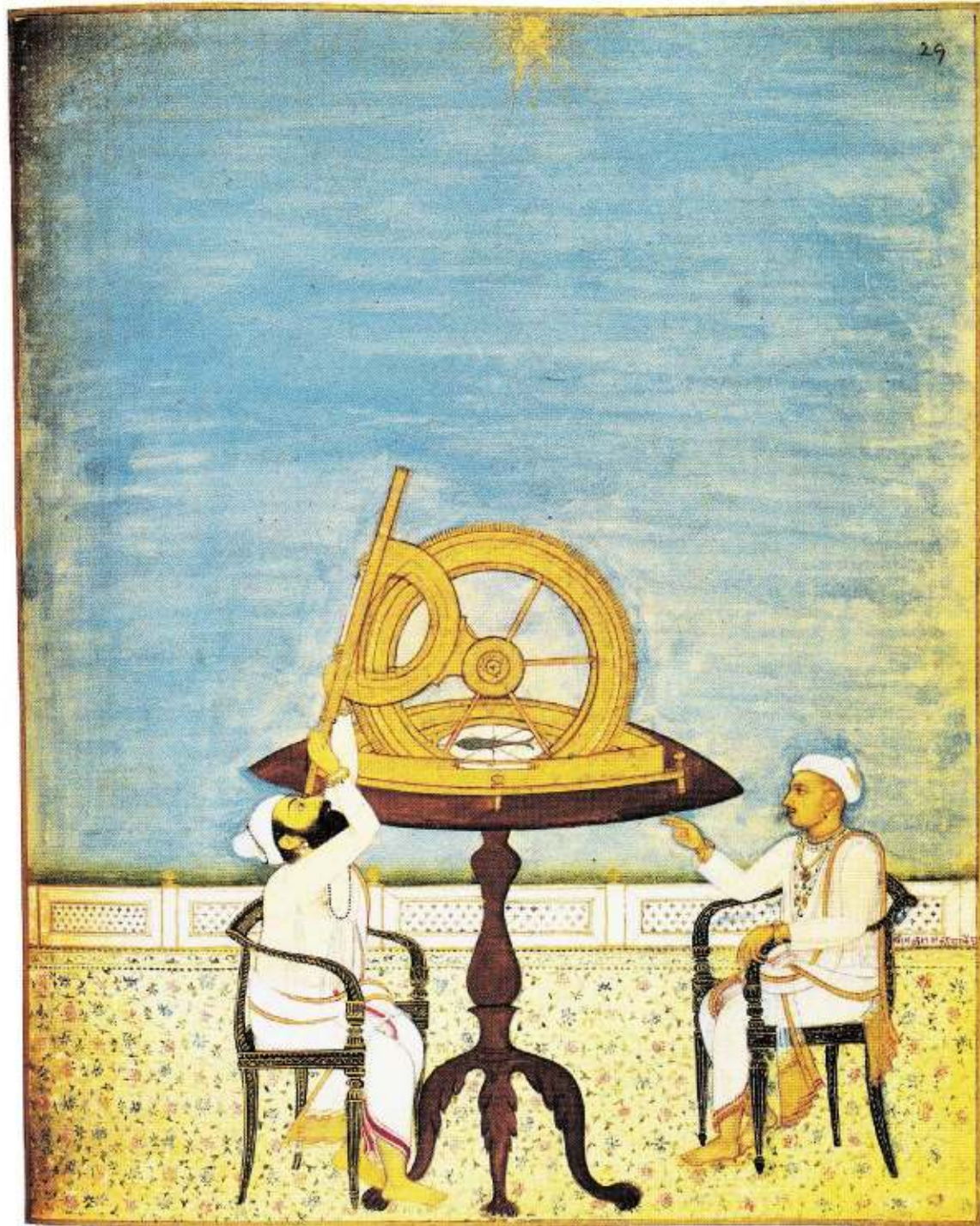


Indiase astronomen bepalen de coördinaten van een ster op een prent uit de jaren 1830. Illustratie uit het boek *Astronomy before the Telescope*, C.B.F. Walker, 1997



Kim Plofker werkte in VS en in Nederland



Kim Plofker (47) studeerde wiskunde en promoveerde in 1995 bij de vooraanstaande Amerikaanse wetenschapshistoricus David Pingree (Brown University) in de geschiedenis van de wiskunde. Na haar promotie werkte ze als onderzoeker achtereenvolgens aan Brown University, Massachusetts Institute of Technology (MIT) en tussen 2004 en 2006 gelijktijdig aan de universiteiten van Utrecht en Leiden. Sinds 2007 is ze verbonden aan Union College in Schenectady, gelegen in de Amerikaanse staat New York.

Oude Sanskrietverzen zingen van wiskunde

WISKUNDE
Kim Plofker plaatst de traditionele Indiase wiskunde voor het eerst ten volle in de culturele context van astrologie en heilige altaren. Donderdag kreeg ze een Nederlandse prijs.

Bennie Mols

DE WIJZE KONING wiens leger verslagen is, verzamelt de beste raadgevers om zich heen en blijft in alles standvastig; dan verslaat hij de koning wiens leger nog niet vernietigd is..."
Nee, dit is niet het begin van een Grieks of Romeins epos, maar van een Indiaas metrisch vers dat een wiskundige berekening beschrijft. Het vers bezingt hoe je de sinus van een hoek kunt berekenen (de verhouding tussen de overstaande rechthoekszijde en de schuine zijde). Het werd in het vijftiende-eeuwse India geschreven in het Sanskriet, de heilige taal van de Indiërs.
Nog vóór westerse wiskundigen dit ontdekten, wisten Indiase wiskundigen dat je de sinus van een hoek kunt uitdrukken als een oneindig lange optelsom van steeds kleiner wordende termen. Hoe meer termen je meeneemt, hoe preciezer je de sinus berekent. "Het is een prachtig vers", zegt de Amerikaanse wiskundige en wetenschapshistorica Kim Plofker. "Het vertelt hoe je de eerste vijf termen van die reeks berekent." Daarover straks meer.
Plofker is gespecialiseerd in de traditionele Indiase wiskunde zoals die werd bedreven tussen ongeveer 1200 v.Chr. en 1800 n.Chr. in een gebied

dat niet alleen het huidige India omvat, maar ook het huidige Pakistan, Nepal, Sri Lanka en een deel van Afghanistan. Na 1800 werd de invloed van de Engelse overheersing van India zo groot dat de traditionele Indiase wiskunde langzaam vervangen werd door de formelere westerse wiskunde. Terwijl wij gewend zijn om de wiskunde te zien als iets wat onafhankelijk is van cultuur, politiek en religie, laat de geschiedenis van de traditionele Indiase wiskunde zien hoe nauw verweven cultuur en wiskundige ontwikkeling kunnen zijn.
Afgelopen donderdag nam Plofker de Brouwerprijs 2011 in ontvangst tijdens het Nederlands Mathematisch Congres aan de Universiteit Twente. De Brouwerprijs is een prestigieuze Nederlandse wiskundeprijs vernoemd naar een van de bekendste Nederlandse wiskundigen: L.E.J. Brouwer (1881-1966). Sinds 1970 wordt hij elke drie jaar toegekend door het Koninklijk Wiskundig Genootschap (kwg). Dit jaar ging de prijs voor het eerst naar het vakgebied van de geschiedenis van de wiskunde.
Verliefd op Sanskriet
Zoals vrijwel iedereen kreeg ook Plofker de wiskunde onderwezen zonder de culturele context waarin

ze werd ontwikkeld. Maar tijdens haar wiskundestudie merkte ze dat veel van de vragen die ze had te maken hadden met wetenschapsgeschiedenis. "Ik wilde bijvoorbeeld weten waarom de Grieken dachten dat de cirkel de perfecte geometrische figuur is en waarom ze die perse wilden gebruiken voor de beschrijving van planeetbanen. Maar op zulke vragen kreeg ik geen antwoord."
Toen ze na haar studie werkte als computerprogrammeur, wilde ze in de avonduren een taal leren. Ze koos de taal waarvan ze het alfabet grappig vond, het Sanskriet. Plofker: "Het Sanskriet bleek het enige rationele alfabet ter wereld te hebben en ook nog eens een heel logische grammatica. Een feest voor iemand met gevoel voor wiskunde. Ik werd verliefd op het Sanskriet. Toen wist ik dat ik verder wilde met zowel de taal als de wetenschapsgeschiedenis."
In 2009 verscheen van haar hand het boek *Mathematics in India*, een academisch overzichtswerk van de geschiedenis van de traditionele Indiase wiskunde. Het wordt internationaal gezien als een belangrijke aanvulling op de overwegend Eurocentrische geschiedschrijving van de wiskunde. Plofker: "Voorheen werd de Indiase wiskunde bestudeerd aan

de hand van de wiskundige resultaten en methoden, maar niet in een coherente, intellectuele en culturele traditie. Misschien niet zo raar, want die context is moeilijk te begrijpen en je moet ook nog kennis van het Sanskriet hebben. Ik heb de traditionele Indiase wiskunde bestudeerd in de culturele context waarin ze thuis hoort, die van kalenderproblemen, astrologie en heilige altaren."
Het voor westerlingen merkwaardigste aspect van de traditionele Indiase wiskunde is wel het gebruik van de metrische versvorm. De Indiërs hadden een sterk orale traditie waarin verzen van meester op leerling werden overgedragen. Dat gold voor de heilige teksten van de Veda, maar ook voor wiskundige teksten. Plofker: "Het opschrijven van verzen werd zelfs als verdacht beschouwd. Het ging om het geluid van het Sanskriet. Dat was heilig. De geschreven vorm was maar een slap aftreksel van de gesproken vorm. Voordel van de versvorm is dat leerlingen gemakkelijker een vers onthouden dan een reeks getallen of een formule. Net zoals wij de vermenigvuldigingstafels uit ons hoofd moeten leren, moest de Indiase wiskundestudent zulke verzen uit het hoofd leren."
In het Sanskrietvers over de sinusberekening coderen de medeklin-

kers voor de eerste vijf getallen die je nodig hebt om de sinus via een optelsom van vijf termen te benaderen. In andere Sanskrietverzen kunnen woorden als geheel voor getallen coderen, bijvoorbeeld 'maan' of 'aarde' voor het getal 1, en 'hand' of 'oog' voor het getal 2. De meeste Sanskrietverzen over wiskunde zijn echter geen coderingen, maar letterlijke beschrijvingen van een wiskundige berekening. Dat levert dan tekstfragmenten op als: 'Nadat de boog en alle eerdere resultaten met het kwadraat van de boog vermenigvuldigd zijn...'
De oudste Indiase wiskunde werd tussen 1200 en 600 v.Chr. gebruikt bij het ontwerp van vuuraltaren. Ver voor het begin van onze jaartelling bouwden de Indiërs vuuraltaren om dieren te offeren aan de goden. Die altaren werden op een strikt geometrische manier ontworpen. Als een offer geen succes had, moest het altaar met een bepaalde factor worden vergroot. Verschillende altaarvormen, bijvoorbeeld in de vorm van een schildpad of een valk, kenden verschillende betekenissen.
"Om de een of andere onbegrepen reden speelden vormveranderingen in die ontwerpen een belangrijke rol", vertelt Plofker. "Hoe je met hetzelfde aantal stenen waarmee je een vierkant maakt bijvoorbeeld ook een rechthoek, een cirkel of een trapezium kunt maken. Voor hun altaarontwerpen hadden de Indiërs kennis van de meetkunde nodig, waaronder wat wij nu de stelling van Pythagoras noemen, nog vóór Pythagoras er zijn naam aan gaf."

Vanaf 600 v.Chr. werd het voorstellen welke hemellichamen waar en wanneer staan de hoofdzaak van de Indiase wiskundigen. De Indiase kalender was niet alleen gebaseerd op de beweging van de zon, zoals onze kalender, maar ook op die van de maan. Zo hadden de Indiërs behalve wat wij nu een gewone dag noemen ook een dag die gebaseerd is op de maanbeweging. Daarvoor namen ze de tijd tussen de ene nieuwe maan en de volgende – ongeveer 29,5 dag – en verdeelden die in dertig delen. Die 'maandag' is dus iets korter dan onze gewone dag.
"Vaak waren het deze 'maandagen' die een astrologische betekenis hadden", zegt Plofker. "Het synchroniseren van de op de zon gebaseerde dagen en de op de maan gebaseerde dagen was een paradijs voor rekenaars. Verder speelde in de astrologie ook het voorspellen van zons- en maansverduisteringen en van conjuncties een belangrijke rol."

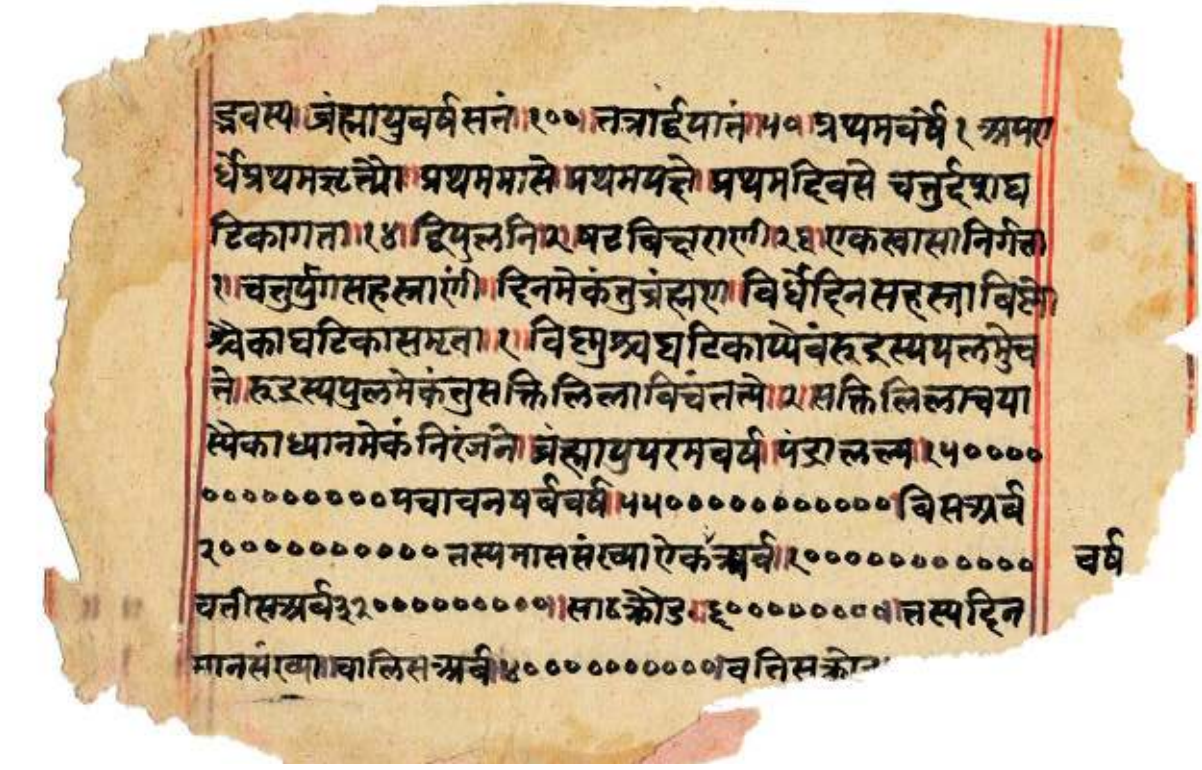
De Indiase wiskunde is volgens Plofker meer een melange van bewijzen, experimenten en intuïtie. "Ze staat misschien wat dichterbij onze natuurlijke, associatieve manier van denken. Niet voor niets spreken de Indiërs over 'het zien van de waarheid van een wiskundige stelling zoals je een stuk fruit in je hand ziet'. Je ziet de waarheid helder en duidelijk voor je en je hoeft haar niet in stukjes van een bewijs uit elkaar te trekken."
Kan de huidige wiskunde nog iets leren van de traditionele Indiase wiskunde of is ze vooral in historische en culturele context interessant? Plofker: "Het lijkt er op dat de huidige wiskunde zich niet meer alleende vastklampt aan de strenge Euclidische aanpak. Dat zie je bijvoorbeeld in het gebruik van de computer bij wiskundige bewijzen, iets wat traditionele wiskundigen verafschuwden. De computer heeft de vraag wat als een wiskundig bewijs geldt als een nieuwe dimensie gegeven. Maar ik wil benadrukken dat het stereotiepe idee dat de westerse wiskunde rigoureuus en exact is en de Indiase wiskunde informeel en luchtig, echt verkeerd is. Ook de Indiërs kenden bewijzen. Wel kun je zeggen dat de traditionele Indiase wiskunde meer open stond voor verschillende manieren van experimenteren en bewijzen dan de westerse wiskunde."

In de vijfde eeuw berekende Aryabhata de bewegingen van de zon, de maan en de planeten.
En in de twaalfde eeuw vond Bhaskara onder andere de kleinste getalgetal oplossingen van de kwadratische vergelijking $61x^2 + 1 = y^2$ ($x = 226.153.980$ en $y = 1.766.319.049$). "Een mooi voorbeeld van wiskunde om de wiskunde, zonder een concrete toepassing", vindt Plofker.
Intuïtie
Naast deze individuele hoogstandjes heeft de traditionele Indiase wiskunde met twee krachtige en creatieve syntheses een blijvend stempel op de wiskunde gedrukt. Plofker: "De belangrijkste Indiase bijdrage is ongetwijfeld het tientallig positiestelsel dat over de hele wereld wordt gebruikt. Alle getallen drukken we uit in combinaties van de tien symbolen 0 tot en met 9. Er bestonden al eerder tientallige rekenstelsels, maar die gebruikten nieuwe symbolen voor de tientallen en geen combinaties van de cijfers 0 tot en met 9."
Daarnaast waren de Indiërs de eersten die het getal 0 volledig integreerden in de notatie van getallen en in de wiskunde. Plofker: "Ik weet alleen niet of dat genoeg is om te zeggen dat de Indiërs het getal 0 hebben uitgevonden, zoals wel wordt beweerd. De 0 is namelijk op verschillende manieren op verschillende plaatsen in de wereld al eerder opgedoken. Maar de Indiërs waren zeker de eersten die de 0 in al zijn facetten omarmden."
Al gebruikten Indiase wiskundigen verzen, is wiskunde uiteindelijk

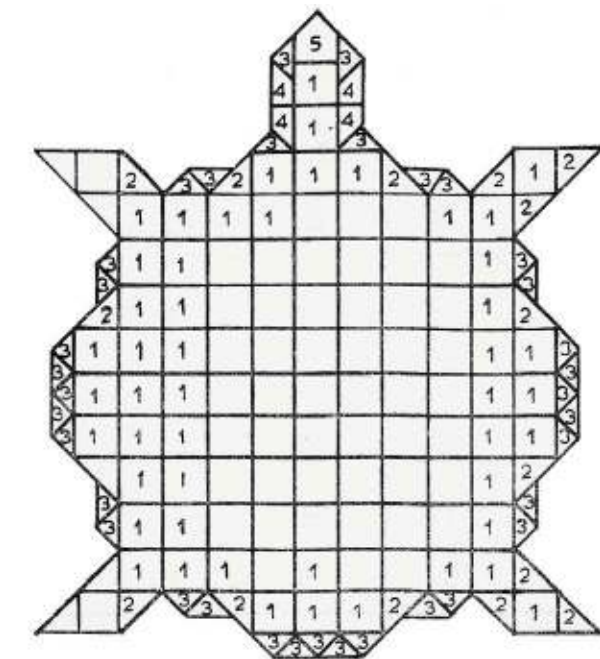
De Indiërs waren de eersten die het getal 0 in al zijn facetten omarmden

toch niet gewoon wiskunde – stellingen, bewijzen en formules die overal en altijd gelden? Ja, dat is wel zo, zegt Plofker, maar toch zijn er verschillen tussen de westerse wiskunde en de traditionele Indiase. De westerse traditie is sterk beïnvloed door een manier van denken die teruggaat tot de Griekse wiskundige Euclides, legt ze uit. Dit denken is gebaseerd op axioma's, stellingen en bewijzen. Centraal hierin staat het stapje voor stapje bereiken van absolute wiskundige zekerheid uitgaande van de axioma's.

De Indiase wiskunde is volgens Plofker meer een melange van bewijzen, experimenten en intuïtie. "Ze staat misschien wat dichterbij onze natuurlijke, associatieve manier van denken. Niet voor niets spreken de Indiërs over 'het zien van de waarheid van een wiskundige stelling zoals je een stuk fruit in je hand ziet'. Je ziet de waarheid helder en duidelijk voor je en je hoeft haar niet in stukjes van een bewijs uit elkaar te trekken."
Kan de huidige wiskunde nog iets leren van de traditionele Indiase wiskunde of is ze vooral in historische en culturele context interessant? Plofker: "Het lijkt er op dat de huidige wiskunde zich niet meer alleende vastklampt aan de strenge Euclidische aanpak. Dat zie je bijvoorbeeld in het gebruik van de computer bij wiskundige bewijzen, iets wat traditionele wiskundigen verafschuwden. De computer heeft de vraag wat als een wiskundig bewijs geldt als een nieuwe dimensie gegeven. Maar ik wil benadrukken dat het stereotiepe idee dat de westerse wiskunde rigoureuus en exact is en de Indiase wiskunde informeel en luchtig, echt verkeerd is. Ook de Indiërs kenden bewijzen. Wel kun je zeggen dat de traditionele Indiase wiskunde meer open stond voor verschillende manieren van experimenteren en bewijzen dan de westerse wiskunde."



Manuscript in het Sanskriet met een commentaar op de belangrijke middeleeuwse astronomische tekst Surya-siddhanta. Kim Plofker hierover: "Voor niet-Sanskrietisten is het vooral interessant omdat er veel voorbeelden in staan van decimale getallen met veel, heel veel nullen!"



Tekening van een vuuraltaar in de vorm van een schildpad, geconstrueerd volgens de instructies in hoofdstuk 20 van de Baudhayana-Sulbasutra (circa 600 v. Chr.). Op de tekening is de ligging van de verschillende tegels aangegeven, waarop een vuur werd gestookt. Illustratie uit boek *The Sulbasutras*, S.N. Sen en A.K. Bag, New Delhi, 1983

Bladzijde uit het Arabische manuscript Leiden, Or. 168 (11e eeuw), een van de oudste bewaarde documenten uit de Islamitische wereld waarin het tientallige positiestelsel wordt gebruikt. Dat positiestelsel noemt Plofker "de belangrijkste Indiase bijdrage aan de wiskunde". UB Leiden

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
10000	20000	30000	40000	50000	60000	70000	80000	90000	100000