**Het woord 'algoritme' is een verbastering van de naam van de wiskundige Al-Khwārizmī. Van zijn rekenboekje was tot voor kort maar één Latijns handschrift bekend dat helaas incompleet is. Onlangs is in New York een tweede handschrift gevonden, wel compleet. Jan Hogendijk bestudeerde het trekken van een vierkantswortel.**

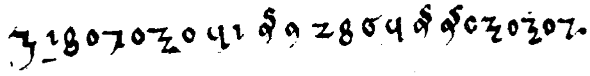
# Algorismi's rekenboekje compleet

In de moderne informatiemaatschappij wordt het woord 'algoritme' dagelijks miljoenen malen uitgesproken en opgeschreven. Dit woord is een verbastering van de naam van de wiskundige Al-Khwārizmī, die we daardoor waarschijnlijk als meest geciteerde wiskundige kunnen beschouwen. Al-Khwārizmī is, voorzover ik weet, de enige wiskundige wiens naam tot een begrip geworden is, maar op andere vakgebieden komt een soortgelijk verschijnsel ook voor, bijvoorbeeld in de Freesia en de Dahlia, en in woorden als voltage. Dat wij de naam van een wiskundige als woord voor 'rekenmethode' ge- (of mis?)bruiken heeft te maken met de geschiedenis van het tientallig stelsel. Het tientallig positiesysteem voor het rekenen met natuurlijke getallen is in de vijfde eeuw na Christus in India ontwikkeld.

Omstreeks 830 schreef Al-Khwārizmī een rekenboekje om het systeem in de Islamitische wereld bekend te maken. Drie eeuwen later werd dit boekje in Spanje in het Latijn vertaald en dat was voor West Europa de eerste kennismaking met het rekenen in het tientallig positiestelsel.[1] De naam van de auteur werd hierbij verlatijnst tot Algorismi, Algorizmi, Alchorismi, enzovoort en algauw werd de persoon vergeten. De naam werd geïdentificeerd met een rekenmethode en later met rekenmethodes in het algemeen.

Omdat het rekenboekje van Al-Khwārizmī historisch gezien heel belangrijk is, lijkt het misschien vreemd dat er tot heel kort geleden maar één Latijns handschrift van bekend was. Dit is eigenlijk een bewijs van het succes van het boekje. De Latijnse vertaling uit het Arabisch was nogal letterlijk, dus ook onnatuurlijk, en desondanks sloeg de rekenmethode aan. Diverse twaalfde- en dertiende-eeuwse schrijvers hebben daarna hun eigen rekenboekjes geschreven, die de vertaling van het boekje van Al-Khwārizmī snel verdrongen.
Het Arabische origineel is als gevolg van een soortgelijk proces helemaal verloren gegaan. Een eeuw na Al-Khwārizmī waren de rekenmethodes in de Oostelijke Islamitische wereld verder ontwikkeld en ontstonden daar nieuwe rekenboekjes. Het boekje van Al-Khwārizmī werd daarom in het Oosten niet meer gekopiëerd, maar is in het Islamitische Spanje wel tot in de twaalfde eeuw in omloop geweest.
Het hierboven genoemde Latijnse handschrift is in de dertiende eeuw geschreven en wordt bewaard in een bibliotheek in Cambridge (Engeland). Helaas breekt het halverwege af, midden in de vermenigvuldiging van twee breuken. Daardoor was een van de belangrijkste documenten in de geschiedenis van het rekenen onvolledig.

Kort geleden is een tweede Latijns handschrift van het rekenboekje van Algorismi gevonden in een bibliotheek in New York. Dit handschrift is wel compleet. Het is in de dertiende eeuw in Spanje geschreven. De ontdekker Menso Folkerts (München) heeft dit jaar een volledige uitgave van de Latijnse tekst met Duitse vertaling en commentaar gepubliceerd.[2] We hebben nu dus de hele tekst van Algorismi's rekenboekje. Dit soort ontdekkingen laat zien, dat de geschiedschrijving van de wiskunde in oudere perioden nog lang niet 'af' is.
Het is niet zo dat de geschiedenis van het rekenen in de middeleeuwen nu op zijn kop komt te staan, wel zijn er een hoop nieuwe gegevens aan het licht gekomen. Interessant is dat de Indiase cijfers in het handschrift in New York regelmatig gebruikt worden, zie figuur 1. Dit lijkt op het eerste gezicht een merkwaardige opmerking. Echter, in het handschrift uit Cambridge wordt in de tekst wel over de cijfers gepraat, maar de kopiïst heeft in plaats van de symbolen meestal niets ingevuld of Romeinse cijfers geschreven, bijvoorbeeld CCCXXIIII in plaats van 324. Dit helpt niet echt om het rekenen met de Indiase cijfers begrijpelijk te maken.



Deze figuur uit het handschrift in New York, toont een groot getal, dat Al-Khwārizmī in het begin geeft om te laten zien hoe je zulke grote getallen in een boek kunt schrijven of kunt uitspreken. Dat was in die tijd iets bijzonders. Het getal moet volgens de geschreven tekst

1180703051492863 zijn ('duizend duizend duizend duizend duizend, vijfmaal, en honderd duizend duizend duizend duizend, en tachtig duizend duizend duizend duizend ...) maar de kopiïst heeft (om voor mij onverklaarde redenen) 318070305149286544030307 opgeschreven.
In het laatste deel van het rekenboekje, dat nu bekend is geworden, bespreekt Al-Khwārizmī het trekken van vierkantswortels in het decimale positiestelsel.
Als voorbeeld laten we de diverse stappen in de berekening van $\sqrt{5625} = 75$ zien. Achtereenvolgens verschijnt er het volgende in Al-Khwārizmī's zandbakje:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5625 | 725 | 725 | 725 | |
| 7 | 14 | 14 | 145 | 150 |

Hij verdeelt de 5625 in groepjes van 2 decimalen, van rechts naar links en hij vindt eerst door proberen het grootste gehele getal $a$ zodat $a^2 \leq 56$. De uitkomst $a = 7$ wordt onder de 6 geschreven, gekwadrateerd, van 56 afgetrokken; daarna wordt $a$ verdubbeld en één decimaal naar rechts geschoven. Daarna zoekt al-Khwārizmī een getal $b$ (onder de 10) zodat in decimale schrijfwijze $14b \times b \leq 725$, hij vindt $b = 5$. De $145 \times 5$ wordt van 725 afgetrokken en de 5 wordt nu verdubbeld en bij 140 opgeteld. Er blijft geen rest en het resultaat van de worteltrekking is nu de helft van 150. Al-Khwārizmī geeft in een apart hoofdstukje een theoretische motivatie van dit procédé.
Als er wel een rest is, geeft Al-Khwārizmī een benaderingsformule, maar hij zegt dat je ook door kunt gaan door een even aantal nullen toe te voegen. Hij legt deze methode verder uit aan de hand van het voorbeeld van $\sqrt{2}$. Hier voegt hij zes nullen toe, en hij berekent $\sqrt{2000000} = 1414$ (de rest wordt verwaarloosd). Omdat hij niet met decimaalbreuken werkt is hij nu niet klaar; hij moet, modern gezegd, de 1414/1000 eerst in (de blijkbaar bij de Indiase geleerden gangbare) sexagesimaalbreuken omwerken, met als resultaat 1°24'50"24'''.[3] Natuurlijk was het handiger geweest als Al-Khwārizmī wel decimaalbreuken had gebruikt, maar het is in de geschiedenis nu eenmaal niet zo dat handigste methoden het eerst worden ontdekt. De Indiase geleerden gebruikten trouwens ook geen decimale breuken en het was het hoofddoel van Al-Khwārizmī de Indiase methoden uit te leggen.

Tenslotte willen we nog even ingaan op de persoon van Al-Khwārizmī. Hij heette Moḥammad, zoon van Mūsā (Mozes) en het naamdeel Al-Khwārizmī [uitspraak: de kh als de Nederlandse g, de w kan worden weggelaten, de ā is laag] betekent dat hij afkomstig was uit Khwārizm, een landstreek in het tegenwoordige Uzbekistan en Turkmenistan. Van zijn leven weten we, net als bij de meeste wiskundigen en sterrenkundigen uit die periode, praktisch niets. Omdat hij uit Khwārizm kwam, was zijn moedertaal waarschijnlijk het Khwārizmisch, dat verwant is aan het moderne Perzisch. Hij sprak dus een Indo-Europese taal en de grammatica van het Arabisch was voor hem daarom net zo vreemd als voor de tegenwoordige Nederlander.
Al-Khwārizmī was een van de vele allochtone geleerden die in de vroege negende eeuw in Bagdad werkten en in een vreemde taal moesten leren schrijven en denken.

*Jan Hogendijk*
*Vakgroep Wiskunde, Universiteit Utrecht*

## Noten

[1] De cijfers 1 tot en met 9 waren in de elfde eeuw ingevoerd en werden toen gebruikt als symbolen op rekensteentjes voor een abacus.

[2] *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī.* Edition, Übersetzung und Kommentar von Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch. München 1997, Bayerische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-Historische Klasse, Abhandlungen, Neue Folge, Heft 113. ISBN 3-7696-1018-4.

[3] De berekening van de derde sexagesimaal is zinloos.