

¹¹ «Упрощение» ал-Хорезми состоит в том, что он сопоставил геометрической прогрессии $2, 2^2, 2^3, \dots$ арифметическую прогрессию $1, 2, 3, \dots$, что, как пишет А. П. Юшкевич об аналогичном сопоставлении в книге Н. Шюке (XV в.), представляет собой «предвосхищение свойств будущих логарифмов» [6, т. 422].

¹² Суммирование прогрессии $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{83}$ было произведено ал-Бируни в его «Памятниках минувших поколений» [7, с. 151]. Ал-Бируни назвал это вычисление «небезызвестным образцом», что дает основание предположить его знакомство с «Книгой о сложении и вычитании» ал-Хорезми. Приведенное ал-Бируни значение суммы этой прогрессии — 18 446 744 073 709 551 615.

*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ибн ан-Надим. Ал-Фиркист. Капр, 1929.
2. Аль-Хорезми. Математические трактаты/Пер. Ю. Х. Копелевич, Б. А. Розенфельда. Ташкент: Фан, 1964.
3. Vogel K. Mohammed ibn Musa Alchwarizmi's algorismus. Aalen, 1963.
4. Евклид. Начала/Пер. Д. Д. Мордухай-Болтовского. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948—1950. Т. 1—3.
5. Аристотель. Сочинения/Под ред. И. Д. Рожанского. М.: Мысль, 1981. Т. 3.
6. Юшкевич А. П. История математики в средние века. М.: Физматгиз, 1961.
7. Бируни. Памятники минувших поколений.— Избр. произведения/Пер. М. А. Салье. Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1957, т. 1.

1980б.

| ОСТРОУМНЫЕ МЫСЛИ ИЗ ДЕЙСТВИЙ МУХАММАДА ибн МУСЫ ал-ХОРЕЗМИ — ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЗИМУТА С ПОМОЩЬЮ АСТРОЛЯБИИ¹

Если ты хочешь определить азимут² с помощью астролябии³, то наблюдай Солнце в любое время, посмотри, какая высота получится и помести градус Солнца⁴ на соответствующий ей альмукантарат⁵. Далее посмотри, какой из линий азимутов⁶ достигает эта высота, тогда то, что ты найдешь, и есть азимут этого часа.

Если ты хочешь определить линию меридиана⁷, когда Солнце на юго-востоке, то из той четверти, в которой ты взял высоту, отсчитай столько же [градусов], сколько в этом азимуте, помести в это место конец алидады⁸, сделай спинку⁹ астролябии параллельной горизонту и поворачивай ее направо и налево до тех пор, пока тень трона¹⁰ не попадет на спинку алидады или пока лучи не пройдут через диоптр и не попадут на линию в середине алидады. Если ты увидишь их в таком положении, то линия меридиана есть тот диаметр спинки астролябии, на котором находится подвес¹¹.

Если Солнце северо-западнее, то действуй таким же образом. Однако при этом действии подвес находится с северной стороны, а при первом действии — с южной стороны.

199 | Если Солнце на востоке или на севере, то отсчитай градусы этого азимута от другого места направо от той четверти, в которой ты берешь высоту. Пусть будет 20 [градусов] снизу в сторону подвеса. Тогда помести конец алидады на это число [градусов] и, если спинка астролябии также расположена параллельно горизонту, поворачивай ее направо и налево до тех пор, пока алидада не станет в тени трона или пока лучи не пройдут через диоптр к ее средней линии. Если будет такое положение, то линия меридиана попадет на диаметр, на котором находится подвес, когда подвес с северной стороны. Точно так же следует действовать, когда Солнце на юго-западе, однако подвес будет находиться с южной стороны.

Вопрос о том, является ли Солнце северным или южным, выясняется по дуге азимута, начинающейся от места восходления Овна¹², проходящей через зенит¹³ и кончающейся в точке заходления Овна: если Солнце находится между этой дугой и центром астролябии, то оно является северным, находится ли оно на востоке или на западе; если же Солнце находится вне этой дуги — между ней и краем астролябии, то оно является южным, находится ли оно на востоке или на западе. Так обстоит дело для астролябии, в которой азимут отсчитывается от дуги азимута восходления Овна до середины неба и до колышка земли¹⁴ по девяноста [градусов] с обеих сторон.

Что касается астролябии, в которой отсчет начинается от линии середины неба и кончается сто восемьдесятю [градусами] на колышке земли по обе стороны, то есть на восток и на запад, то возьми то, что у тебя получилось, запомни это, отсчитай то, что ты запомнил направо от начала высоты, помести на это место алидаду и найти азимут Солнца так, как мы описали, когда Солнце является восточным независимо от того, находится ли оно на севере или на юге.

Определение широт климатов¹⁵

Первый климат: его широта — шестнадцать градусов.

Второй климат: его широта — двадцать четыре градуса.

Третий климат: его широта — тридцать градусов.

Четвертый климат: его широта — тридцать шесть градусов.

Пятый климат: его широта — сорок один градус.

Шестой климат: его широта — сорок пять градусов.

Седьмой климат: его широта — сорок восемь градусов.

Широта первого климата 16, а начало Рака далеко на севере за зенитом. Если Солнце находится в первом градусе

Таблица

Знаки зодиака	Полуводичная высота в них											
	Первый климат, его широта 16°	Второй климат, его широта 24°	Третий климат, его широта 30°	Четвертый климат, его широта 36°	Пятый климат, его широта 41°	Шестой климат, его широта 45°	Седьмой климат, его широта 48°					
Козерог	50	53	42	45	36	39	30	33	25	27	21	18
Водолей	62	74	54	66	48	60	42	54	36	48	33	30
Рыбы	86	95	78	87	72	81	75	78	72	69	67	63
Овен	98	90	84	87	81	81	75	75	72	69	68	66
Телец	86	74	78	66	72	60	54	60	56	56	54	54
Близнецы	62	53	54	45	39	42	33	36	48	45	33	30
Рак											24	21
Лев												
Дева												
Весы												
Скорпион												
Стрелец												
Рак далеко на севере, за зенитом												

Отсчитай
от начала Рака начало Рака
в 24 градусах от зенита
от зенита

Отсчитай
от начала Рака в 6 градусах от зенита
в 12 градусах от зенита

Отсчитай
от начала Рака в 18 градусах от зенита

Отсчитай
от начала Рака в 21 градусах от зенита

Отсчитай
от начала Рака в 24 градусах от зенита

Козерога, то высота над ними пятьдесят [градусов], если оно находится в | Водолее, то высота над ними 53 градуса, если оно находится в Рыбах, то высота над ними 62 градуса, если оно находится в Овне, то высота над ними 74 градуса, если оно находится в Тельце, то высота над ними 86 градусов, если оно находится в Близнецах, то высота над ними 95 градусов, если же оно находится в Раке, то высота над ними 98 градусов, если оно находится во Льве, то высота над ними 95 градусов, если же оно находится в Деве, то высота над ними 86 градусов, если оно находится в Скорпионе, то высота над ними 62 [градуса], если оно находится в Стрельце, то высота над ними 53 градуса. Я показываю это для всех знаков зодиака в следующей таблице¹⁸ (см. таблицу).

* ПРИМЕЧАНИЯ

¹ «Остроумные мысли из действий Мухаммада иби Мусы ал-Хорезми — Определение азимута с помощью астролябии» (Зарайф мин'амал Мухаммад иби Мусы ал-Хваризми — ма'рифа ас-самт би-л-астурлаб) переведены с рукописи Стамбульской библиотеки Айя София № 4830/13 (л. 198 об.— 199 об.), скопированной переводчиком.

² Азимут (ас-самт, буквально «направление», наш термин произошел от множественного числа этого слова «ас-сумут») — первая сферическая координата точки небесной сферы (в данном случае Солнца), играющая роль долготы, если роль экватора играет круг горизонта; вторая сферическая координата в этом случае высота точки небесной сферы.

³ Астролябия (астурлаб, от греческого astrolabon — «инструмент, ухватывающий звезды») — инструмент, предназначенный для измерения сферических координат Солнца и ярких неподвижных звезд. Астролябия в той форме, в которой она применялась на средневековом Востоке и впоследствии в средневековой Европе, была изобретена Теоном (IV в. н. э.), термин «astrolabon» и некоторые основные принципы устройства этого инструмента встречались уже у Птолемея (II в. н. э.). Астролябия, о которой пишет ал-Хорезми, представляла собой диск диаметром 15—20 см, с помощью одной стороны диска — «спинки» астролябии измерялась высота светил, с помощью другой стороны — «тимпана» определялся азимут светил с измеренной высотой и координаты других светил и точек небесной сферы. Об астролябиях средневекового Востока см. статью [1]. Ал-Хорезми был автором трактата о применении астролябии [2], так что следует считать этот трактат дополнением к трактату [2].

⁴ Лицевая часть астролябии состоит из неподвижного диска — «тимпана» и подвижного резного диска — «паука». На тимпане изображены в стереографической проекции неподвижные круги небесной сферы, а также круги, переходящие в себя при ее суточном вращении, — небесный экватор и тропика Рака и Козерога; обычно за центр проекции принимался Южный полюс небесной сферы и изображение обрезалось по тропику Козерога. На «пауке» в той же проекции изображались эклиптика и наиболее яркие звезды. «Градус Солнца» — место эклиптики, в котором находилось Солнце в день измерения его высоты.

⁵ Альмукантараты (ал-мукантарат) — параллели горизонта. На тимпане изображался круг горизонта и альмукантараты через 1° или на более мелких астролябиях через несколько градусов. Если альмукантарат находится от горизонта на сферическом расстоянии, равном h , то он соответствует высоте h .

- ⁶ Линии азимутов — вертикалы, большие круги небесной сферы ортогональные кругу горизонта и пересекающиеся в его полюсах — зените и надире. Ал-Хорезми имеет в виду астролябии, на тимпанах которых изображены линии азимутов. Определение азимута с помощью такой астролябии состоит в нахождении линии азимута, проходящей через изображение градуса эклиптики, соответствующего дню наблюдения, на «пауке», при таком повороте «паука», при котором изображение этого градуса попадет на альмукантарат, соответствующий измеренной высоте Солнца.
- ⁷ Линия меридиана — большой круг, ортогональный небесному экватору и кругу горизонта, ее название (буквально «полуденная линия») объясняется тем, что Солнце пересекает ее в полдень.
- ⁸ Алидада (ал-ідада, буквально «приспособление») — линейка, врачающаяся на спинке астролябии вокруг ее центра; с помощью диоптров па алидаде измеряется высота светил.
- ⁹ «Спинка» (зухр) астролябии — инструмент для измерения высоты светил. На окружности спинки были выгравированы градусы высоты. Для измерения высоты светила астролябия подвешивалась вертикально, ее алидада направлялась на светило и угол, составляемый алидадой с горизонтальным диаметром астролябии, был равен высоте светила. Здесь для определения меридиана астролябия располагалась горизонтально вверх спинкой.
- ¹⁰ Обычно «tronom» (курс) называется металлический треугольник, приваренный к корпусу астролябии; и «тропу» с помощью кольца прикреплялся подвес — шнурок, за который астролябия подвешивалась для измерения высоты светил. Здесь «tronom», по-видимому, является металлический треугольник, приваренный к алидаде.
- ¹¹ Диаметр спинки астролябии, на котором находится подвес, — вертикальный диаметр астролябии. При горизонтальном расположении астролябии, если направить алидаду по азимуту Солнца, вертикальный диаметр будет направлен по линии меридиана.
- ¹² Овен — знак зодиака, начало которого соответствует точке весеннего равноденствия — одной из двух точек пересечения эклиптики с небесным экватором. При видимом суточном вращении небесной сферы точка весеннего равноденствия описывает небесный экватор. Поэтому восхождение и заход Овна — точки пересечения небесного экватора с кругом горизонта.
- ¹³ Зенит (самт ар-ра'с, буквально «направление головы») — полюс круга горизонта. Здесь имеется в виду дуга круга азимута, соединяющая точки пересечения небесного экватора с кругом горизонта, т. е. круга азимута ортогонального кругу меридиана, находящаяся над горизонтом.
- ¹⁴ «Середина неба» и «колоны земли» — точки пересечения круга эклиптики и меридиана; первая — над горизонтом, а вторая — под горизонтом (эти две точки и точки пересечения круга горизонта с эклиптикой — «точка гороскопа» («точка восхода») и «точка захода» называются «колошками» (автад) и играют важную роль в астрологии).
- ¹⁵ Климаты (ақәлли) — широтные зоны, на которые учёные средневекового Востока, следуя Эратосфену, подразделяли обитаемую часть Земли. Приводимые здесь ал-Хорезми широты климатов совпадают с широтами средних параллелей климатов, приведенными им в его «Книге картин Земли» [3, с. 39, 43, 48, 51, 53, 57, 61].
- ¹⁶ В этой таблице ал-Хорезми приводит значения полуденной, т. е. максимальной, высоты Солнца $h_{\max} = f(\phi, \lambda)$ для широт ϕ средних параллелей климатов ($\phi = 16, 24, 30, 36, 41, 45, 48^\circ$) и для эклиптических долгот λ Солнца, соответствующих началам знаков зодиака ($\lambda = 270, 300, 330, 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240^\circ$). Функция $h_{\max} = f(\phi, \lambda)$ выражается с помощью формул:
- $$h_{\max} = 90^\circ - (\phi - \delta), \text{ если склонение северное;} \quad (1)$$
- $$h_{\max} = 90^\circ - (\phi + \delta), \text{ если склонение южное,}$$

где δ — склонение Солнца (сферическое расстояние Солнца от небесного экватора), связанное с его долготой λ и углом ϵ между эклиптикой и небесным экватором формулой сферической теоремы синусов $\sin \delta = \sin \lambda \sin \epsilon$.

для прямоугольного сферического треугольника γ_{ST} , вершинами которого является точка γ весеннего равноденствия, Солнце S и основание T сферического перпендикуляра, опущенного из точки S на небесный экватор.

¹⁷ Цифры в этой строке представляют собой разности $\phi - 24^\circ$; цифры отсутствуют во втором столбце, где эта разность равна плюс, в первом столбце, где эта разность отрицательна.

*

ЛИТЕРАТУРА

1. Таги-Заде А. К., Вахабов С. А. Астролябии¹ средневекового Востока.— Историко-астрономические исследования. 1975, вып. 12, с. 169—204.
2. Frank J. Die Verwendung des Astrolabs nach al-Khwārizmi.— Abhandlungen zur Geschichte des Wissenschaften und Medizin. Heidelberg, 1922, N 3.
3. Das Kitāb Šūrat al-ard des Abū Ča'far Muḥammad ibn Mūsā al-Ḥuwārizmī herausg. nach handschriftlichen Unikum der Bibliothèque de l'Université et Régionale in Strassburg (Cod. 4247) von Hans v. Mzik. Leipzig, 1926.

231об.

| ПОСТРОЕНИЕ ЧАСОВ НА ПЛОСКОСТИ СОЛНЕЧНЫХ ЧАСОВ МУХАММАДА ибн МУСЫ ал-ХОРЭЗМИ¹

Если ты хочешь построить часы² на [поверхности] солнечных часов³, то начни с проведения круга любой величины. Затем раздели его на четыре части⁴ двумя прямыми, пересекающимися в центре круга, напиши в их концах «восток», «запад», «север», «юг» и раздели каждую четверть на девяносто градусов⁵. После окончания этого наблюдай восход [Солнца] первого часа⁶ Козерога⁷, найди циркулем величину его [азимута] в градусах и, поставив одну ножку циркуля в точку запада, а вторую ножку — в направлении севера, отметь на окружности круга, куда она попадет. Положи линейку на центр круга и на эту отметку и проведи в его плоскости линию, пересекающую круг [равную тени] и доходящую до любого места внутри круга или вне его. Определи ее, возьми циркулем величину этой линии, проведи такую же в стороне и раздели ее на девяносто частей. После этого ты будешь брать свои величины на этой линии и на той дуге⁷. Эта линия называется [линией тени, а дуга — дугой] азимута. Если ты хочешь построить часы, то наблюдай градус [азимута] первого часа любого знака зодиака и возьми циркулем величину его из девяноста градусов. Если час северный, то поставь одну ножку циркуля в точку востока и вращай вторую ножку до тех пор,