# Ueber geometrische Instrumente bei den muslimischen Völkern.

Von Eilhard Wiedemann.

Für die Beurteilung der Leistungen aus muslimischer Zeit in der praktischen Geometrie ist die Kenntnis der benützten Hilfsmittel von besonderem Interesse. Die Zahl der hierüber zu uns gelangten Nachrichten ist nicht allzu gross, insofern es sich nicht um astronomische Instrumente handelt. Von dem hochverdienten F. Wöpcke sind (Notices et Extraits Bd. 22, S. 23 u. 123, 1874) drei Zirkel zur Konstruktion von Kegelschnitten beschrieben (vgl. hierzu die Literatur E. W., Beiträge V, S. 399), auf die ich am Schluss zurückkomme.

Im folgenden soll zunächst über ein Instrument zur Konstruktion von grossen Kreisen nach Ibn al Haiṯam und eine Art Transporteur nach al Ġazarî berichtet worden.

## 1. Ueber den Zirkel für die grossen Kreise.

Bekanntlich gehört zu den hervorragendsten muslimischen Gelehrten Ibn al Haiṯam[1]) (965—1039), der neben seinen rein wissenschaftlichen Arbeiten auf den verschiedensten Gebieten sich auch mit praktischen Aufgaben befasst hat. Er hat eine Schrift über Vermessung geschrieben, die in einer Handschrift im India Office no 134 uns erhalten ist und die mir Herr Professor Dr. F. W. Arnold gütigst zugänglich machte.

[1]) Zu Ibn al Haiṯam vgl. Suter, Abh. z. Gesch. d. mathem. Wissensch. Heft 10, S. 91 no 204. E. Wiedemann, Festschrift für J. Rosenthal, Leipzig 1906.

Ferner erwähnt Ibn al Haiṯam selbst unter seinen Werken „Abhandlung über die gute Ausführung des Grabens und Bauens mit allen Figuren der Geometrie zusammengefügt, bis ich zu den drei Kegelschnitten gekommen bin, der Parabel, der Hyperbel, der Ellipse“.[1])

Endlich schrieb er die uns hier beschäftigende Dissertation (Risâla): Ueber den Zirkel der grossen Kreise.[2]) Ich gebe im folgenden eine etwas gekürzte Uebersetzung des arabischen Textes. Sie lautet folgendermassen:

Im folgenden ist eine der sinnreichsten geometrischen Anordnungen (al Ḥijal al hindasija) enthalten, nämlich die Konstruktion eines kleinen Instrumentes, das die Stelle des Zirkels vertritt; wir ziehen mit ihm, trotz seiner Kleinheit, Kreise von äusserster Grösse, deren Durchmesser ein Vielfaches der Fläche des Instrumentes ist.

Wir schicken eine Beschreibung seines Nutzens voraus und behandeln dann seine Herstellung.

Besitzt eine der sinnreichen Anordnungen eine treffliche Eigenschaft, die ihr aus theoretischen Erwägungen zukommt, und steht sie durch diesen Vorzug einer anderen gleich, so ist sie doch nicht stets in demselben Masse nützlich wie jene, sondern der Nutzen der einen ist (aus praktischen Gründen) manchmal grösser als der der anderen.

Um die Aufgaben der Astronomie zu lösen, bedarf man recht grosser Instrumente.

Bei den Beobachtungsinstrumenten hat man u. a. grosse Kreise oder Bögen möglichst grosser Kreise zu konstruieren, um bei deren Teilung zu möglichst kleinen Teilen zu gelangen. Das Zeichnen von Kreisen, die ausserordentlich gross sind, ist schwierig, ja unmöglich, denn der Abstand zwischen dem Mittelpunkt und der Peripherie muss fest und unveränderlich sein; dieser wird durch das Instrument, mit dem wir den Kreis ziehen, (nur) dann festgelegt, falls der Abstand zwischen seinen beiden Enden sich nicht ändert. Ist aber der zu ziehende Kreis sehr gross, so ist oft die Konstruktion eines entsprechend grossen Instrumentes unmöglich. Man kann eben die Instrumente nur bis zu einer bestimmten, nicht zu jeder beliebigen Grösse und Abstand konstruieren. Wäre das aber auch möglich, so hätte es doch keinen Nutzen, denn man müsste eine Fläche von entsprechender Grösse haben, auf der das Instrument an keiner Stelle durch vorhandene Hindernisse beim Umdrehen etc. Erschütterungen erfährt, selbst wenn man nur einen sehr kleinen Bogen braucht. Hätte man aber selbst eine Fläche von dieser Eigenschaft hergestellt und ein Instrument von

[1]) Es ist sehr zu beklagen, dass uns dies Werk nicht erhalten ist, da es uns sicher wichtige Aufschlüsse gegeben hätte (vgl. E. Wiedemann Beiträge V. S. 398).

[2]) Diese Schrift ist uns erhalten in der obenerwähnten Londoner Handschrift und in einer Leydener [no 133 (6) Katalog Bd. 3, S. 99], deren Zusendung ich Herrn Dr. Juynboll verdanke.





grösster Länge, so ist doch die Bewegung nicht vollkommen genau. Denn ein sehr grosses Instrument muss unbedingt infolge der Erschütterung durch die Bewegung selbst Erschütterungen erleiden.

Manchmal muss man einen Bogen eines grossen Kreises auf einer relativ kleinen Fläche zeichnen; das kann man aber nicht mit einem solchen Instrument tun.

Man bedarf aber solcher Kreise nicht nur bei den Beobachtungs- (astronomischen) Instrumenten, sondern auch bei anderen Gelegenheiten, wie bei der Geometrie, den Operationen des Bauens und bei dem, was zu den praktischen Künsten gehört, und bei den kugelförmigen Brennspiegeln[1]) und ähnlichen Instrumenten für sinnreiche Anordnungen[2]), falls sie sehr grosse Kreise voraussetzen. Deshalb müssen wir die Anordnung zur Konstruktion des Instrumentes mitteilen, mit dem wir einen Kreis oder einen Kreisbogen zeichnen, dessen Durchmesser eine beliebige Grösse hat, und zwar äusserst genau und richtig nach einer leichten und bequemen Methode.

Wir beweisen zunächst, dass das, was wir wollen, richtig ist, dann beschreiben wir das Instrument, mit dem wir einen Kreis von der oben angegebenen Beschaffenheit ziehen.

1. Sind[3]) zwei parallele Kreise gegeben und ziehen wir von ihrem gemeinsamen Mittelpunkt eine Linie nach der Peripherie, trennen das Stück zwischen den beiden Kreisen ab und bewegen es, so bewegen sich seine Enden auf den beiden Peripherien und es geht, wenn es geradlinig verlängert wird, stets durch den Mittelpunkt.

Die Kreise (Fig. 1) seien $abg$ und $dez$, der Mittelpunkt sei $\vartheta$. Wir ziehen die Linie $\vartheta eb$, schneiden $eb$ ab und bewegen es bis nach $gz$. Dann endigt $gz$ geradlinig verlängert im Punkt $\vartheta$.

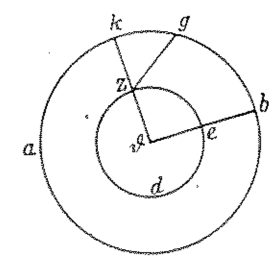

Fig. 1.

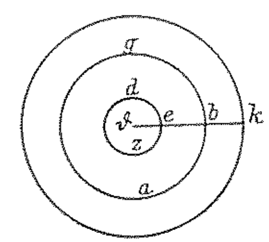

Fig. 2.

Beweis: Endigt $gz$ nicht in $\vartheta$, so ziehen wir $\vartheta z$ und verlängern es geradlinig bis $k$, dann ist $\vartheta k$ ein Durchmesser, auf dem der Punkt $z$

[1]) Hierüber erscheint eine Abhandlung in Bibliotheca mathematica 1910.

[2]) Es handelt sich wohl um mechanische und hydrodynamische Anordnungen.

[3]) Die Beweise sind sehr gekürzt; es wird wie auch sonst vielfach in älterer Zeit ein indirekter gegeben.

gelegen ist. Die Linie $g z$ ist aber nach der Voraussetzung grösser als $z k$. Nun ist $g z = e b$, $e b$ ist also grösser als $z k$. Aber $b \vartheta$ ist gleich $\vartheta k$, alto wird $e \vartheta < z \vartheta$ und das ist unmöglich, daher muss die Linie $g z$ geradlinig verlängert nach $\vartheta$ gelangen.

2. Hat man zwei parallele Kreise $a b g$ und $d e z$ (Fig. 2) und zieht man in ihnen eine gerade Linie von dem Mittelpunkt zum Umfang und verlängert sie geradlinig nach aussen von dem äusseren Kreis und schneidet von hier aus eine Linie ($b k$) ab, von der ein Stück ($e b$) zwischen den beiden Kreisen liegt und ein Teil ($b k$), dessen Ende $k$ ist, ausserhalb des Kreises, und bewegt man diesen Betrag ($e b$) der Linie, wobei sich die beiden Punkte auf den beiden Peripherien der Kreise bewegen, so beschreibt jeder Punkt $k$ auf dieser Linie ($e k$) einen Kreis.

3. Errichtet man (Fig. 3) in $k$ auf der Ebene des Kreises ein Lot $k m$ und bewegt $\vartheta k$ ($\vartheta$ ist der Kreismittelpunkt) um $\vartheta$, so beschreibt jeder Punkt $m$ auf $k m$ einen Kreis (der Beweis wird ziemlich umständlich geführt).

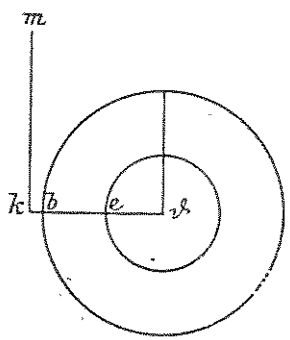

Fig. 3.

Diese geometrischen Betrachtungen werden mit den Worten beschlossen: „Das ist, was mir für unseren Zweck genügt. Jetzt wollen wir zeigen, wie man das Instrument konstruiert, mit dem wir einen Kreis mit beliebigem Durchmesser zeichnen.“

Wir stellen einen Ring[1]) ($r$) aus Eisen her, der genau kreisrund[2]) ist, die seinen Körper begrenzende Ebene ist eine einzige kreisrunde Ebene, sein Durchmesser ist klein. Wir nehmen einen zylindrischen, vollkommen geraden eisernen Stab ($s$), der ebenso dick ist wie der Körper des Rings und wir verbinden ihn fest mit dem Ring (oder wir verlöten ihn mit ihm); in seiner Richtung liegt einer der Durchmesser des Ringes. Dann setzen wir an seinem Ende zwei Punkte fest und errichten auf diesen Punkten zwei kleine kegelförmige (sanaubari) Stifte (Schachs)[3]) aus Stahl[4]) (Fûlâd) $\sigma\,\sigma$ und befestigen sie auf dem Stabe sehr fest, dann schleifen wir ihre Enden zu und härten sie, bis sie alles schneiden, worüber sie sich hinbewegen, wie wir das bei den Zirkeln tun, mit welchen wir die Platten des Astrolab schneiden. Der Abstand zwischen den Endpunkten der Stifte ist gleich der Grösse des Ringdurchmessers.

[1]) Wir werden diesen Ring kurzweg „Ring“ nennen.

[2]) Fig. 4 gibt eine Ansicht des Zirkels nach der Londoner Handschrift, Fig. 5 eine perspektivische nach einer Rekonstruktion des Zirkels.

[3]) Mit diesem Wort werden auch die Stäbe des Gnonom bezeichnet.

[4]) Zu Stahl vergl. E. W.: Verhandlungen der Deutschen physik. Gesellschaft 9, S. 769, 1907 und 10, S. 265, 1909.





Dann stellen wir eine dünne Platte $P_1 P_1$ aus Kupfer oder einer ähnlichen Substanz her. Auf ihr ziehen wir zwei Bogen von zwei parallelen Kreisen, deren Abstand, d. h. bei denen die Differenz der Radien der beiden Kreise gleich dem Durchmesser von $r$ ist. Wir zerschneiden das Blech nach diesen Bögen mit einem scharfen Zirkel, bis wir ein ringförmiges Stück $P_1 P_1$ der Platte erhalten. Seine Breite ist gleich dem (inneren) Durchmesser des ersten Ringes.

Dann nehmen wir eine zweite Platte ($II$)[1]) aus einem harten, länglichen Körper, sie hat die Länge des Blechringstücks. An ihren Enden errichten wir zwei kleine, wohlbefestigte zylinderförmige Säulen ($SS$). An ihren oberen Enden bringen wir zwei Einkerbungen an, so dass aus ihnen gleichsam runde Nägel entstehen; die übrigbleibende Höhe dieser kleinen Säulen ist gleich der Höhe der Stifte am Ende des Stabes $s$. Dann machen wir in die erste Platte (des Blechrings) zwei Löcher von der Dicke der oberen Stücke der beiden Nägel, ihr Abstand ist gleich demjenigen der beiden Säulen.

Um mit diesem Instrument einen Kreis zu ziehen, schieben wir den Blechring in den kreisförmigen Eisenring. Dann setzen wir die Platte $P_1 P_2$ auf die Säulen, so dass deren Endstücke in den Löchern sitzen (handam) und in ihnen fest sind. Hierauf legen wir die Platte $II$ auf die Ebene, auf welcher wir den Kreis zeichnen wollen, und bewegen den Stab, auf dessen Ende sich die Stifte befinden. Ihre Enden beschreiben auf dieser Ebene zwei Kreise, denn der Durchmesser des Ringes $r$, nämlich der grösste auf ihm befindliche Abstand, ist gleich der Breite des Blechrings. Daher liegt der Stab, der sich in der Verlängerung des Ringdurchmessers befindet, auch stets in der Verlängerung des Durchmessers des Blechrings, um welchen sich der Stab bewegt, und jeder Punkt des Stabes und der senkrechten Stifte zeichnet einen Kreis.

Um einen Kreis mit einem Durchmesser von gegebener Länge zu zeichnen, müssen wir ein Kupferblech entsprechend einem Ringstück machen, dessen Durchmesser eine bekannte Grösse ist, und dazu müssen wir in der eben geschilderten Weise eine grosse Anzahl Ringstücke (nacheinander) herstellen, bis wir zu dem Ring[stück], den wir haben wollen, gelangen.

Mittelst dieses Instrumentes können wir diesen Ring auf das bequemste herstellen. Wir nehmen eine Kupferplatte, stellen das Instrument auf[2]) und befestigen die Platte auf einer ebenen Fläche, damit das Ende der Stifte die Ebene berühre. Dann fassen wir den runden Ring mit einer Hand und das Ende des Stabes mit der anderen und bewegen den Stab

[1]) Diese Platte ist zunächst nicht ein Ringsegment, sie wird erst später zu besonderem Zwecke zu einem Ringsegment ausgestaltet.

[2]) Es wird durch die unten zugespitzten Säulen auf der ebenen Fläche an Ort und Stelle festgehalten.

und drücken auf die Platte mit den Enden der Stifte. So verfährt man, bis man die Platte längs zweier Kreise zerschnitten hat. Ist ein Zerschneiden durch die Bewegung nicht möglich, so kann man doch ohne Schwierigkeit die Spuren der Kreise durch die Enden der Stifte aufzeichnen. Man schneidet dann von der Platte mit dem Zirkel von dem, was über die zwei gezeichneten Bogen hervorsteht, ein Stück ab, ohne dass man dabei sehr aufpasst. Dann feilt man mit zwei Feilen[1]) (Mibrad) den Ueberschuss sehr sorgfältig ab, bis man zu den Peripherien der beiden Bögen gelangt. Ist das Stück, welches die beiden Kreise begrenzt, sorgfältig hergestellt, es ist das Blechringstück, so werden seine Enden durchlöchert, dann wieder auf das Instrument [d. h. die Grundplatte mit den Säulen] aufgesetzt, und mit ihm auf eine andere Platte aufgesteckt. Wir erhalten dadurch ein zweites Ringstück. Der Durchmesser des zweiten übertrifft den des ersten um die Länge des Stabes. Fahren wir so fort, so wird der Durchmesser des Ring[stückes] vervielfältigt, bis wir zu demjenigen von der gewünschten Grösse gelangen.

Nach dieser Methode können wir mit leichter Mühe zahlreiche Ringe erhalten; es sind diejenigen, durch die wir den gewünschten Ring gewinnen. —

Im folgenden wird das Instrument durch eine Bodenplatte ergänzt (Fig. 4).

Um mittelst dieses Instrumentes[2]) einen vollständigen Kreis zu zeichnen, fertigen wir an Stelle jedes einzelnen Blechringstückes zwei solche an, oder ein kreisförmiges Stück, das wir in der Mitte teilen; das eine stecken wir auf die Enden der Säulen und befestigen das andere mit dem unteren Ende

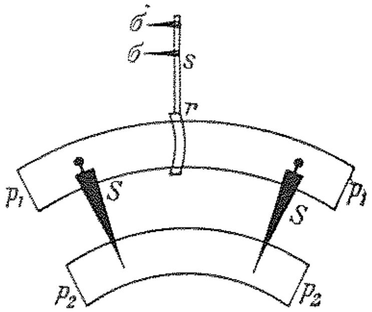


Fig. 4.

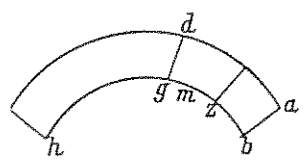


Fig. 4 a.

der beiden Säulen mittelst zweier kleiner Dornen (Schazija), die sich am unteren Ende der Basis [der Säulen] befinden und zweier Löcher, die sich in dem unteren Ringstück befinden. Die Befestigung der beiden Ringstücke ist

[1]) Es werden wohl zwei Feilen erwähnt, weil verschieden konkav und konvex gekrümmte Flächen abzufeilen sind.

[2]) Die Figur veranschaulicht ungefähr die Sache. Die beiden Ringstücke liegen übereinander, in das untere sind die unten mit kleinen Dornen versehenen Säulen in Löcher eingesetzt. Oben sind die Säulen dünner und über deren Fläche wird das obere Ringstück geschoben.





derart, dass ihre Ebenen parallel sind und ihre Bogen genau übereinander liegen.

Dann wird die Ebene des unteren Ringstückes auf die Fläche, auf welche gezeichnet werden soll, aufgelegt. Sie sei *a b g* (Fig. 4 a). Dann stellen wir das Instrument auf und bewegen es und zeichnen einen Bogen des Kreises, dann bezeichnen wir auf der gegebenen Ebene auf dem Umfang des Bogens *abg* in den an *g* anliegenden Teil, drei einander nahegelegene Punkte *zmg*. Dann verschiebt man das Ringstück, so dass ein Teil des Bogens *bg* auf *zmg* fällt, der Rest des Bogens liegt ausserhalb wie *zmgh*. Da der Bogen *bg* auf die Punkte *zmg* fällt, so liegen die Punkte *zmgh* auf dem Umfang eines Kreises, der gleich dem Kreis *bg* ist. Und da der Bogen *zh* die Peripherie des gleichen Kreises in 3 Punkten trifft, so fällt der Bogen *zh* auf den Umfang des Kreises und die Krümmung des Bogens *zh* ist dieselbe wie diejenige des Kreises auf dem der Bogen *bg* liegt. Bewegen wir den Stab mit dem Stift an der zweiten Stelle, so wird ein neues Kreisstück (mit demselben Radius) beschrieben.

So fährt man fort und fort und bewegt das Lineal (Mistara),[1]) bis es zu dem Punkt zurückkehrt, von dem es ausging, so zeichnen wir einen vollständigen Kreis.

Um einen Bogen eines Kreises von gegebenem Durchmesser zu zeichnen, dessen Verhältnis zum ganzen Kreis gegeben ist, machen wir den Bogen des ersten Ringes[stückes], ähnlich dem gesuchten Bogen[2]) und vollenden das Werk, d. h. die Konstruktion der zahlreichen Bögen.

Hat der gesuchte Bogen ein grosses Verhältnis zu dem grossen Kreis, zu dem er zugehört, so stellen wir das erste Ringstück so her, dass es nur einen kleinen bekannten Bruchteil von dem gesuchten Bogen ist. Wir stellen den Ring nach der obigen Methode her. Sind wir zu dem gesuchten Kreis angelangt, so haben wir ein Ringstück erhalten, das ein bekannter Teil des gesuchten Bogens ist. Wir bringen es an dem Instrument an[3]) und zeichnen mit ihm den gesuchten Bogen nach der für die Konstruktion des vollständigen Kreises benützten Methode. Bei jedem solchen Ringstück muss aber das [Metall] Stück auf beiden Seiten länger sein, als die betreffenden Bögen, so dass für den kreisförmigen Ring genügend Spielraum ist. Auf dem kreisförmigen Ring *r* ist ein Punkt fest gegeben, um ihn auf dem einen Ende des Bogens bei Beginn und auf das andere Ende bei Beendigung der Bewegung einzustellen, damit der Bogen, welcher durch

[1]) Es ist das untere Ringstück.

[2]) Maclûm heisst eigentlich „bekannt", es entspricht hier unserem „gegeben", d. h. der Bogen des ersten Ringstückes hat zum Umfang des ganzen Kreises desselben das gegebene Verhältnis.

[3]) d. h. wir zeichnen es zweimal und stellen die beiden Ringstücke übereinander.

die Bewegung des Endes des Stiftes erzeugt wird, ähnlich ist dem Bogen des Ringstückes.

Wir haben die Beschaffenheit des Instrumentes, welches grosse Kreise zeichnet, nach Theorie und Praxis erläutert. Das ist, was wir darlegen wollten. — Und das ist das Bild des Instrumentes (Fig. 5). —

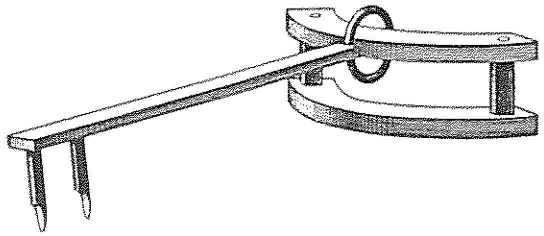

Fig. 5.

Vollendet ist die Dissertation über den Zirkel den grossen Kreise aus der Rede (Kalâm) von Ibn al Haitam[1]).

(Schluss folgt.)

[1]) In der Leydener Handschrift lautet der Schluss: Vollendet ist die Abhandlung von dem zweiten Ptolemäus, dem hervorragenden Scheich Abû 'Ali al Hasan Ibn al Ḥasan Ibn al Haitam. Die Bezeichnung als zweiter Ptolemäus findet sich häufig.





# Ueber geometrische Instrumente bei den muslimischen Völkern.

Von Eilhard Wiedemann.

(Schluss von Seite 592.)

## 2. Ueber eine Art von Transporteuren nach al Gazari.

In einem früher weitverbreiteten Werk über die mechanischen sinnreichen Anordnungen hat ein gewisser al Gazari ca. 1200[1]), von dem uns sonst nichts bekannt ist, eine Art von Transporteur beschrieben; ich entnehme die Schilderung einer Leydener Handschrift[2]) des obigen Werkes, die Herr Dr. Juynboll so freundlich war, mir zur Verfügung zu stellen.

Nach der Bemerkung, dass das erste Kapitel des sechsten Artikels (Nau') des Werkes, weil es keinen Nutzen hat, fortgelassen ist, heisst es: „Das zweite behandelt ein Instrument, mit dem man den Mittelpunkt dreier Punkte von unbestimmter Lage bestimmt, die sich auf der Oberfläche der Kugel[3]) an beliebigen Stellen befinden, die auf der horizontalen Ebene, aber nur nicht in einer geraden Linie liegen. Mit dem Instrument bestimmt man auch die übrigen zur Anwendung gelangenden spitzen und stumpfen Winkel[4]). Das Kapitel ist in drei Paragraphen geteilt.

[1]) Zu al Gazari vgl. E. Wiedemann Beiträge III. S. 231 und 260 und Beiträge VI. S. 13 und Amari-Festschrift.

[2]) Von den beiden a. a. O. angegebenen Leydener Handschriften hat nur no 1126 die Beschreibung unseres Instrumentes.

[3]) Die Konstruktion des Kreises auf der Kugel ist nicht behandelt.

[4]) Der rechte Winkel ist schon bei der Konstruktion des Kreises durch drei Punkte behandelt.

Paragraph 1. Ueber das Instrument und wie man es herstellt. — Zunächst bemerkt al Gazari, dass man durch je drei Punkte, die auf der Kugel gelegen sind, $^2/_3$ eines Kreises, einen halben Kreis oder einen Bogen, der mehr oder weniger gross ist, legen kann und fügt hinzu: „Als ich dies auseinandersetzte, waren einige Leute, die es nicht verstanden und von mir verlangten, ich sollte den Punkt für den einen Fuss eines Zirkels bestimmen, so dass der andere Fuss durch die drei beliebigen Punkte geht. Dabei handelten sie planlos."

Um die Aufgabe zu lösen bestimmt man den Halbierungspunkt der Verbindungslinie des ersten und zweiten Punktes und errichtet in ihm eine Linie senkrecht zu der ersten Linie, ebenso bestimmt man den Halbierungspunkt der Verbindungslinie zwischen dem zweiten und dritten Punkt und errichtet dort eine Senkrechte. Der Schnittpunkt der beiden Linien ist der Mittelpunkt.

Um die Konstruktion des gesuchten Mittelpunktes zu erleichtern, hat Gazari ein Instrument konstruiert, mit dem man auch jeden zur Anwendung kommenden spitzen und stumpfen Winkel konstruieren kann.

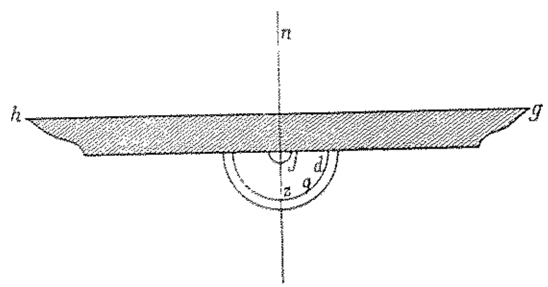

Fig. 6.

Wir nehmen ein Lineal $gh$ (Fig. 6) aus Messing[1]) von einiger Dicke, das drei Spannen [= 0,75 m] lang ist; in der Mitte des Lineals bringen wir einen halbkreisförmigen Ansatz $z$ an. Seine Mitte sei $j$. Um $j$ zieht man

Fig. 7.

einen Halbkreis (I) $dgz$, dessen Umfang etwas kleiner ist als derjenige des Ansatzes I. Dann richtet man die Oberfläche des Halbkreises richtig her.

[1]) Die Konstruktion bezieht sich zunächst nur auf die Ebene, gilt aber, da die verwendeten Messinglineale biegsam waren, auch für die Kugel.

Die Figuren sind unter Berichtigung einiger kleiner Versehen nach dem Original gezeichnet.





Durch den Mittelpunkt $j$ ziehen wir eine Gerade $zn$, die den Halbkreis in zwei gleiche Teile teilt und die sich nach der Seite des Lineals hin erstreckt; sie teilt das Lineal in zwei gleiche Hälften. Von der Linie $n$ aus teilen wir das Lineal nach beiden Seiten in gleicher Weise ein und schreiben auf das Lineal zwischen je 5 Teilstriche eine 5 (s. Fig. 8). Dann

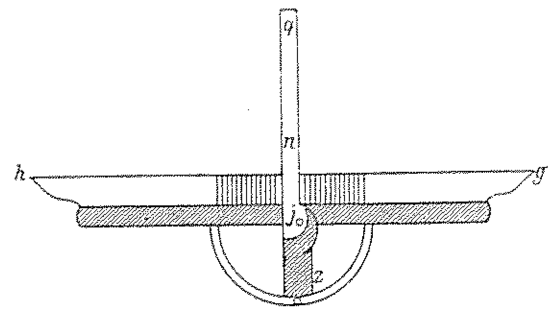

Fig. 8.

nimmt man eine Alhidade[1]) $\vartheta q$ (Fig. 7), die etwa $1^1/_2$ Spannen ca. 0,375 m lang ist und deren Breite gleich 5 Teilen des Lineals ist. Nahe am einen Ende der Alhidade und auf ihrer einen Seite bringt man einen sehr kleinen Halbkreis an, und bohrt in seine Mitte ein feines Loch $l$. Am kürzeren Ende der Alhidade macht man ein Loch $o$. Der Abstand $\vartheta l$ auf der Alhidade ist gleich demjenigen $jz$ auf dem Lineal (d. h. dem Kreisradius).

Dann bohren wir in den Mittelpunkt $j$ ein feines Loch, auf das wir das Loch $l$ der Alhidade legen. Durch beide Löcher stecken wir einen Nagel (Stift), den wir an beiden Enden so fest umhämmern, dass diese auf das Lineal und die Alhidade so umgebogen sind, dass die Alhidade, wenn sie auf dem Lineal gedreht wird, ihre Lage beibehält. Dann wird die Alhidade gegen den Lineal so bewegt, dass diejenige ihrer Seiten, auf der sich der Halbkreis befindet, mit der Linie $zn$ des Lineals zusammenfällt, dann steht die Alhidade senkrecht auf dem Lineal (Fig. 8 gibt eine Gesamtansicht).

Man setzt nun das Ende eines Bohrers in das Loch $o$ und bohrt ein Loch in den Kreis $z$, der gegenüber liegt; zieht man dann den Bohrer heraus und steckt in das Loch einen Nagel, so ist seine Stelle festgegeben. Am Ende des Nagels ist ein Fortsatz, um ihn daran herauszuziehen und einzusetzen.

Paragraph 2. Verwendung dieses Instrumentes, um den Mittelpunkt zu finden von drei beliebigen Punkten.

Die drei Punkte seien $abg$ (Fig. 9); ich lege das Lineal auf $a$ und $b$ und die Alhidade nahezu in die Mitte zwischen den Punkten nach der Seite

[1]) Alhidade ist jeder um einen Mittelpunkt drehbarer Zeiger.

der Höhlung der drei Punkte (d. h. nach dem Innern des von den drei Punkten gebildeten Dreiecks). Wir zählen die Teile rechts und links von der Alhidade und verschieben das Lineal, bis die Seite der Alhidade genau in der Mitte zwischen den beiden Punkten liegt, und ziehen mit der Seite der Alhidade eine Linie. Ebenso verfahren wir bei den beiden Punkten *g* und *b*. Der Schnittpunkt der im zweiten Fall erhaltenen Linie mit der ersten ist der Mittelpunkt der drei Punkte. „Und dies ist das Bild der drei Punkte." Die mit den Seiten der Alhidade gezogenen Linien schneiden sich bei einer Stelle. Setzt man auf diese den einen Fuss des Zirkels auf, so geht der andere durch die Punkte.

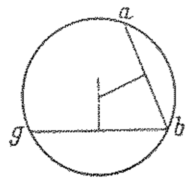

Fig. 9.

Paragraph 3. Ueber die Konstruktion und Anwendung dieses Instrumentes, um mit ihm verschiedene Winkel zu erhalten.

Bildet die Alhidade mit dem Lineal einen rechten Winkel, so zeichnet man damit den Winkel des [rechteckigen] Vierecks ohne weiteres.

Dann nimmt man ein ebenes Brett, dessen Kante dem Lineal angepasst ist, und konstruiert auf seine Fläche von der Kante aus den Winkel eines gleichseitigen Dreieckes; dessen eine Seite mit dem Rand des Brettes zusammenfällt. Dann bringt man das Lineal mit der Seite des Brettes zur Deckung, hebt den Nagel aus den Löchern des Lineals und der Alhidade und bewegt die Alhidade und das Lineal, bis die Seite der Alhidade und die des Dreieckes zur Deckung gelangen. Dann steckt man den Bohrer in das Loch am Ende der Alhidade, bohrt in den Halbkreis des Lineals ein Loch und steckt den Nagel in diese Löcher. Dann bildet die Alhidade mit dem Lineal zwei Winkel; der eine ist der Winkel des gleichseitigen Dreiecks und dadurch der Winkel eines spitzen Sechsecks; der andere bleibt übrig als der Winkel des stumpfen Sechsecks[1]).

Dann zeichnen wir auf den Rand des Brettes den spitzen Winkel eines spitzen Fünfeckes und verfahren wie vorher, wobei die Alhidade auf die Seite des Fünfecks fällt u. s. w. Die Alhidade bildet am Lineal zwei Winkel, den Winkel eines spitzen Fünfecks und den Winkel eines stumpfen Fünfecks.

Da ist der Weg, auf dem wir auf dem Lineal jeden gewünschten Winkel konstruieren, an jedes Loch des Halbkreises schreiben wir den Namen des Winkels.

Am Ende des Nagels befestigt man das Ende einer dünnen Schnur, und das andere an einem Ring (Razza) an dem Halbkreis, damit die Vorrichtung stets benützbar ist (d. h. der Nagel nicht verloren geht).

Das ist, was ich auseinander setzen wollte. Ich habe, was ich gemacht, beschrieben. —

[1]) Es bezieht sich das auf die Innen- und Aussenwinkel.





### 3. Ueber Zirkel zum Zeichnen von Kegelschnitten.

Bereits oben habe ich erwähnt, dass von F. Wöpcke drei arabische Abhandlungen über Zirkel zum Zeichnen von Kegelschnitten publiziert worden sind.

Bei allen drei Instrumenten ist das Prinzip das gleiche. Auf einer Grundplatte ist oben ein Scharnier befestigt, mittelst dessen sich ein nach oben gehender Stab (I) gegen die Horizontale neigen lässt. Um die Achse dieses Stabes lässt sich ein zweiter (II) in der Verlängerung des ersten gelegenen drehen. An ihm ist oben ein zweites Scharnier befestigt, das oben eine Röhre trägt, die als Führung für einen Zeichenstift dient. Es ist klar, dass beim Drehen des Stabes II der Zeichenstift auf einem Kegel sich bewegt, der von der durch die Grundplatte gehenden Zeichenebene geschnitten wird.

1. Der erste Zirkel rührt von Muhammed Ibn al Ḥusain[1]) her, der bei seiner Konstruktion sich der Unterstützung von Kamâl al Dîn Mûsâ Ibn Iûnus Ibn Man$^c$a[2]) erfreute. Er wurde zur Beschäftigung mit ihm durch eine Stelle in Al Bêrûnis-Werk[3]) der gründlichen Behandlung (Isti$^c$âb) aller möglichen Methoden für die Konstruktion des Astrolabiums geführt, in der von dem vollkommenen Zirkel des Abû Sahl Wigan Ibn Wastam al Kûhi[4]) die Rede ist. Während Muh. Ibn al Ḥusain diese Schrift al Kûhi's nicht bekommen konnte, hat sie Wöpcke aufgefunden und publiziert, aber ohne Abbildung des Zirkels selbst, die wohl im Text fehlte.

In einer Leydener Handschrift[5]) (no 1066) des eben erwähnten Werkes von al Bêrûni findet sich aber eine solche und mir scheint, dass eine Mitteilung des Inhaltes der betreffenden Stelle von Interesse sein dürfte.

Bei den auf den Scheiben des Astrolabs zu zeichnenden Linien handelt es sich nämlich auch um Kegelschnitte, deren Konstruktion al Bêrûni im Anschluss an einige frühere Abschnitte einige Worte widmet.

Al Bêrûni bemerkt am Schluss eines Kapitels „Eine andere Methode zum Zeichnen von Hyperbeln von Abû Manṣûr 'Alî Ibn 'Irâq[6]) in dem Werk über die Azimute (Kitâb al Sumût)" folgendes: Um das Zeichnen der Kegelschnitte bemühen sich, nach dem was Apollonius in seinem Werk über die Kegelschnitte berichtet hatte, eine Schar von modernen [islamischen]

[1]) vgl. Suter no 352 S. 139 († ca. 1230).
[2]) „ „ „ 354 S. 140 (1156—1242).
[3]) „ „ „ 218 S. 98 (973—1048).
[4]) „ „ „ 175 S. 75 (lebte um 988); er spielte in seiner Jugend mit Flaschen auf den Märkten, d. h. er war ein Taschenspieler.
[5]) In der Berliner Handschrift no 5796 des Ahlwardt'schen Katalogs desselben Werkes ist die Figur nur ganz roh skizziert.
[6]) vgl. Suter no 186 S. 81 (lebte um 1000).

trefflichen Gelehrten, wie Ibrahim Ibn Sinân[1]), Abû Ga'far al Châzin[2]) u. a. Jeder von ihnen bestrebte sich eifrigst die Punkte zu vereinen (Ittiḥâd), die auf ihrem Umfang aufeinander folgen. Von Abû Sahl Wigan Ibn Rustam al Kûhî rührt ein Werk „über das Zeichnen (Taḫṭîṭ) mittelst des vollkommenen Zirkels" her. Er hat ihn den vollkommenen genannt, weil man mit ihm die gerade Linie, den vorausgesetzten Kreis und alle drei Kegelschnitte in exakter Weise konstruieren kann, ohne die Punkte, auf deren Peripherien zu vervielfachen, sie zu verbinden und sie dicht zu machen. Bei der Uebertragung der Zusammenfassungen[3]) (Gawâmi') von Abû Hâmid al Sagânî[4]) mit einiger Abkürzung und Erleichterung in dieses Buch schien es mir [al Bêrûnî] nicht übel, den vollkommenen Zirkel und seine Anwendung zu beschreiben. Sie findet sich in dem Werk von Abû Sahl, da wo er das anwendet, was für den schwierig ist, der tief in die geometrische Wissenschaft eindringt, wobei er in einer abgekürzten Darstellung das Resultat einer praktischen Ausführung genau behandelt. Aber der grösste Teil davon sind Hinweisungen auf sein Werk über die Teilung der Linien auf den Flächen, das mir bis jetzt unzugänglich blieb.

Es folgt nun der Bericht über den vollkommenen Zirkel und die Beschreibung seiner Bewegung, die sich eng an das von Wöpcke gegebene anschliesst: Es sagt Abû Sahl: Wir errichten in einem Punkt (Fig. 10) einer Ebene (I) eine gerade Linie (I), die sich in einer Ebene bewegt, die senkrecht auf dieser ersten Ebene steht. Durch einen Punkt dieser Linie I geht eine andere gerade Linie II, die drei Bewegungen hat, die erste rings um die Linie I, die auf jener Ebene (I) errichtet ist, die zweite ist eine Bewegung in der Ebene dieser Linie, die dritte ist eine geradlinige Bewegung nach beiden Seiten.

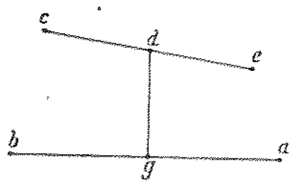

Fig. 10.

Hat man ein Instrument von dieser Beschaffenheit, so heisst es der vollkommene Zirkel[5]). Zum Beispiel ist die Linie $ab$ die Basis des Zirkels und die Ebene, in dem sie sich befindet, heisst Ebene des Mittelpunktes des Zirkels. Um das Verständnis zu erleichtern, sei es die Horizontalebene. Die auf $ab$ errichtete Linie $gd$ (Fig. 10 und 11) bewegt sich um den Punkt $g$ in

[1]) vgl. Suter no 113 S. 53 (908/09—946).
[2]) „ „ „ 124 S. 58 (gestorben zwischen 961 und 971).
[3]) „ „ „ 143 S. 65 († 990).
[4]) Einzelnes aus diesem Werk hat al Bêrûnî mitgeteilt in einem Abschnitt: Zusammenfassungen des Wesentlichsten des Buches von Abû Hâmid al Sagânî über die vollkommene Projektion auf eine Ebene. Es wird bemerkt, dass er dabei keine Kegelprojektion benutzte.
[5]) In der von Wöpcke veröffentlichten Schrift findet sich keine Beschreibung des Instrumentes selbst.





einer auf der Horizontalebene senkrechten Ebene, es sei die Meridianebene und zwar in einem Scharnier[1]) (Mann—Frau, Nermâdgeh), das bei dem Punkt $g$ angebracht ist. Es bewegt sich um $g$ die gerade Linie $gd$, die die Achse (Miḥwar) des Zirkels heisst. Durch diese Bewegung kann man den Winkeln $agd$ und $bgd$ verschiedene Werte geben (sie in Rechnung ziehen), welche die Winkel des Zirkelmittelpunktes heissen. Durch den Punkt, der Kopf[2]) (Râs) des Zirkels heisst, geht eine Linie $cde$, sie heisst Schreibstift (Michaṭṭ)[3]); er hat drei Bewegungen. Eine ist um den Punkt $g$ (nicht $b$, wie der Text

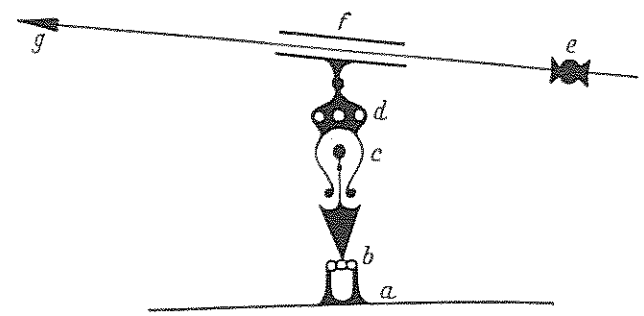

Fig. 11.

hat), dies geschieht dadurch, dass man das Gelenk (Mufaṣṣal) an einer Stelle der Linie $gd$ anbringt, dessen Mann (Zapfen) in dessen Weib (Schaft) eintritt. Das Ende des „Mannes" ist kugelförmig erweitert, darüber ist der gleichfalls kugelförmige Teil des „Weibes" geschoben, der nachher um den dünneren Teil des Mannes an der Eintrittsstelle umgebogen ist, der dadurch im Weib festgehalten wird, so dass sich die Hälfte, die nach der Seite $d$ liegt, dreht, und die andere, welche nach $g$ hinliegt, feststeht, wobei stets die gerade Richtung [von $gd$] behalten bleibt.

Die zweite Bewegung erfolgt in einer der Ebenen, in denen $gd$ liegt, und zwar mittelst eines Scharniers, (Nermâdgeh); dadurch bewegt sich die Linie $cde$ in einer Ebene, in der $gd$ liegt. Durch diese Bewegung werden die Winkel, welche die Winkel des Zirkels heissen, verändert.

Die dritte Bewegung ist geradlinig nach beiden Seiten. Dies erreicht man durch Aushöhlen (Tagwîf) und Ausgraben (Taq'ir) von $f$ (Fig. 11). Der in dieser Höhlung befindliche Körper zwischen den beiden Enden ist lang, gleichmässig, fest hineinpassend; dabei soll die Verschiebung leicht erfolgen ohne Schwanken und Erschütterung.

[1]) In der Berliner Handschrift findet sich nur eine ganz rohe Skizze, in der Leydener dagegen die obenstehende Figur 11. Bei $a$ steht die Basis, bei $b$ Nermâdgeh (Gelenk), bei $c$ der Mann in der Frau, bei $d$ Nermâdgeh, bei $e$ das Gewicht, bei $f$ das Rohr, bei $g$ der Schreibstift. Zu den Ausdrücken vgl. E. W. Beiträge VI, S. 33.
[2]) So bei Wöpcke, bei al Bêrûnî haben beide Texte al Markas-Mittelpunkt.
[3]) Der Text hat Muḥitt, die Figur richtig Michaṭṭ.

Ein Gewicht (Ṯeinessiql) wird in der Nähe Endes angebracht, es dient dazu, das Ueberwinden etwaiger Hindernisse, die sich dem Schreibstift entgegenstellen, zu erleichtern.

Mit diesem Instrument kann man die Kegelschnitte ganz genau mit Tinte (Midâd und Ḥibr) aufzeichnen, dann kratzt man sie mit einem anderen Instrument ein. Das Aufzeichnen erfolgt nämlich mittelst der Linie *ec*, die sich leicht bewegen muss und nur schwach angedrückt sein darf. Beim Kratzen muss gerade das Gegenteil vorhanden sein. Man kann aber zwei entgegengesetzte Dinge nicht zu gleicher Zeit tun. Deshalb genügt es bei diesem Zirkel, das, was man will mit irgend einer Farbe aufzuzeichnen und dann die Platte nach dieser Zeichnung einzuritzen. Am leichtesten ist es, eine Gussform nach diesem Modell (Qâlib) zu schneiden.

Hierauf wird mit dem Bericht al Kûhi's fortgefahren u. s. w.

2. Von dem zweiten Zirkel, dem von Muḥammed Ibn al Ḥusain konstruierten, gibt Wöpcke selbst nach der Leydener Handschrift eine Abbildung, die aber etwas schematisiert ist. Ich erlaube mir daher die Originalabbildung mitzuteilen. Herr Professor Dr. Lorentz in Leyden war so freundlich, mir eine Photographie anzufertigen.

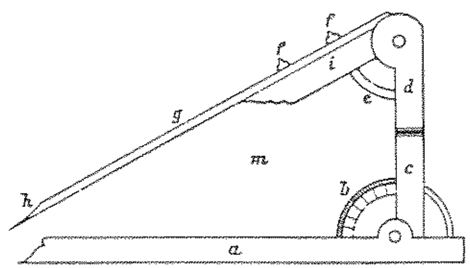


Fig. 12.

Auf der Figur 12 steht bei *m*: dies ist das Bild des vollkommenen Zirkels, bei *a* Basis des Zirkels, bei *b* der geteilte Kreis, der entsprechend den Teilen durchbohrt ist (wahrscheinlich wurde durch die Durchbohrungen ein Stift gesteckt, siehe oben Seite 620), bei *c* der gerichtete, verstopfte (mustadd), bei *d* Achse des Zirkels, bei *e* der obere Kreis wie der untere, bei *ff* der Pol, bei *g* der Qalâm (die Rohrfeder), bei *h* der Schreibstift (al Miḥaṭṭ), bei *i* das obere Lineal.

Die Basis ist $1^1/_2$ Spannen (ca. 37 cm) lang. Die Verbindung zwischen *c* und *d* geschieht so, dass sich über den Rand des Stabes bei *c* sich die Röhre als Scheide überschiebt. Die „Pole" dienen, indem sie durch das Rohr, in dem die Rohrfeder gleitet, und diese selbst hindurchgehen, als Führung.

Der dritte Zirkel rührt von Aḥmed Ibn Muhammed Ibn ᶜAbd al Galil al Sigzi her; er unterscheidet sich nicht wesentlich von den anderen, wie





vor allem die beigesetzten von Wöpcke mitgeteilten Worte lehren. An dem Schreibrohr steht z. B. der Fuss (Spitze) des Zirkels, der zur Konstruktion der Kegelschnitte dient und der in das Rohr eintritt, sich darin bewegt, der Schreibstift (tireligne). Die nur skizzierte Figur lässt die Hülse für das Schreibrohr und dieses selbst erkennen. Der Verfasser erwähnt noch, dass er eine Abhandlung über die Konstruktion des konischen Zirkels geschrieben habe.

Zum Schluss ist es mir eine angenehme Pflicht, Herrn Professor Dr. Jacob, der mich auch bei dieser Arbeit auf das Liebenswürdigste unterstützte, meinen besten Dank auszusprechen.