strecke KM; Punkt N sei der nördliche Pol des Äquators. Verbinden wir ferner H mit N, so ist ∢ OHN ein Rechter, da Bogen ON ein Kreisquadrant ist. Es werde jetzt auch Strecke KF parallel der Strecke OH gemacht; dann ist die Ebene KMHF einem Iṭṭilā' parallel[1]). Es ist $KF = MH$ und fol. 124r
$FH = KM$, welch letztere Strecke der Sinus des Bogens KO ist. Bogen KO ist gleich der Breite Mekkas; dies wird klar, wenn man einen Großkreis durch N und S bis zum Äquator zieht; dann wird der Bogen, der zwischen S und dem Äquator liegt, gleich der Breite Mekkas und gleich Bogen KO sein. Und Linie KM ist gleich dem Sinus der Breite Mekkas und gleich HF. Strecke HR schneidet Strecke KF, weil $KF \parallel OH$ und HN der Strecke OH begegnet. Und Strecke KF wird in einem Punkte T geschnitten, der zwischen K und F liegen kann, wie in der ersten Figur; oder aber auf R, wie in der zweiten Figur, oder gar außerhalb R, wie in der dritten Figur. Nunmehr fälle man von S ein Perpendikel auf die Strecke KF. Es sei das Lot SE. Und mag E in der 1. Figur zwischen den 2 Punkten T und K oder auf T selbst liegen, wir diszernieren: Liegt er in der 1. Figur zwischen T und K[2]), so ist er südlich von RH. Und was das anbetrifft, daß er nördlich von RH liege, so trifft das für die 2. und 3. Figur stets zu. Mag E nun südlich fol. 125v
oder nördlich von RH liegen, du fällst von E ein Lot auf HR, welches $= EQ$ sei. Es werde QS gezogen, und weil der Kreis $KL \perp$ zur Ebene des Meridiankreises steht, so ist KF der gemeinschaftliche Abschnitt (Durchschnitt beider Ebenen). Und ES ist

1) Vielleicht: einer Grund- oder Bestimmungsebene. (Freundl. briefliche Mitteilung von Herrn Dr. M. Meyerhof in Hannover.)

2) Der arabische Text hat T und H.

$\perp$ KF, dem gemeinschaftlichen Abschnitt, und auch $\perp$ zur Meridianebene. Und $\sphericalangle$ SEF ist ein rechter Winkel, und da EQ $\perp$ HR, so ist EQ // dem Durchmesser AHG. Zieht man durch Q eine Parallele zu ES, so wird sie $\perp$ zum Meridian und $\perp$ zu HR sein, und dies Lot wird in der Ebene des Dreiecks SEQ liegen, weil QS in der Fläche der parallelen Senkrechten liegt; und es geht deutlich daraus hervor, daß RH $\perp$ zur Fläche des Dreiecks SEQ und auch $\perp$ zur Ebene des Kreises ABG steht, die der Horizont ist. Und die Dreiecksfläche SEQ ist // der Kreisebene ABG, und der Kreis RSΣ schneidet beide Ebenen in 2 parallelen Schnittlinien; es ist nämlich QS // HΣ. Du erkennst ferner, daß EQ // AHG ist und $\sphericalangle$ EQS $=$ $\sphericalangle$ AHΣ, welch letzterer aber der Winkel des Azimuts ist. Und $\sphericalangle$ EQS ist also gleich dem Azimut, und dies ist der Winkel, den wir in der ersten Figur zeichnen; er, der gleich $\sphericalangle$ FSE der ersten (Text-)Abbildung ist und dies, fol. 125r wenn Linie HN gleichliegend (نظير) mit HR der 1. Textfigur, und $\sphericalangle$ NHB[1]) $=$ $\sphericalangle$ RHB von der 1. Textfigur ist. Und es ist $\triangle$ HFT $\sim$ $\triangle$ HKL der ersten Textfigur, und es ist auch arc CK $=$ arc AC von der ersten Textfigur, weil jeder eine dieser beiden Bogen gleich der Breite Mekkas ist. Es gelten jetzt folgende Verhältnisgleichungen[2]):

$$\left.\begin{aligned}\frac{KM}{HM}&=\frac{TC}{TH}\\[4pt] \frac{HF}{FK}&=\frac{TC}{TH}\end{aligned}\right\}\ \text{letztere Buchstaben inbezug auf die erste Textfigur}$$

Ferner ist: $\quad$ arc SK $=$ arc AN } $\quad$ dgl.

da jeder dieser beiden Bogen gleich der Längendifferenz ist; denn der Großkreis, den man durch N und S legen kann, ist der Meridiankreis Mekkas, und

arc AN $=$ arc TE (von der ersten Figur des Textes)
arc SK $=$ arc TE (von der ersten Figur des Textes)

Es ist aber F Mittelpunkt des Kreises SK, weil HN Achse (محور) aller Parallelkreise ist.

Es ist ferner

fol. 126v

$$\left.\begin{aligned}\frac{SE}{EF}&=\frac{EF}{FH}\\[4pt] \frac{KF}{FE}&=\frac{TH}{HF}\\[4pt] \text{und es ist schon}\quad \frac{HF}{FK}&=\frac{TC}{TH}\\[4pt] \frac{HF}{FE}&=\frac{TC}{HF}\end{aligned}\right\}\ \text{letztere Buchstaben bezogen auf die erste Textfigur}$$

1) Der arabische Text hat nur $\sphericalangle$ NH.
2) Diese Gleichheiten stehen im arabischen Text natürlich in Worten da.

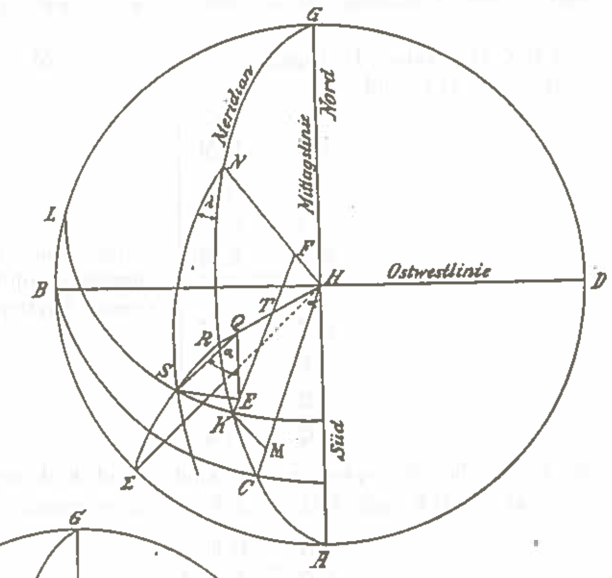


Fig. 1.

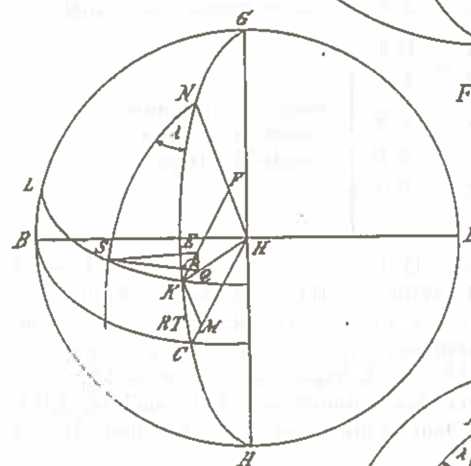


Fig. 2.

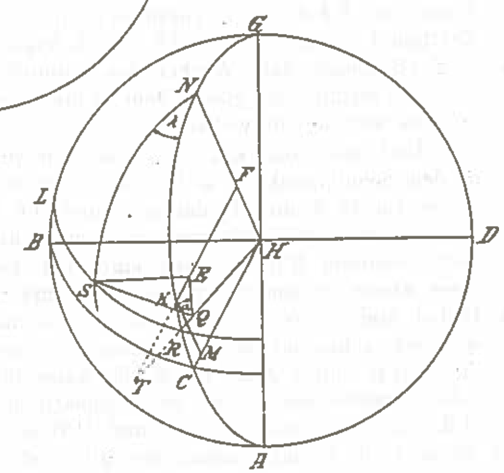


Fig. 3.

und HK der ersten Textfigur ist = TC, und KM der ersten Textfigur ist = HF und

$$\left.\begin{aligned} \frac{HF}{FF} &= \frac{TC}{KM}\\ \frac{HF}{FT} &= \frac{HK}{KL}\\ \frac{EF}{FT} &= \frac{KM}{KL}\\ \frac{FE}{TE} &= \frac{KM}{ML}\\ \frac{TE}{EQ} &= \frac{LM}{MQ} \end{aligned}\right\} \text{letztere Buchstaben bezogen auf die erste Textfigur}$$

da die beiden Dreiecke ähnlich sind. Und KM der ersten Textfigur ist = HF und MQ = FS. Und es verhält sich auch

$$\left.\begin{aligned} \frac{FE}{EQ} &= \frac{HF}{FS}\\ \frac{SE}{EF} &= \frac{EF}{FH}\\ \frac{SE}{EQ} &= \frac{EF}{FS} \end{aligned}\right\} \text{letztere Buchstaben bezogen auf die erste Textfigur}$$

Winkel EFS von der ersten Textfigur ist ein rechter, und es ist schon dargetan, daß auch Winkel SEF (der ersten Figur) ein rechter ist. Weiterhin sind sich die zwei Dreiecke SEQ (der ersten Figur) und EFS (der 1. Textfigur) ähnlich, und ∢ FSE (der ersten Textfigur) ist gleich ∢ EQS (der 1. Figur) und so wird klar, daß
fol. 126r ∢ EQS gleich dem Winkel des Azimuts ist, und auch ∢ ASE der 1. Textfigur ist gleich dem Winkel des Azimuts, und das ist es, was wir dartun wollten.

Und wenn das Lot SE, das man von S auf KF gefällt hat, in den Schnittpunkt T selbst fällt, der zwischen QH und KF liegt, so ist Punkt E mit T identisch, und SE ist T zum Meridian und ⊥ HR und // BH. Es wird die Senkrechte QBH in einer Ebene sein, während RH in jeder einen der beiden Ebenen liegt, und diese Ebene ist senkrecht zum Horizonte, weil RH senkrecht zum Boden steht. Wenn du diese Ebene nach jeder Richtung erweiterst, schneidet sie die Erdkugel in einem größten Kreise, der durch HR und S geht; er ist der Azimutkreis, der das Azimut der Qibla ausschneidet. Der gemeinschaftliche Durchschnitt ist Linie HB, d. i. die Ostwestlinie, und HB ist also auch die Linie des Azimuts, d. h. das Azimut der Qibla ist = 90°, und es ist klar, daß es sich so verhält, wenn Punkt E südlich von HR liegt, wie

in der 1. Figur und TF < FE ist. Wenn aber Punkt E nördlich von HR liegt, wie in der 3. Figur und wenn FT > FE ist, so
erhellt, daß fol. 127v

$$\frac{EF}{FH} = \frac{MK}{KH}$$

und

$$\frac{FT}{FH} = \frac{LK}{KH}$$

ist, wobei sich die Buchstaben der rechten Seite auf die erste Textfigur beziehen Diese Verhältnisse gelten, weil sie die Umkehrung der früheren sind [inbezug auf fol. 126v]. Auch ist KM der ersten Textfigur = FH.

Und falls FT < FE, so ist auch KL < FH.
Und falls FT > FE, so ist auch KL > FH.
Und falls FT = FF, so ist auch KL = FH,

weil EF = FH und FT = KL ist (die Buchstaben FH, KL auf die erste Textfigur bezogen).

Und wenn KL der ersten Textfigur < FH, so ist einleuchtend, daß ∢ FSE der 1. Textfigur gleich dem Winkel des Azimuts der 1. Tafelfigur ist, und dies wird der Fall sein, wenn die Breite des Ortes größer als die Mekkas ist.

Und wenn KL der 1. Textfigur > FH, so ist klar, daß ∢ ASE der Winkel des Azimuts von der 2. und 3. Tafelfigur ist, und dies, falls die Breite des Ortes $\leqq$ $\begin{matrix}\text{die}\\ \text{der}\end{matrix}\Big\{$ Breite Mekkas ist.

Und es möge KL > FH sein. Dies ist der Fall an der ersten Tafelfigur, wenn Punkt E nördlich von HR liegt, was für fol. 127r
gewisse Orte zutrifft, deren Breite größer als die Mekkas ist.

Und falls der Längenunterschied beträchtlich ist, so weist dies darauf hin, daß S in der 1. Tafelfigur weiter von K entfernt ist; es kommt alsdann die Senkrechte SE nördlich von HR zu liegen, und es ist FE < FT.

Wenn KL = FH ist, so besagt das, daß der Winkel des Azimuts ein Rechter ist, und die Linie des Azimuts ist alsdann die Ostwestlinie und sie ist die Strecke, die letzten Endes ausschlaggebend (für die Determination) ist. Und dies ist der Fall an gewissen Orten, deren Breite größer als die Mekkas ist.

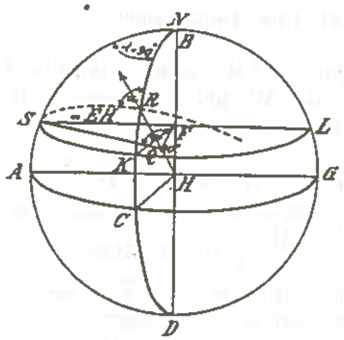
Wenn der Perpendikel SE auf den Punkt T fällt, so wird er ⊥ HR sein und zwischen Norden und Süden liegen, und es erhellt daraus, daß SQ ⊥ HR ist, und E und Q werden in den einen Punkt T zusammenfallen. Der Azimutkreis, welcher durch die Punkte R und S geht, schneidet den Horizont in der Linie BHD. Sie ist die Linie des Azimuts, die also mit der Ostwestlinie identisch ist.

Wenn der Perpendikel SE südlich von HR liegt, ist ∢ SQE südlich, und ∢ AHΣ, als Azimutwinkel, ist dann auch südlich; wenn aber das Lot SE nördlich von RH liegt, so ist der Azimut-

winkel nördlich. Wenn K L der 1. Textfigur < F H, so ist der Winkel des Azimuts südlich, ist aber K L > F H, so ist der Winkel des Azimuts nördlich, ist aber endlich K L = F H, so ist der Azimut-
fol. 128v winkel ein Rechter, wie das ja alles deutlich wird durch die geometrische Betrachtungsweise.

Und zusammengefaßt ist das, was wir bis jetzt dargelegt haben, das Folgende:

Daß N der 1. Textfigur zwischen A und B liegt, ich meine, wenn die Längendifferenz kleiner als 90° ist, wird für die meisten Orte zutreffen. Wenn aber N mit B identisch ist, so liegt E auf B H. Die Senkrechte, die man in der 1. Textfigur von ihm fällen kann, ist alsdann E H. Punkt H ist Mittelpunkt des Kreises T E. Es entspricht ferner Punkt F der 3. Tafelfigur dem Punkt H der 1. Textfigur, und das Lot Q K der 1. Textfigur entspricht dem Perpendikel der 3. Tafelfigur, der vom Punkte F auf die Linie H R gefällt wird. Dies Lot ist // dem Radius A H und = Strecke H S, weil wir H S = dem Lot K Q machten. Ferner ist der Perpendikel, den man nach F fällt, senkrecht zur Meridianebene; er verläuft ganz in der Ebene des Parallelkreises K S L (3. Textfigur), und wenn wir ihn bis zur Peripherie verlängern, ist er der Strecke E H gleich, d. i. dem Radius des Kreises T E, weil dieser der Sinus eines rechten Winkels ist. Und wenn wir das Ende (S) dieses Radius mit dem Fußpunkt (Q) des Lotes verbinden, das von F nach H R gefällt wurde, so ist das entstandene Dreieck (S F Q) dem Dreieck E S H ähnlich; der Winkel, der an der Linie H R liegt, ist der Winkel des Azimuts, weil die Längendifferenz ein Vierteilkreis ist. Das Ende des Radius, der von F ausgeht, führt zum Zenit der Bewohner Mekkas, und es wird die Verbindungslinie vom Ende dieses Radius (S) und dem Fußpunkt
fol. 128r des Lotes (Q), das auf H R senkrecht steht, [also S Q] ganz in der Fläche des Azimutkreises liegen, der durch R und das Zenit der Bewohner Mekkas geht, und sie (die Verbindungslinie S Q) ist der gemeinschaftliche Durchschnitt dieses Azimutkreises (mit dem Parallelkreis S K L). Es wird der Horizont dieser Linie (S Q) parallel sein. Das Lot, das von F auf H R gefällt ist, ist der Linie A H parallel, und der Winkel, der von diesem Lot (F Q) und der Linie, die in der Fläche des Azimutkreises liegt (S Q), gebildet wird, ist der Winkel des Azimuts; er ist gleich ∢ H S E der 1. Textfigur. So verhält es sich, wenn N zwischen den zwei Punkten B und G liegt. Dann liegt der Punkt M unterhalb (tiefer) als K. Es ist dies der Fall, wenn die Längendifferenz größer ist als ein Kreisquadrant,



3. Textfigur.

da die Senkrechte, die von F ausgeht, rektangular zur Meridianebene steht, d. h. sie liegt in der Ebene des Parallelkreises; ihr Ende (S) auf dem Umfang des Parallelkreises; es ist das Zenit der Bewohner Mekkas. Und es wird die Linie, welche dies Ende mit dem Fußpunkt der Senkrechten verbindet, die man von F auf H R gefällt hat, ganz in der Ebene des Azimutkreises liegen; die Senkrechte selbst wird gleich M Q sein. Der Winkel, der zwischen dieser Senkrechten und der Linie, die ganz in der Ebene des Azimutkreises verläuft, liegt, ist der Winkel des Azimuts; er ist gleich dem Winkel F S E. Dabei beziehen sich die beiden ersten Buchstaben (F und S) auf den Zwischenraum H G der ersten Textfigur, in welchem sie liegen. Die ganze (Dreiecks-)Figur (F S E) ist der Winkel(raum) des Azimuts.

Und dies ist es, was wir dartun wollten, was wir an Theorie mitgeteilt haben, und die Darlegung gelangte zu dem Ziele, das wir uns in dieser Abhandlung gesteckt hatten."

Diese ausführliche Behandlung des Gegenstandes durch den Autor bedarf wohl keines weiteren Kommentars. Ist seine Konstruktion des Winkels des Azimuts der Qibla richtig, so muß sich daraus die eingangs erwähnte Formel zur Berechnung von α ableiten lassen. Tatsächlich hat man der Reihe nach (den Radius des Kreises der 1. Textfigur = 1 gesetzt):

$$HT = \cos\varphi_2; \quad FH = \cos\varphi_2 \cdot \cos\lambda = KM$$

$$CT = \sin\varphi_2; \quad HK = \sin\varphi_2$$

$$HL = \frac{HK}{\sin\varphi_1} = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1};$$

$$KL = HK \cdot \operatorname{cotg}\varphi_1 = \sin\varphi_2 \cdot \operatorname{cotg}\varphi_1$$

$$ML = KM - KL = \cos\varphi_2 \cdot \cos\lambda - \sin\varphi_2 \cdot \operatorname{cotg}\varphi_1$$

$$EF = \cos\varphi_2 \cdot \sin\lambda$$

$$\frac{MQ}{ML} = \frac{HK}{HL};$$

$$MQ = ML \cdot \frac{HK}{HL} = \cos\varphi_2 \cdot \cos\lambda \cdot \sin\varphi_1 - \sin\varphi_2 \cdot \cos\varphi_1$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{FS}{EF} = \frac{MQ}{EF} = \frac{\cos\varphi_2 \cdot \cos\lambda \cdot \sin\varphi_1 - \sin\varphi_2 \cdot \cos\varphi_1}{\cos\varphi_2 \cdot \sin\lambda}$$

$$= \frac{\sin\varphi_1 \cdot \cos\lambda - \cos\varphi_1 \cdot \operatorname{tang}\varphi_2}{\sin\lambda}, \text{ q. e. d.}$$