4000 jaar wiskunde

Wanneer de geschiedenis van de wiskunde begonnen is zal wel altijd in de nevelen van het verleden verborgen blijven, en het antwoord op die vraag hangt af van je definitie van wat wiskunde is. Omstreeks 2000 voor Christus was er wiskunde van hoog niveau in het toenmalige Babylon (het huidige Irak); hoe hoog het niveau was kun je zien in het voorbeeld aan het eind van dit stukje. De Babyloniërs schreven op kleitabletten in spijkerschrift, en dit schrift was zo moeilijk dat de opleiding tot schrijver jaren duurde. Eén van de vakken op die opleiding was algebra, hetgeen neerkwam op oplossen van kwadratische vergelijkingen.

Wiskunde is één van de oudste wetenschappen, even oud als rechten (wetten van Hammurabi), literatuur (Gilgamesh-epos), en medicijnen, en veel ouder dan de andere exacte wetenschappen. De volgende wetenschap die ontstond was de sterrenkunde. Vanaf 750 voor Christus waren in Babylon hemelverschijnselen waargenomen en gearchiveerd, en op basis hiervan ontwikkelde men vanaf 500 voor Christus een wiskundige methode voor het voorspellen van maansverduisteringen, het verschijnen van de maansikkel, planeetstanden, enz. In diezelfde periode ging de wiskunde zelf een heel andere kant uit in het Griekse cultuurgebied. De Grieken hadden belangstelling voor filosofie en redeneren, bij hen vinden we voor het eerste wiskunde met definities, axioma's, stellingen en bewijzen. Omstreeks 300 voor Christus heeft Euclides de meetkunde op deze manier opgebouwd in zijn boek *De Elementen.* De Griekse wiskundigen kwamen tamelijk ver: zo bepaalde Archimedes de oppervlakte en inhoud van een bol op een heel strenge manier, waarin ouderejaars studenten wiskunde redeneringen met willekeurige *epsilon*'s groter dan 0 uit het vak Analyse A kunnen herkennen. Doordat er niet een goede algebraïsche notatie was, werd de wiskunde zo moeilijk dat hij voor de meeste mensen niet meer te volgen was. Nieuwe ontdekkingen werden niet meer gedaan en omstreeks de derde eeuw na Christus is de Griekse wiskunde vanzelf uitgestorven. De Griekse sterrenkunde ging wat langer door en werd ook naar andere culturen (Perzië, India) overgedragen.

In de achtste eeuw werden op last van de kaliefen in Bagdad vele wiskundige en sterrenkundige boeken uit het Grieks en uit India in het Arabisch vertaald. De wiskunde kwam hierdoor weer tot bloei, en omstreeks de twaalfde eeuw kwam een deel van deze wiskundige kennis via Spanje het Christelijk Europa binnen. In de 16e eeuw kwamen er in Europa nieuwe ontwikkelingen: in Italië werd de derdegraads vergelijking (modern $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$)opgelost, en er ontwikkelde zich geleidelijk een goede algebraïsche notatie, met symbolen zoals $+, -, \times, x$. Omstreeks 1670 werd de differentiaal- en integraalrekening ontdekt door Leibniz en Newton, onafhankelijk van elkaar. Dit was ook de tijd waarin de natuurkunde begon (als we even afzien van het kleine beetje natuurkunde uit de oudheid). Newton toonde aan dat de natuur zich volgens wiskundige wetten gedraagt: de baan van planeten aan de hemel, en de valwetten op aarde, kunnen uit de universele gravitatiewet worden afgeleid door een differentiaalvergelijking op te lossen. De natuur houdt zich blijkbaar aan wiskundige logica, en die is in de hemel dezelfde als op aarde! Dit heeft een gigantische invloed gehad op het wereldbeeld van de mensen.

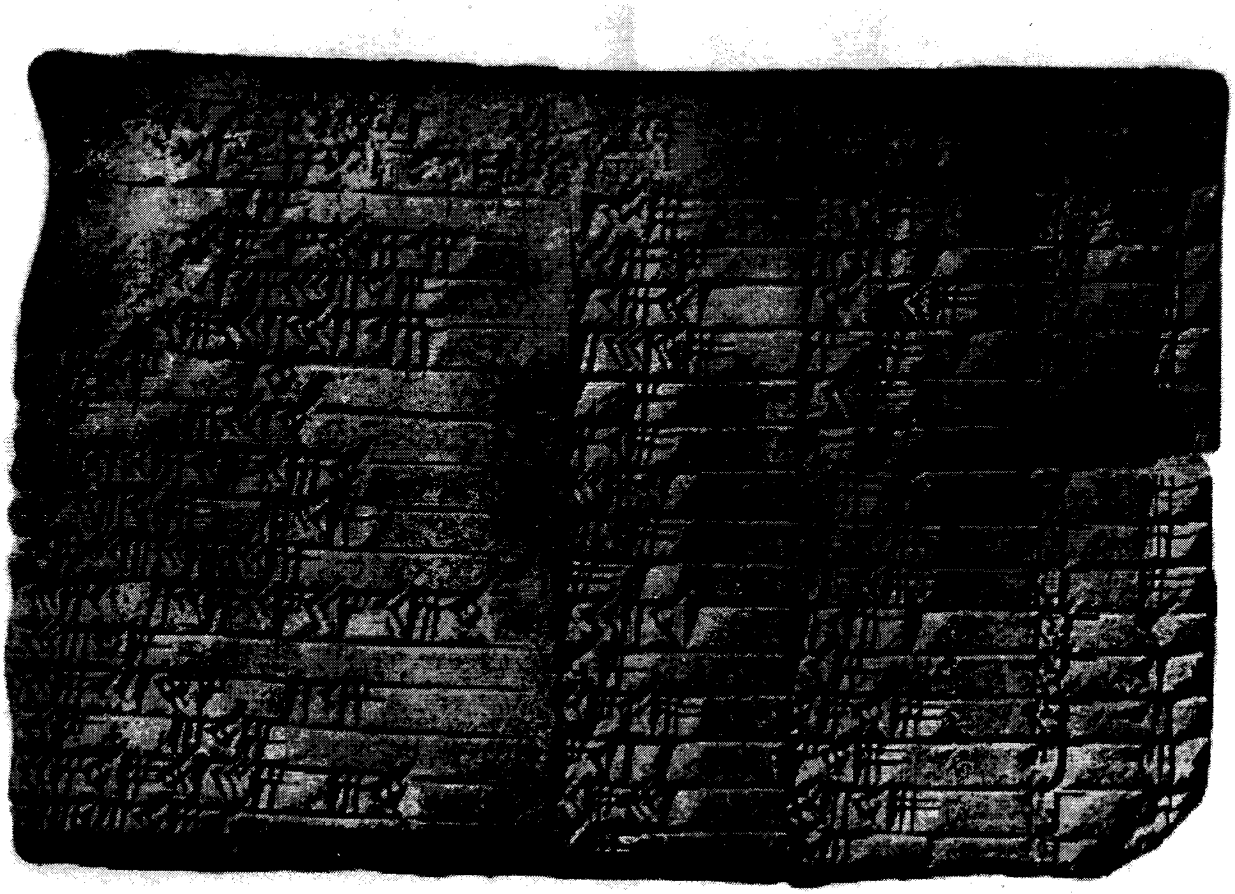
Newton, Leibnitz en hun achttiende-eeuwse opvolgers volgden bij het differentiëren en integreren (ook in meer variabelen) gewoon hun intuïtie over öneindig kleine"grootheden en dergelijke. Hun methoden "mogen"tegenwoordig niet meer maar werken in veel gevallen wel. Precieze definities van limieten, continuïteit, het begrip functie, reëel getal, enzovoort, kwamen pas in de negentiende eeuw tot stand, en pas aan het eind van de negentiende eeuw werd het nodig het begrip "verzameling", de hoeksteen van de huidige wiskunde, te formaliseren.

In de negentiende eeuw veranderde het idee van wiskunde. Tot die tijd ging men er van uit dat de wiskunde de 'werkelijkheid' beschreef, eventueel in geïdealiseerde vorm. Omstreeks 1820-1830 werd de niet-Euclidische meetkunde ontdekt; dit is een meetkunde die wel zinvol is (geen tegenspraak bevat), maar waarvan de eigenschappen niet met onze aanschouwing kloppen. Uiteindelijk leidde deze ontwikkeling tot het inzicht dat de wiskunde, of liever: de verschillende wiskundige theoriën, scheppingen zijn van de menselijke geest, die de werkelijkheid niet per se hoeven te beschrijven. Gelukkig doen sommige wiskundige theoriën dat wel, en dankzij dit (onverklaarde) feit kunnen de wiskundigen hun brood met hun vak verdienen!

Na 1880 is de wiskunde ook op het dagelijks leven van de mensen gaan ingrijpen: electriciteitscentrales en een electriciteitsnet zijn alleen mogelijk door toepassing van geavanceerde wiskunde. De laatste wiskundige die de hele wiskunde kon overzien was waarschijnlijk David Hilbert, die in 1900 een beroemde redevoering hield over onopgeloste wiskundige problemen. In de twintigste eeuw is de wiskunde verder geëxplodeerd: tegenwoordig verschijnen jaarlijks vele tienduizenden publicaties (boeken en wetenschappelijke artikelen) met nieuwe wiskundige ontdekkingen. Door de massale beschikbaarheid van de computer sinds de jaren 1980 zijn de mogelijkheden van de wiskunde weer enorm uitgebreid, doordat veel meer dingen kunnen worden berekend en benaderd dan vroeger het geval was. Hierdoor zijn essentieel nieuwe verschijnselen ontdekt (denk aan onvoorspelbaarheid van processen) en de toepasbaarheid van de wiskunde is enorm vergroot.

Aan het eind van dit stukje keren we nog even terug naar het begin naar Babylon, met een beroemd voorbeeld van wiskunde van omstreeks 1700 voor Christus. Op het onderstaande kleitablet staan getallen in spijkerschrift in het zestig-tallig stelsel. Bijvoorbeeld in regel 5 (ki-5) staat van rechts naar links 1,37 voor $1 \cdot 60 + 37 = 97$, 1,5 voor 65 en 48,54,1,40 voor $48 \cdot 60^{-1} + 54 \cdot 60^{-2} + 1 \cdot 60^{-3} + 40 \cdot 60^{-4}$. Accolades geven getallen aan die wegens beschadiging van de tablet onleesbaar zijn.

De getallen op dit kleitablet bebben met Pythagoreïsche drietallen te maken (N.B.: 1200 jaar vòòr Pythagoras!). Een Pythagoreïsch drietal is een drietal natuurlijke getallen x, y, z met $x^2 + y^2 = z^2$. Op de tablet vind je in opeenvolgende kolommen: $y^2/x^2, x, z,$(bijvoorbeeld in regel 5: $z = 97, x = 65, y = 72, \frac{y^2}{x^2} = \frac{4225}{5181} = \frac{48}{60} + \frac{54}{3600} + \frac{1}{216000} + \frac{40}{12960000}$. Je kunt zulke drietallen vinden door twee natuurlijke getallen n, m te kiezen met $n > m$ en te stellen $x = n^2 - m^2, y = 2nm, z = n^2$ (in regel 5 zou dit geweest zijn $n = 9, m = 4$). Men neemt algemeen aan dat de Babyloniërs dit geweten hebben, omdat je deze drietallen anders niet zo snel vindt (hoe vind je anders bijvoorbeeld x = 4961, y = 6480, z = 8161 van regel 10?). Het is niet waarschijnlijk dat deze wiskunde ooit is toegepast in het oude Babylon (evenmin als bijvoorbeeld de toen populaire kwadratische vergelijkingen). Wiskunde schijnt toen al een basis-activiteit geweest te zijn van de menselijke geest, of in elk geval, van sommige menselijke geesten!



Kleitablet Plimpton 322

59, 15	1,59	2,49	ki-1
56, 56 58,14,50,6,15	56,7	3,12,1	ki-2
55,7 41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	ki-3
5 3, 10, 29,32,52,16	3,31,49	5,9,1	ki-4
48,54,1,40	1,5	1,37	ki-5
47,6,41,40	5,19	8,1	ki-6
43,11,56,28,26,40	38,11	59,1	ki-7
41,33,59,3,45	13,19	20,49	ki-8
38,33,36,36	9,1	12,49	ki-9
35,10,2,28,27,24,26,40	1,22,41	2,16,1	ki-10
33,45	45	1,15	ki-11
29,21,54,2,15	27,59	48,49	ki-12
27,3,45	7,12,1	4,49	ki-13
25,48,51,35,6,40	29,31	53,49	ki-14
23,13,46,40	56	53	ki-15

Jan Hogendijk