

# NASHR-E RIYĀZI

Volume 9, Number 2, October 1998

## Editorial Board

M. ARDESHIR, O.A.S. KARAMZĀDEH, S. KĀZEMI,  
K. LĀJEVARDI, S. SHAHSHAHĀNI (chairman), Y. TĀBESH

*Nashr-e Riyāzi* is a Persian-language, expository mathematics journal published biannually (in April and October) by Iran University Press.

Annual subscription rates (including airmail postage) are: Middle East £ 18, Europe & Asia £ 20, North America & Far East £ 25.

For more information write to Iran University Press, 85 Park Avenue, Tehrān 15134, Iran, or contact (nashriaz @vax. ipm. ac. ir).

## CONTENTS

### Notes & News

### Articles

Mathematical foundations of noncommutative geometry, V. MILĀNI

Noncommutative geometry and physics, K. KĀVIĀNI

\* Fubini foiled: Katok's paradoxical example in measure theory, J. MILNOR

\* A guide to entropy and the second law of thermodynamics, E.H. LIEB, J. YNGVASON

Homological methods in commutative algebra, S. YASSEMI

Current studies in the history of mathematics and astronomy in Islamic civilization (2nd-9th centuries of the Hegira), J.P. HOGENDIJK

### Problems

### Book Review

An excursion into the realm of numbers: *The Book of Numbers* by J.H. Conway and R.K. Guy, and *Numbers* by H.-D. Ebbinghaus *et al.* (reviewed by S. SHAHSHAHĀNI)

### Opinion

Comprehensive index (1988-1998)

\* An asterisk indicates that the article was originally published elsewhere; complete address of the original article appears at the end of the article.

ISSN: 1015-2857



## نشر ریاضی

سال ۹، شماره ۲

تاریخ انتشار: شهریور ۱۳۷۷

شماره پیاپی: ۱۸

nashriaz@rose.ipm.ac.ir

صاحب امتیاز: مرکز نشر دانشگاهی  
مدیر مسؤول: سیاوش شهشهرانی

### • هیأت ویراستاران:

محمد اردشیر

یحیی تابش

سیاوش شهشهرانی

سیامک کاظمی

امیدعلی کرمزاده

کاوه لاجوردی

### • مشاوران این شماره:

احمد شفیعی ده‌آباد، محمدهادی شفیعیها، مهرداد شهشهرانی  
(آمریکا)، علی عمیدی، مهدی مجیدی ذوالبنین، همایون  
معین، منوچهر وصال

• دستیارفنی: زهرا دلاری

• طراح: شکوه بیله‌فروشا

• حرف‌چین و صفحه‌آرا: سیده مریم طاهریان

• ناظر چاپ: علی صادقی

• لیتوگرافی: مردمک

• چاپ و صحافی: منفرد (میدان شهدا، خ شهید کفایی، شماره ۳۶)

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

## فهرست

### گزارش

۲

المبیاد ۳۹؛ آندره ویل؛ فیلدز، نوانلینا، و لوح نقره‌ای؛  
ما و رفتگان آخر زمستان

### مقاله‌ها

۶ مبنای ریاضی هندسه ناجابجایی ویدا میلانی

۱۳ هندسه ناجابجایی و فیزیک کامران کاویانی

قضیه فویینی نقش بر آب می‌شود(!):

۲۴ مثال پارادوکس‌گونه کاتوک در نظریه اندازه جان میلر

درآمدی بر آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک الیوت لیب،

۲۷ یاکوب اونگواسون

۳۸ روشهای هومولوژیک در جبر جابجایی سیامک یاسمی

۴۳ تمدن اسلامی (قرنهای دوم تا نهم هجری) یان هوخندایک

۵۳ یحیی تابش

### مسأله

### کتاب

۵۴ سیر و سفری در جهان اعداد سیاوش شهشهرانی

۵۸ دیدگاه

۵۹ فهرست جامع نشر ریاضی (۷۶-۱۳۶۷)



### روی جلد

طرحی از موریتس کورنیلس اشتر  
(۱۸۹۸-۱۹۷۲)

تقسیم منظم صفحه VI، ۱۹۵۷  
به مناسبت صدمین سالگرد تولد اشتر

P. Galluzzi (ed.) *Storia della scienza*, Torino 1991, pp. 154-189, 581-585;

همچنین مراجعه کنید به

A. King, *Astronomical Instruments between East and West*, in *Kommunikation zwischen Orient und Okzident, Alltag und Sachkultur*, Wien: Österreichische Akademie der Wissenschaften, 1994, pp. 143-198.

۱۸. مولانا جلال‌الدین رومی، کتاب *فیہ مافیہ*، با تصحیحات و حواشی بدیع‌الزمان فروزانفر، چاپ سوم، تهران، ۱۳۵۸، ص ۱۰.

19. F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V, Mathematik, Band VI, Astronomie, Band VII, Astrologie, Leiden: Brill, 1974, 1978, 1979; G.P. Matvievskaya, B.A. Rozenfeld, *Matematiki i Astronomi Musulmans'kogo Srednevekov'ya i ikh Trudi*, Moscow: Nauka, 1983, 3 vols.

[ریاضیدانان و منجمان دوره اسلامی و آثار آنها، به روسی، مسکو، نانوکا، ۱۹۸۳، ۳ جلد.]

\*\*\*\*\*

• این مقاله ترجمه متن سخنرانی یان پ. هوخندایک (Jan P. Hogendijk) در پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران است که در تاریخ ۱۳۷۶/۱۲/۲۳ ایراد شده است. یان پ. هوخندایک پژوهشگر تاریخ ریاضیات و نجوم در دانشگاه اوترخت هلند، و هم‌اکنون سردبیر اجرایی هیستوریاماتیکاست. نشانی او در پست الکترونیک: hogend@math.uu.nl

نوار ویدئویی مربوطه را می‌توانید از انجمن ریاضی آمریکا خریداری کنید.

12. Alpay Özdural, On interlocking similar or corresponding figures and ornamental patterns of cubic equations, *Muqarnas* 13 (1996), pp. 191-211;

همچنین نگاه کنید به

Alpay Özdural, Omar Khayyām, Mathematicians and *Conversazioni* with Artisans, *Journal of the Society of Architectural Historians* 54 (1995), pp. 54-71.

۱۳. غلامحسین مصاحب، حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر، چاپ بهمن، ۱۳۳۹، ص ۵۹-۷۴.

۱۴. این متن به پیوست کتاب زیر (ص ۷۳-۹۳) چاپ شده است

هندسۀ ایرانی، کاربرد هندسه در عمل، ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی، برگردان به عبارت روز و گردآوری ضمیمه از سیدعلیرضا جذبی، سروش، تهران، ۱۳۶۹.

۱۵. اجوبه عن مسائل سنلها عن بعض مهندسی شیراز، نسخه خطی کتابخانه ملی پاریس، مجموعه نسخ عربی، شماره ۲۴۵۷، برگهای ۱۵۱ تا ۱۵۶.

16. David A. King, Medieval Astronomical Instruments: A Catalogue in Preparation. *Bulletin of the Scientific Instrument Society* bf 31 (dec. 1991), pp. 3-7.

17. David A. King, Strumentazione astronomica nel mondo medievale islamico, in: G.L. Turner (ed.), *Gli strumenti*=vol. 1 of



اسطرلاب برنجی

ساخت محمد بن حامد الاصفهانی

۵۵۸ هجری قمری

- [علوم عهد باستان (علوم دقیقه) در اندلس]  
 Madrid: MAPFRE, 1992.
۵. نگاه کنید به کتاب زیر، به خصوص فصلهای ۶.۲ و ۳.۳ آن  
 B. van Dalen, *Ancient and Medieval Astronomical Tables: Mathematical Structure and Parameter Values*, Utrecht 1993.  
 برای اطلاع از تحقیقات مشابه در باره کوشیار همچنین نگاه کنید به  
 B. van Dalen, A Table for the True Solar Longitude in the Jāmi' Zīj, in: A. von Godstedter (ed.), *Ad Radices, Festschrift zum fünfzigjährigen Bestehen des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften* ... Frankfurt am Main, Stuttgart: Steiner, 1994, pp. 171-190;  
 G. van Brummelen, Mathematical Methods in the Tables of Planetary Motion in Kūshyār ibn Labbān's Jāmi' Zīj, to appear in *Historia Mathematica* 25 (1998) no. 1.
6. Yaḥyā ibn Abī Maṣṣūr, *The Verified Astronomical Tables for the Caliph al-Ma'mūn*, facsimile edition, Frankfurt: Institute for the History of Arabic-Islamic Sciences, 1986.
۷. نگاه کنید به منابع زیر  
 E. S. Kennedy, M. Janjanian, The Crescent Visibility Table in al-Khwārizmī's Zīj, *Centaurus* 11 (1965), pp. 73-78;  
 J. P. Hogendijk, Three Islamic lunar crescent visibility tables, *Journal for the History of Astronomy* 19 (1988), pp. 29-43.
8. E.S. and M.H. Kennedy, *Geographical Coordinates of Localities from Islamic Sources*, Frankfurt: Institute for the History of Arabic-Islamic Sciences, 1987.
۹. مقاله‌های مربوط به این موضوع در منابع زیر گردآوری شده‌اند  
 E.S. Kennedy, Colleagues and Former Students, *Studies in the Islamic Exact Sciences*, Beirut 1983;  
 David A. King, *Islamic Mathematical Astronomy*, London: Variorum Reprints, 1986.
10. R. Rashed, A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses, *Isis* 81 (1990), pp. 464-491.  
 متن رساله ابوسعید علاء در اثر زیر آورده شده است  
 R. Rashed, *Géométrie et Dioptrique au X<sup>e</sup> Siècle: Ibn Sahl, Al-Qūhī et Ibn al-Haytham*, Paris: Les Belles Lettres, 1993.  
 به خصوص صفحات ۲۳ تا ۳۰ آن را ببینید.  
 بررسی امروزی رساله مذکور در مقاله زیر آمده است:  
 Mohsen Maesumi, Parabolic Mirrors, Elliptic and Hyperbolic Lenses, *The American Mathematical Monthly* 99 (1992), pp. 558-560.
11. Yvonne Dold, Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kāshī, *Centaurus* 35 (1992), pp. 193-242;  
 Yvonne Dold, The volume of domes in Arabic mathematics, in M. Folkerts, J.P. Hogendijk, *Vestigia Mathematica: Studies in Medieval and Early Modern Mathematics in Honour of H.L.L. Busard*, Amsterdam: Rodopi. 1993, pp. 93-106.
- ریاضیات و نجوم دوره اسلامی به زبانهای متعددی (عربی، ترکی، فارسی، انگلیسی، فرانسه، آلمانی، روسی، اسپانیولی، کاتالان، ایتالیایی، و غیر آن) عرضه می‌شود. خوشبختانه آثار کتابشناسی در زمینه تاریخ ریاضیات و نجوم دوره اسلامی وجود دارد که یکی به وسیله فواد سرگین در سالهای ۱۹۷۴ و ۱۹۷۸ [۱۹]، و دیگری به وسیله روزنفلد و ماتویفسکایا در سال ۱۹۳۸ منتشر شده است (ترجمه انگلیسی کتاب اخیر به زودی انتشار خواهد یافت). این آثار بسیار مفیدند، اما به محض چاپ شدن به عبارتی تازگی خود را از دست می‌دهند.
- یک گروه بین‌المللی از پژوهشگران که هسته‌هایش در کانادا، هلند و ایران ایجاد شده است، اکنون در حال پایه‌ریزی طرحی برای ایجاد یک پایگاه داده‌ها (قابل مقایسه با آثار سرگین و روزنفلد-ماتویفسکایا) روی شبکه اینترنت و روزآمد کردن مداوم آن با انتشارات جدید هستند. این پایگاه داده‌ها باید برای هر کسی که در هر جای جهان به شبکه اینترنت دسترسی دارد به رایگان قابل استفاده باشد. این طرح بسیار عظیمی است و مشکلات متعددی برای آغاز کردن آن هست که هنوز برطرف نشده است. اما امیدوار هستیم که ایجاد این پایگاه داده‌ها سرانجام به تحقق درآید. در آن صورت، یکی از مشکلات پژوهش تا حدی برطرف خواهد شد. یک مشکل دیگر در این پژوهش ناشی از آن است که بسیاری از پژوهشگران به‌تنهایی یا در گروه‌های بسیار کوچک کار می‌کنند و فرصت محدودی برای پژوهش دارند، و برخی از معدود مراکز تاریخ علم عربی-اسلامی در شرایط دشواری کار می‌کنند. اما به نظر من در ایران شرایط خوبی برای این نوع کار در حال پیدایش است. امیدوارم که مؤسسه‌های جدید در ایران پژوهشگران پرشماری در زمینه تاریخ ریاضیات و نجوم دوره اسلامی تربیت کنند و امیدوارم که پاداش تلاشهای آنان به شایستگی داده شود.
- مراجع
۱. مقاله‌های مروری در باره پژوهش‌های اخیر راجع به تاریخ ریاضیات دوره اسلامی به قرار زیرند  
 J. L. Berggren, Mathematics and her Sisters in Medieval Islam: a Selective Review of Work Done from 1985 to 1995, in *Historia Mathematica* 24 (1997), pp. 407-440 (with 182 references);  
 J. L. Berggren, History of Mathematics in the Islamic World: The Present State of the Art, in *Middle East Studies Association Bulletin* 19 (1985), pp. 9-33.
2. Menso Folkerts, *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī, Edition, Übersetzung und Kommentar*,  
 [کهنترین رساله لاتینی در باره حساب هندی به روایت خوارزمی: ویرایش، ترجمه، و شرح]  
 München: Bayerische Akademie der Wissenschaften, 1997.
3. Jamil Ragep, *Naṣīr al-Dīn al-Tūsī's Memoir on Astronomy*,  
 [تذکره فی‌الهیته از خواجه نصیرالدین طوسی]  
 New York: Springer Verlag, 1993.
۴. نگاه کنید به کتاب زیر  
 Julio Samsó, *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus*

یک دوره خاص اطلاعات تازه‌ای در باره دانش نجوم آن عهد عرضه می‌کند که از منتهای خطی به دست نمی‌آید.

یکی از ابزارهای متعددی که پروفوسور کینگ مطالعه کرده، اسطرلابی است که حامد بن خضر خجندی در سال ۳۷۴ هجری در بغداد ساخته است. تصاویر بخشهایی از این اسطرلاب در منبع [۱۷] اثر کینگ منتشر شده، ولی اطلاعات کامل در باره این اسطرلاب انتشار نیافته است. این قدیمیترین اسطرلاب شناخته شده موجود از دوره اسلامی است و اکنون در یک مجموعه خصوصی در کویت نگهداری می‌شود.

کینگ یادآور شده است که عنکبوت اسطرلاب شامل تزئینی به صورت «چاربرگ» است. این تزئین اغلب در هنر گوتیک اروپای اواخر سده‌های میانه به کار می‌رفت و اکنون می‌بینیم که شاید منشأ آن از خاورمیانه اسلامی بوده است. این نمونه نشان‌دهنده ماهیت چندرشته‌ای مطالعه اسطرلابهاست. اولین صفحه اسطرلاب علاوه بر چیزهای دیگر شامل تسطیح کره آسمان با دایره‌های ارتفاع (مقنطرات) به فاصله‌های سه درجه و دایره‌های سمت به فاصله‌های پنج درجه برای عرض جغرافیایی بغداد (۳۳ درجه) است. صفحه دوم اسطرلاب برای یافتن بیوت و تسیرات (در احکام نجوم) به ازای عرض جغرافیایی بغداد به کار می‌رفت. از این نظریه می‌توان نظریه شعاعها و تسیرات در احکام نجوم مورد استفاده خجندی را استنباط کرد. در این نظریه، کره آسمان به وسیله دایره‌هایی گذرنده از نقاط شمال و جنوب افق که استوای آسمانی را در نقاطی به فواصل منظم قطع می‌کنند، به بخشهایی تقسیم می‌شود.

### عشق اسطرلاب اسرار خداست

از موضوع قدری دور شدیم، زیرا فکر می‌کنم که تاریخ علم باید از حد یک رشته صرفاً علمی جالب برای متخصصان فراتر باشد. به گمان من باید توجه بسیاری از مردم را به تاریخ علم جلب کرد، زیرا تنها به این طریق می‌توان به این رشته شادابی و نشاط بخشید. اسطرلاب یکی از وسایل ممکن برای این کار است، زیرا تاریخی غنی دارد، کاربرد آن آسان است و زیبایی خاص خود را دارد. اسطرلاب برای بسیاری از افراد امروزی می‌تواند جالب باشد، همچنانکه برای خیلی از افراد زمانهای دور مورد توجه و نیاز بود. به عنوان شاهد گفتارم گفته‌هایی از مولانا جلال‌الدین رومی را در باره اسطرلاب نقل می‌کنم. مولانا در مثنوی می‌گوید:

### ۷. نتیجه‌گیری

عشق اسطرلاب اسرار خداست

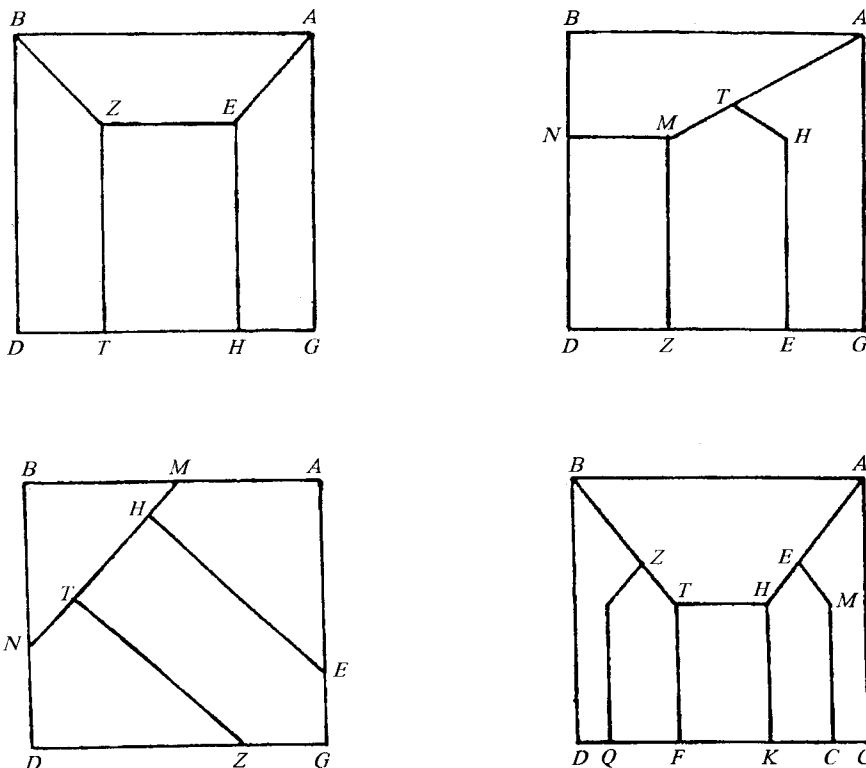
در فیه مافیه نیز می‌گوید: «آدمی اسطرلاب حقیقت اما منجمی باید که اسطرلاب را بداند، تره فروش یا بقال اگرچه اسطرلاب دارد اما از آن چه فایده گیرد و به آن اسطرلاب چه داند احوال افلاک را و دوران و برجها و تأثیرات و انقلاب را الی غیرذلک، پس اسطرلاب در حق منجم سودمندست که مَنْ عَرَفَ نَفْسَهُ فَقَدْ عَرَفَ رَبَّهُ. همچنانکه این اسطرلاب مسین آینه افلاکست، وجود آدمی که وَ لَقَدْ كَرَّمْنَا بَنِي آدَمَ اسطرلاب حقیقت چون او را حق تعالی به خود عالم و دانا و آشنا کرده باشد، از اسطرلاب وجود خود تجلی حق را و جمال بیچون را دم به دم و لمح به لمح می‌بیند و هرگز آن جمال از این آینه خالی نباشد». برای درک این جمله باید بدانیم که عنکبوت اسطرلاب «تصویر» (یعنی تسطیح) افلاک است و حرکت عنکبوت روی صفحه، بیانگر حرکت افلاک حول زمین است [۱۸].

همه مثالهای اخیر بیانگر توجه به تاریخچه کاربردهای ریاضیات و نجوم است. به نظر من این توجه در پژوهشهای اخیر اهمیت روزافزون دارد و در ورای آن همواره میل به قراردادن ریاضیات و نجوم در جایگاه اجتماعی و فرهنگی آنها نهفته است. مثالهای بسیار دیگری می‌توان مطرح کرد و البته آنچه من برگزیدم در عین حال نشان‌دهنده علائق و محدودیتهای شخصی من نیز بوده است. بنابراین در باره پژوهشهای اخیر راجع به راه یافتن اصطلاحهای علمی از زبانهای دیگر (مثل یونانی، سریانی، پهلوی و سانسکریت) به عربی مثالی نیاورده‌ام.

بی‌شک هنوز به تصویری از تاریخ ریاضیات و نجوم دوره اسلامی که به تعبیری کامل باشد دست نیافته‌ایم. پژوهشگران در حال کشف تکه‌های بیشتر و بیشتری از یک نقش کاشیکاری بسیار پیچیده‌اند که طرح کلی آن معمولاً چندان آشکار نیست. یکی از مشکلات کار، گستردگی این زمینه است؛ مسأله دیگر ناشی از این است که منابع مطالعه و پژوهشگران در سراسر جهان پراکنده‌اند. بنابراین یافتن همه منابع اطلاعات یا همه منابع منتشر شده در یک موضوع خاص کار آسانی نیست. مقاله‌های بدیع در زمینه

ابزارهای نجومی دوره اسلامی در موزه‌ها و مجموعه‌های خصوصی سراسر جهان پراکنده‌اند، بنابراین اگر کسی بخواهد آنها را به روش «وررفتن» پروفوسور کینگ (که واقعاً آن را بهترین روش می‌دانم) مطالعه کند، باید سفرهای دور و درازی را در پیش بگیرد. پروفوسور سزگین از مؤسسه تاریخ علوم عربی-اسلامی در فرانکفورت طرحی را برای مشابه‌سازی اغلب ابزارهای نجومی مهم دوره اسلامی و به نمایش گذاشتن این نمونه‌ها در مؤسسه خود در فرانکفورت آغاز کرده است. به نظر من این هم طرح مهمی است، نه تنها به خاطر این که روش «وررفتن» بهترین روش پژوهش است، بلکه همچنین برای اینکه بنا به تجربه من اسطرلاب کارایی آموزشی بالایی برای جمع‌کثیر مخاطبان دارد، به آسانی می‌توان دانشجویان و دانش‌آموزان را به ساختن اسطرلاب با مصالح ساده واداشت. نمونه‌ای ابتدایی که خودم (بر اساس یک اسطرلاب یعنی) رسم کرده‌ام در این گفتار نشان داده می‌شود. به نظر من این کار بسیار ارزنده‌ای است که یک مؤسسه تاریخ علم نمونه نسبتاً کاملی از یک اسطرلاب تاریخی دوره اسلامی، مثلاً تصویر مناسبی از اسطرلاب خجندی را که تصاویرش ضمن این گفتار به نمایش گذاشته شده است، روی مقوا چاپ کند.

از اسطرلاب می‌توان برای توضیح برخی از اصول بنیادی نجوم، مثل طلوع و غروب ستارگان، حرکت خورشید، تغییرات طول روز و علت پیدایش فصلها استفاده کرد. در کشور ما (هلند) اغلب دانش‌آموزان و حتی بسیاری از دانشجویان به نحو دلسردکننده‌ای از این موضوعهای ساده بی‌اطلاع‌اند. از اسطرلاب می‌توان برای تعیین زمان (خورشیدی حقیقی) و یافتن جهت شمال استفاده کرد. به کمک برخی صفحه‌های خاص اسطرلاب می‌توان راه‌حلهای ترسیم مسافتی از مثلثات کروی، مثلاً جهت قبله برای محلی با مختصات



شکل ۵

ابزارهای زمان‌سنجی مثل ساعت‌های آفتابی نیز منابع مهم دیگری برای تاریخ علم‌اند.

تا همین اواخر به این ابزارها توجهی نمی‌شد، ولی خوشبختانه این وضع در حال تغییر است. حدود ده سال پیش، پروفیسور دیوید کینگ از دانشگاه فرانکفورت در آلمان، طرح بسیار عظیمی را در مورد بررسی انواع پرشمار ابزارهای نجومی اسلامی و اروپایی که پیش از سال ۱۵۵۰ میلادی ساخته شده‌اند آغاز کرد. او و همکارانش روی فهرستی چند جلدی شامل توصیف‌های دقیق و تصاویر این ابزارها کار می‌کنند. بعلاوه، پروفیسور کینگ و همکارانش از روش‌های امروزی نظیر طراحی کامپیوتری برای تحلیل این ابزارهای مربوط به سده‌های میانه استفاده می‌کنند.

پروفیسور کینگ به روش «وررفتن» کار می‌کند که به بیان خودش چنین است:

«فلسفه اساسی تهیه فهرست این است که ضرورت دارد شخص ابزار را در دست بگیرد، قطعاتش را از هم باز کند، هر قطعه را به دقت بررسی کند — خلاصه کلام، قدری با آن بازی کند — تا کمک از چند و چون آن خوب سر در بیاورد. برای این منظور دیدن عکس ابزار کفایت نمی‌کند.» ([۱۶]، ص. ۴)

این بررسیها تاکنون انبوهی از اطلاعات تازه پدید آورده است. بسیاری از آثار بی‌نام و نشان به طور تقریبی زمان‌گذاری شده‌اند. بسیاری اوقات، ابزارهای

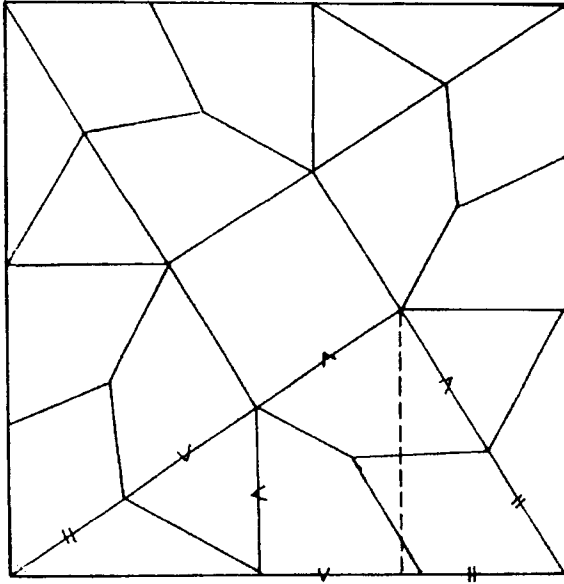
۲. اگر پاسخ مثبت است، آیا این نقوش و بناهای تاریخی را هنوز می‌توان در ایران یا جای دیگر دید؟

۳. اگر پاسخ سؤال اول منفی است، چرا هندسه‌دانان شیراز به این مسائل علاقه‌مند بودند؟

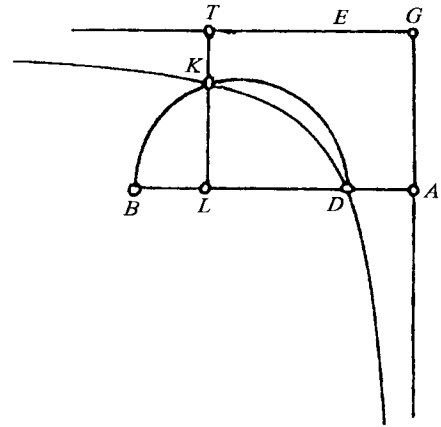
پیوند میان هندسه و هنر می‌تواند کاربرد زیادی در آموزش ریاضیات داشته باشد. فرض کنید ارتباطی میان ترسیم‌های موجود در نسخه‌های خطی و کاشیکاریها یا بناهای تاریخی قابل بازدید یافته باشیم. در این صورت می‌توان آن ترسیم را در مدرسه مطرح کرد و گردشی علمی برای بازدید از نمونه عینی آن نقوش یا بناها ترتیب داد. یا اگر این کار مقدور نباشد، می‌توان از شاگردان خواست که این نقشها را رسم کنند و آثاری از هنر سنتی پدید آورند. امروزه بسیاری از کودکان، دست‌کم در دنیای غرب، از ریاضیات روگرداندند، اما شاید اگر ارتباطی واقعی میان ریاضیات، تاریخ، و هنرهای زیبا ببینند، تغییر عقیده بدهند.

## ۶. ابزارها

تاکنون اغلب پژوهشها درباره تاریخ ریاضیات و نجوم دوره اسلامی مبتنی بر متنهای مکتوب بوده است. اما منابع دیگری هم در این زمینه وجود دارد. در بخش قبل دیدیم که بناهای تاریخی و نقوش تزئینی نیز منابع دیگری هستند و شاید هم سنتهایی در زمینه طراحی بناها و نقوش کاشیکاری سینه به سینه منتقل شده و باقی‌مانده باشد. ابزارهای نجومی برج‌مانده مثل اسطرلابها و



شکل ۴



شکل ۳

که از آن نتیجه می‌شود

$$x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$$

عمر خیام معادله  $x^3 + bx = ax^2 + c$  را با مقاطع مخروطی به روش زیر حل می‌کند:

پاره خط  $ADB$  را چنان رسم می‌کنیم که  $|AD| = \frac{c}{b}$  و  $|AB| = a$ . عمود  $AG$  را بر  $AB$  چنان اخراج می‌کنیم که  $|AG| = \sqrt{b}$ . سپس  $GE$  را موازی با  $AD$  می‌کشیم.

هذلولی گذرنده از  $D$  با مجانبهای  $AG$  و  $GE$  را رسم می‌کنیم. دایره‌ای به قطر  $BD$  می‌کشیم.

نقطه تقاطع دیگر هذلولی و دایره را  $K$  می‌نامیم. عمود  $KL$  بر  $BD$  وارد می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت  $x = AL$ .

برهان. می‌گیریم  $KL = y$ . چون  $K$  روی دایره است، داریم  $KL^2 = BL \cdot LD$  یا  $y^2 = (a-x)(x - \frac{c}{b})$ . چون  $K$  روی هذلولی است، داریم  $KL : LD = TL : LA$  یا  $(x - \frac{c}{b}) = \sqrt{b} : x$ . پس

$$x^2 : b = (x - \frac{c}{b})^2 : y^2 = (x - \frac{c}{b}) : (a - x)$$

$$\text{بنابراین، } ax^2 - x^3 = bx - c$$

ازدورال می‌گوید که همین مثلث در یک نسخه خطی که احتمالاً در قرن شانزدهم میلادی در اصفهان نوشته شده، یافته شده است [۱۴]. این نسخه شامل ترسیمهای عملی و نقوش هندسی زیادی است و این مثلث در یکی از این نقوش ظاهر می‌شود (شکل ۴). به نوشته متن، این نقش را ابن هیثم نیز به کمک مقاطع مخروطی ترسیم کرده است.

در اینجا شاهد پیوندی میان صنعتگران از یک سو، و ریاضیدانانی چون خیام و ابن هیثم از سوی دیگر هستیم. پیش از کشف ازدورال، هیچ‌کس تصویری در باره سابقه این مثلث نداشت. سؤال دیگر طبعاً این است که آیا پیوندی بین این مثلث و هیچ‌یک از بناهای تاریخی موجود وجود دارد یا نه. شاید بسیاری پیوندهای ناشناخته دیگر بین مسأله‌های هندسی در نسخه‌های خطی و کاربردهای موجود در آثار کهن یا هنرهای تزئینی وجود داشته باشد. در اینجا می‌خواهم چند سؤال طرح کنم که در باره‌اش فکر کنید.

این سؤالها برگرفته از نامه منتشر نشده‌ای از احمد بن محمد بن عبدالجلیل سجزی (قرن ۴ هجری) است با عنوان پاسخ به مسأله‌های یکی از هندسه‌دانان شیراز (اجوبه عن مسائل سئل عنه بعض مهندسی شیراز) که نسخه خطی آن در کتابخانه ملی پاریس موجود است [۱۵]. (شکل ۵)

مسأله ۳: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاع  $AD$  را به چهار بخش  $AGEHT$ ، برابر باشد و داشته باشیم  $|HT| = |TM|$ .

مسأله ۴: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاع  $ABDG$  را به چهار بخش  $ABZE$ ،  $BZTD$ ،  $AGHE$  و  $HEZT$  تقسیم کنیم چنانکه  $AEZB : ABGD$  و  $AEHG = BZTD$  نسبت مفروضی باشد، و  $ZEHT : AEHG$  نسبت مفروض دیگری باشد.

مسأله ۶: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاع  $AD$  را چنان تقسیم کنیم که

$$AGCME = EMCKH = HKFT = ZTFQL = DQLZB$$

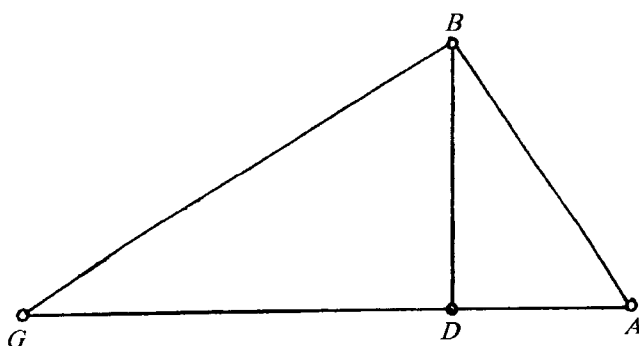
و مجموع آنها با  $AHTB$  برابر باشد یا با  $AHTB$  به نسبت مفروضی باشد.

مسأله ۸: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاع  $ABDG$  را چنان تقسیم کنیم که

$$AEHM = DZTN = EGZTH = BMN$$

و این تقسیم با خطهایی به موازات قطرهای متوازی‌الاضلاع انجام شود. سجزی همه این مسأله‌ها را حل کرده است. در اینجا کاری به راه‌حلهای او ندارم. (شما می‌توانید سعی کنید خودتان راه‌حلهای را بیابید!) سؤالهای من به قرار زیر است:

۱. آیا این مسأله‌ها ارتباطی با نقوش تزئینی خاص یا مسائلی در معماری دوره اسلامی دارد یا نه؟



شکل ۲

### ۵. هندسه و معماری

هندسه نه تنها در علوم بلکه همچنین در هنر و معماری به کار می‌رفت. اکنون خیلیها عقیده دارند که هنر و معماری یکی از انگیزه‌های مطالعه هندسه در تمدن اسلامی بوده است. اما اگر کسی در جستجوی مثالهای مشخص باشد، نمونه‌های معدودی را می‌توان ذکر کرد. تاکنون منابع معدودی بررسی شده‌اند و شاید تاریخنگاران این نمونه‌ها را در جای درست خود جستجو نکرده‌اند. شاید بتوان صنعتگرانی را در ایران یافت که از روشهای قدیمی مطلع باشند و بتوانند بسیاری از پیوندها را توضیح دهند.

یک پیوند آشکار بین هندسه و معماری، توصیفهای غیاث‌الدین جمشید کاشانی (در گذشته ۸۳۲ هجری) در کتاب *مفتاح الحساب* راجع به مقرنس و مساحت سطوح و حجم گنبد مساجد است. خانم ایوونه دولت این توصیفها را تحلیل کرده است. وی یک نوار ویدئویی تهیه کرده که در آن بازسازی کامپیوتری قبه‌ای طبق دستورالعملهای کاشانی و همچنین رابطه میان کارهای کاشانی و بناهای تاریخی مختلف سمرقند را نشان داده است [۱۱].

یک پیوند کم‌رنگ‌تر بین متنی در هندسه نظری و مسأله‌ای در هنرهای تزئینی اخیراً به وسیله از دورال بیان شده است [۱۲]. عمر خیام در رساله کوتاهی راجع به جبر که در سال ۱۳۲۹ در تهران [۱۳] چاپ شده است، از ترسیم مثلث قائم‌الزاویه  $ABG$  که در آن وتر برابر است با مجموع یکی از اضلاع و ارتفاع، بحث کرده است؛ در شکل ۲،  $AG = AB + BD$ . عمر خیام فرض می‌کند  $AD = ۱۰$  و  $BD = x$ ، سپس نشان می‌دهد که ترسیم این مثلث منتهی می‌شود به معادله درجه سوم  $x^3 + ۲۰۰x = ۲۰x^2 + ۲۰۰۰$ . سپس این معادله را به کمک تقاطع هذلولی و دایره حل می‌کند.

حل مثلث  $ABG$  به زاویه قائمه  $B$  و با ارتفاع  $BD$  چنان که  $AB + BD = AG$ ، به وسیله عمر خیام به قرار زیر است (شکل ۳ را ببینید): می‌گیریم  $AD = ۱۰$ ،  $BD = x$ . طبق قضیه فیثاغورس،  $AB^2 = ۱۰۰ + x^2$ . با توجه به تشابه مثلثها داریم  $BD^2 = AD \cdot DG$ . پس  $DG = \frac{x^2}{۱۰}$ . چون  $AB + BD = AG$ ، داریم

$$AB = AG - BD = AD + DG - BD = ۱۰ - x + \frac{x^2}{۱۰}$$

با مربع کردن دو طرف، داریم

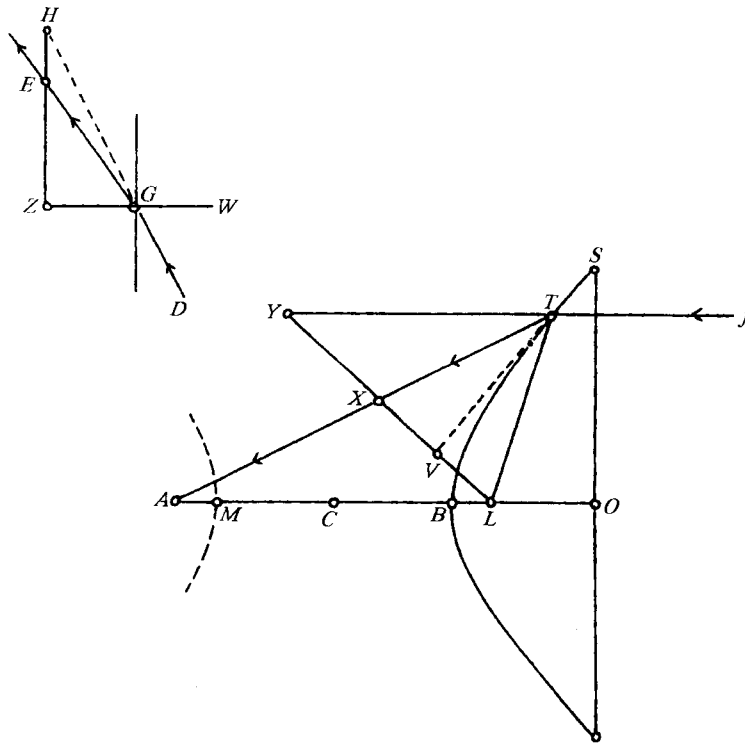
$$۱۰۰ + x^2 = ۱۰۰ - ۲۰x + ۳x^2 - \frac{x^3}{۵} + \frac{x^4}{۱۰۰}$$

از بلور به هوا) برابر باشد، همه پرتوهای خورشید به موازات محور را به سوی یکی از کانونها خواهد شکست و بنابراین می‌تواند موجب سوختن در آن نقطه شود.

ابوسعید علاء اولین دانشمند در تاریخ نبود که پدیده شکست نور را مطالعه کرد. بطلمیوس (۱۵۰ میلادی) دانشمند یونانی نیز پدیده شکست را بررسی کرد و در کتاب نور شناخت خود جدول ساده‌ای حاوی زاویه‌های شکست به ازای مقادیر مختلف زاویه تابش آورد. این کتاب نور شناخت به عربی ترجمه شد و ابوسعید علاء با آن آشنا بود. اما بطلمیوس نمی‌دانست که نسبت سینوسهای این زوایا ثابت است. بنابراین قانون شکست را ابوسعید علاء کشف کرده است. ابوسعید علاء قانون شکست را صریحاً بیان نمی‌کند و مقدار عددی برای ضریب شکست نمی‌دهد. بنابراین نمی‌دانیم که او چگونه این قانون را کشف کرد. آیا او آزمایشهایی انجام داد، و از این راه قانون مذکور را کشف کرد؟ یا اینکه انگیزه‌ای نظری او را به این قانون رساند؟ یا ابتدا این سؤال برایش مطرح شد که کدام نوع عدسی پرتوهای خورشید را به سوی یک نقطه می‌شکند، حدس زد که این عدسی باید هذلولی‌گون باشد و سپس از این راه قانون شکست را یافت؟ این فرض نامعقولی نیست، زیرا در آن ایام ریاضیدانان از بین انواع منحنیها تنها دایره و مقاطع مخروطی را مطالعه کرده بودند؛ عدسی کروی، بیضی‌گون و سهمی‌گون دارای خاصیت مورد نظر نیست. شاید پاسخ به این سؤال با مطالعه بیشتر متن ابوسعید علاء یا با کشف مدارک تازه یافته شود. این سؤال هم به میان می‌آید که چرا دانشمندان پس از ابوسعید علاء نظیر ابن‌هیثم و کمال‌الدین فارسی این قانون را به کار نبردند. در هر صورت، قانون شکست نمونه‌ای از یک کشف منسوب به دانشمندان اروپایی قرن هفدهم میلادی است که در واقع قبلاً در دوره اسلامی کشف شده بود.

گاهی می‌پرسند که آیا نمونه‌های دیگری از این نوع وجود دارد، و آیا بسیاری از یافته‌های علمی اروپاییان در قرن هفدهم به ویژه در زمینه ریاضیات، قبلاً در دوره اسلامی کشف شده بود. پاسخگویی به این سؤال دشوار است. از یک سو، می‌توان برخی نمونه‌های شبیه قانون شکست را ذکر کرد و بسیاری از آثار دوره اسلامی هنوز مطالعه نشده‌اند که شاید حاوی نمونه‌های بیشتری از این دست باشند. از سوی دیگر نباید بیش از حد در صدد یافتن تشابهات با علوم اروپایی باشیم.

در سالهای اخیر، برخی تاریخنگاران گفته‌اند که مثلاً شرف‌الدین طوسی طرز یافتن مشتق تابع را می‌دانست. یا اینکه برخی ریاضیدانان دوره اسلامی حساب (انتگرال) بینهایت کوچکها بلد بودند، یا اینکه سجزی هندسه چهاربعدی می‌دانست، و مانند اینها. اما به این ترتیب آثار دانشمندان دوره اسلامی تحریف می‌شود. اغلب ریاضیدانان دوره اسلامی همانند اسلاف خود در یونان باستان به‌دقت از بینهایت کوچکها پرهیز می‌کردند. با خواندن آثار خود شرف‌الدین طوسی و سجزی، به مشتق تابع یا هندسه چهاربعدی بر نمی‌خوریم. شاید برخی تاریخنگاران معاصر به طور ناخودآگاه چنین فرض می‌کنند که علوم جدید اروپایی به تعبیری «بهترین» علوم است، بنابراین می‌خواهند هر چه بیشتر در آثار دوره اسلامی علوم اروپایی را بیابند. به نظر من باید از این فرض دوری جست، زیرا ارزش علوم دوره اسلامی وابسته به تشابهات احتمالی آن با علوم اروپای قرن هفدهم نیست.



شکل ۱

$TV$  را رسم می‌کنیم،  $LV$  را بر  $TV$  عمود می‌کنیم و  $LV$  را امتداد می‌دهیم تا  $TA$  را در  $X$  و امتداد  $JT$  را در  $Y$  قطع کند.

طبق دو قضیه شناخته شده دربارهٔ هذلولی (ثابت شده به وسیلهٔ آپولونیوس پرگایی در کتاب مخروطات او که به عربی ترجمه شده و ابوسعده علاء با آن آشنا بود)، داریم  $AT - LT = MB = 2a$  و  $\angle LTV = \angle VTX$ . پس  $LT = TX$ ، بنابراین  $2a = MB = AT - TX = AX$ .

$$TY : TX = AL : AX = 2f : 2a = f : a = GH : GE$$

اگر  $\angle JTV = \angle DGZ$ ، دو شکل  $YTXV$  و  $HGEZ$  متشابه‌اند و بنابراین پرتو  $JT$  به سوی نقطهٔ  $X$  شکسته می‌شود، و در نتیجه از نقطهٔ  $A$  خواهد گذشت.

اما ابوسعده علاء می‌خواهد ثابت کند همهٔ پرتوهای نور به سوی نقطهٔ  $A$  شکسته می‌شوند حتی اگر داشته باشیم  $\angle JTV \neq \angle DGZ$ . او در اثبات خود فرض می‌کند که هر پرتو نور  $JT$  در نقطهٔ  $T$  شکسته می‌شود و به صورت  $TX$  درمی‌آید چنانکه  $TY : TX = GH : GE = f : a$ . این یعنی نسبت  $TY : TX$  ثابت است و به زاویهٔ  $JTV$  بستگی ندارد. همچنین می‌توان گفت که نسبت  $GH : GE$  ثابت است و به  $\angle DGZ$  بستگی ندارد. پس نسبت بین سینوس زاویهٔ شکست و سینوس زاویهٔ تابش ثابت فرض شده است. این همان قانون شکست اسنل است. پس اگر عدسی هذلولی‌گونی چنان باشد که خروج از مرکز آن با ضریب شکست

به سوی یکی از کانونهای هذلولی می‌شکنند، و در اثبات خود به طور ضمنی قانون شکست نور را که به نام ویلیبرورد اسنل (۱۶۲۶-۱۵۹۱) دانشمند هلندی، «قانون اسنل» خوانده می‌شود به کار برده است. جزئیات اثبات ابوسعده علاء طبق شکل ۱ به قرار زیر است.

در شکل ۱، ابوسعده علاء پرتو نور  $DG$  را که در نقطهٔ  $G$  از بلوری خارج می‌شود و در مرز  $WGS$  سطح شکسته می‌شود، در نظر می‌گیرد. سپس از نقطهٔ  $E$  روی پرتو شکسته شدهٔ  $GE$  عمود  $EZ$  را بر  $WGZ$  (که خط راستی فرض می‌شود) رسم می‌کند و  $ZE$  را امتداد می‌دهد تا امتداد  $DG$  را در نقطهٔ  $H$  قطع کند.

وی سپس یک هذلولی با محور قاطع  $MB$  و کانونهای  $A$  و  $L$  رسم می‌کند چنانکه  $AL : BM = GH : GE$ . اگر مرکز هذلولی را  $C$  بنامیم و بگیریم  $a = |CM| = |CB|$ ،  $f = |CA| = |CL|$ ، خروج از مرکز هذلولی برابر است با  $f : a = GH : GE = \frac{GZ}{GE} : \frac{GZ}{GH}$ ، یعنی نسبت بین سینوسهای زاویهٔ شکست و زاویهٔ تابش (که نسبت به قائم در  $G$  سنجیده می‌شود). ابوسعده علاء شاخه‌ای از هذلولی به محور  $BL$  را در نظر می‌گیرد و به وسیلهٔ عمود  $SO$  قطعه‌ای از هذلولی جدا می‌کند و این قطعه را حول محور می‌چرخاند. بدین ترتیب یک عدسی هذلولی‌گون به دست می‌آورد و فرض می‌کند که این عدسی از جنس بلور باشد. فرض کنید پرتو خورشید  $JT$  (که می‌توانیم آن را در صفحهٔ کاغذ فرض کنیم) به موازات محور در نقطهٔ  $T$  به سطح خمیدهٔ عدسی می‌رسد. پاره‌خطهای  $TA$  و  $TL$  و مماس

متن توافق داشت به محلی با عرض جغرافیایی ۴۲ درجه و ۳۰ دقیقه مربوط می‌شد. اما این توافق نزدیک نبود و عرض جغرافیایی مذکور از لحاظ تاریخی پذیرفتنی نیست زیرا، در غرب عالم اسلام، چه در زمان خوارزمی و چه در عهد مجریبی هیچ مرکز علمی در این عرض شمالی وجود نداشت.

پس از رواج کامپیوترهای شخصی، انجام محاسبات زیاد روی اعداد جدول به سادگی ممکن شد، و بدین ترتیب اصلاح مختصری امکان پذیر گردید. بر اساس فرض بسیار رایجی که درست نیست ولی با بسیاری از نظریه‌های تاریخی در باره رؤیت ماه تطبیق می‌کند (یعنی اینکه رؤیت ماه را بر اساس عرض جغرافیایی، انخفاض خورشید در لحظه غروب ماه و سمت خورشید در لحظه غروب ماه می‌توان پیش‌بینی کرد)، این امکان پدید آمد که روشی برای بازسازی کامل نظریه رؤیت ماه بر اساس اعداد مندرج در جدول ایجاد شود. معلوم شد که نیمه اول جدول (که در بالا آورده شده است) با دقت زیاد طبق معیار هندی برای عرض جغرافیایی ۳۵' ۴۱° محاسبه شده است. در قرن پنجم هجری، یک مرکز علمی در غرب جهان اسلام در این عرض بالای شمالی وجود داشت، یعنی ساراگوسا (سَرَقُسطَه) که در شمال اسپانیا واقع است. پس جدول رؤیت ماه را مجریبی که در کوردوبا (قُرطبه) کار می‌کرد محاسبه نکرده است.

برای این نوع پژوهش، باید کامپیوتر شخصی و فهرستی از عرضهای جغرافیایی آبادیهای جهان اسلام در سده‌های میانه در اختیار داشت. البته، فهرستی امروزی از عرضها هم مفید خواهد بود، اما فهرست مرتب‌شده‌ای از عرضهای جغرافیایی ذکر شده در آثار همان دوره اسلامی مفیدتر خواهد بود. پروفیسور ادوارد استوارت کندی و خانم مری هلن کندی در سال ۱۹۸۷ چنین فهرستی منتشر کرده‌اند که در آن عرض ۳۵' ۴۱° برای ساراگوسا آمده است [۸]. این کتاب نشان می‌دهد که کامپیوتر در پژوهشهای تاریخی برای مرتب‌کردن داده‌های پرشمار و تسهیل دسترسی به آنها نیز بسیار سودمند است. دو مثال اخیر نشان می‌دهند که چگونه می‌توان کامپیوتر را برای استخراج انواع تازه اطلاعات از زیجهای دوره اسلامی مبتنی بر روشهای پیچیده ریاضی به کار گرفت. بدین ترتیب، کامپیوتر به کارهای پیشگامانه‌ای که کندی و کینگ روی زیجهای دوره اسلامی انجام داده‌اند [۹] ابعاد تازه‌ای می‌بخشد.

#### ۴. نور شناخت (ابتیک)

اکنون به سراغ کاربردهای هندسه می‌رویم. از هندسه می‌توان در نور شناخت، به ویژه در نظریه آینه‌ها و شکست نور استفاده کرد. به عنوان مثالی از پژوهشهای اخیر، کشف مهمی را در متنی راجع به آینه‌های سوزان با عنوان کتاب الحرقات نوشته ابوسعده علاءین سهل ذکر می‌کنم. این ریاضیدان در قرن چهارم هجری می‌زیست و رساله خود را برای امیر صمصام‌الدوله از آل بویه که بین سالهای ۳۷۲ و ۳۷۶ هجری در بغداد حکومت می‌کرد نوشته است. از خاستگاه ابوسعده علاء چیزی نمی‌دانیم، اما او با چند ریاضیدان ایرانی چون ابوسهل کوهی و احمد بن محمد بن عبدالجلیل سجزی در حوالی سال ۳۶۰ هجری که آنان در شیراز بودند ارتباط داشت. این رساله ابوسعده علاء در باره آینه‌های سوزان را اخیراً رشدی راشد منتشر کرده است [۱۰].

مهمترین بخش این رساله در باره عدسیهای هذلولی‌گون است. ابوسعده علاء ثابت می‌کند که برخی عدسیهای هذلولی‌گون همه پرتوهای خورشید را

جدول هم از همان مقادیر استفاده کرده است. به این ترتیب همه مقادیر مشخصه‌ها تعیین شده است، پس می‌توان جدول را مجدداً محاسبه کرد و حتی شاید بتوان اطلاعات بیشتری در باره روشهای محاسبه کوشیار به دست آورد. در این مثال از کامپیوتر به عنوان ابزاری برای استخراج اطلاعات راجع به مقادیر مشخصه‌ها و کسب تصویری در باره روشهای ریاضی عملی که کوشیار به کار برده، استفاده شده است. هنوز جدولهای بسیاری در منابع هست که باید با کامپیوتر تحلیل شود. با این گونه تحلیلها، اطلاعات موجود در باره محاسبه عملی و مشخصه‌های نجومی بسیار افزایش خواهد یافت.

#### ۳. تحلیل ساختار ریاضی جدولها

جدول کوشیار در بخش قبل شامل اعدادی است که مقادیر تابعی ریاضی از نوع شناخته شده‌اند. برخی کتابچه‌های نجومی شامل جدولهایی است که اعداد مندرج در آنها به بیان امروزی مقادیر تابعی از نوع ناشناخته هستند. در اینجا هدف تاریخنگار یافتن صورت دقیق تابعی است که به کار رفته است. مثالی از این نوع، جدول رؤیت ماه در زیج خوارزمی (حدود ۲۰۰ هجری) است. متن عربی این اثر گم شده است ولی مسلمة بن احمد مجریبی منجم اسپانیایی (در گذشته ۴۶۲ هجری) تحریری از آن فراهم کرد و ترجمه لاتینی این تحریر که در سده‌های میانه فراهم شده موجود است. نیمه اول جدول رؤیت ماه در این اثر به صورت زیر است [۷]:

برج حمل	ثور	جوزا	سرطان	اسد	سنبله
۱۰	۹۰۲۶'	۹۰۱۹'	۹۰۳۳'	۱۱۰۲۹'	۱۵۰۵۸'
۲۰	۹۰۲۵'	۹۰۱۸'	۹۰۵۷'	۱۲۰۴۸'	۱۷۰۳۱'
۳۰	۹۰۲۱'	۹۰۲۱'	۱۰۰۳۷'	۱۴۰۱۵'	۱۹۰۱۱'

شیوه استفاده از جدول چنین است. به فرض، می‌خواهیم بدانیم که آیا هلال ماه در شامگاه مفروضی، یک یا دو روز بعد از مقارنه خورشید و ماه رؤیت می‌شود یا نه. مقدار مربوط به طول خورشید را در جدول پیدا می‌کنیم. مثلاً اگر تاریخ ۱۰ روز پس از نوروز باشد، طول خورشید (تقریباً) ۱۰ درجه است؛ پس در جدول عدد ۹۰۲۶' را می‌یابیم. این یعنی اگر در لحظه غروب خورشید، تفاضل طولهای ماه و خورشید بیش از ۹۰۲۶' (و عرض ماه مساوی صفر) باشد، رؤیت ماه ممکن است؛ اگر تفاضل مذکور از این عدد کمتر باشد، ماه رؤیت نخواهد شد.

چگونگی محاسبه این جدول در متن بیان نشده است. در دوره اسلامی، نظریه‌های گوناگونی برای تعیین شرایط رؤیت ماه وجود داشت، بنابراین دقیقاً مشخص نیست کدام تابع در اینجا محاسبه شده است. پس از اختیار کردن یک نظریه، محاسبات به عرض جغرافیایی محل نیز بستگی دارد. کندی و جانجانیان بر اساس محاسبه کامپیوتری در سال ۱۹۶۵ به این نتیجه رسیده‌اند که جدول مذکور بر اساس معیاری برای رؤیت ماه که پیش از ظهور اسلام در هند ابداع شده محاسبه شده است. بر طبق این معیار، ماه را در صورتی می‌توان دید که زمان غروب ماه بیش از ۴۸ دقیقه پس از زمان غروب خورشید باشد. سپس کندی و گرگوریان عددهای جدول را برای عرضهای جغرافیایی مختلف محاسبه کردند و بین نتایج به دست آمده آنچه بیش از همه با اعداد

جدول ۱ جدول کوشیار برای تعدیل زمان [۶]

تعدیل زمان	طول میانگین خورشید	تعدیل زمان	طول میانگین خورشید
۰; ۲۴, ۸	۱۸۰	۰; ۹, ۴۸	۰
۰; ۲۶, ۴	۱۸۶	۰; ۱۱, ۵۲	۶
۰; ۲۷, ۴۴	۱۹۲	۰; ۱۳, ۵۲	۱۲
۰; ۲۹, ۱۶۰	۱۹۸	۰; ۱۵, ۵۲	۱۸
۰; ۳۰, ۲۴	۲۰۴	۰; ۱۷, ۴۰	۲۴
۰; ۳۱, ۱۲	۲۱۰	۰; ۱۹, ۸	۳۰
۰; ۳۱, ۳۲	۲۱۶	۰; ۲۰, ۱۶	۳۶
۰; ۳۱, ۲۴	۲۲۲	۰; ۲۱, ۱۲	۴۲
۰; ۳۰, ۴۸	۲۲۸	۰; ۲۱, ۴۸	۴۸
۰; ۲۹, ۴۰	۲۳۴	۰; ۲۱, ۵۶	۵۴
۰; ۲۷, ۵۶	۲۴۰	۰; ۲۱, ۴۴	۶۰
۰; ۲۵, ۴۸	۲۴۶	۰; ۲۱, ۸	۶۶
۰; ۲۳, ۱۶	۲۵۲	۰; ۲۰, ۲۰	۷۲
۰; ۲۰, ۳۲	۲۵۸	۰; ۱۹, ۱۶	۷۸
۰; ۱۷, ۲۴	۲۶۴	۰; ۱۷, ۵۶	۸۴
۰; ۱۴, ۲۰	۲۷۰	۰; ۱۶, ۴۴	۹۰
۰; ۱۱, ۱۲	۲۷۶	۰; ۱۵, ۲۴	۹۶
۰; ۸, ۲۰	۲۸۲	۰; ۱۴, ۸	۱۰۲
۰; ۵, ۴۸	۲۸۸	۰; ۱۳, ۱۶	۱۰۸
۰; ۳, ۴۰	۲۹۴	۰; ۱۲, ۲۸	۱۱۴
۰; ۱, ۵۶	۳۰۰	۰; ۱۲, ۰	۱۲۰
۰; ۰, ۴۴	۳۰۶	۰; ۱۱, ۵۶	۱۲۶
۰; ۰, ۸	۳۱۲	۰; ۱۲, ۱۲	۱۳۲
۰; ۰, ۰	۳۱۸	۰; ۱۲, ۵۲	۱۳۸
۰; ۰, ۲۰	۳۲۴	۰; ۱۳, ۵۲	۱۴۴
۰; ۱, ۸	۳۳۰	۰; ۱۵, ۸	۱۵۰
۰; ۲, ۲۴	۳۳۶	۰; ۱۶, ۳۶	۱۵۶
۰; ۳, ۵۲	۳۴۲	۰; ۱۸, ۲۴	۱۶۲
۰; ۵, ۴۰	۳۴۸	۰; ۲۲, ۱۲	۱۶۸
۰; ۷, ۴۰	۳۵۴	۰; ۲۲, ۱۲	۱۷۴

مشخصه‌ها در فاصله‌های اطمینان ۹۵٪ زیر واقع‌اند:

$$\epsilon \quad (23^{\circ} 33' 4'', 23^{\circ} 35' 0'')$$

$$e \quad (2^{\circ} 4' 27'', 2^{\circ} 4' 55'')$$

$$\lambda_A \quad (84^{\circ} 1' 48'', 84^{\circ} 14' 26'')$$

$$c \quad (4^{\circ} 3' 44'', 4^{\circ} 4' 2'')$$

$$\Delta \quad (1^{\circ} 57' 37'', 2^{\circ} 2' 27'')$$

در این مورد، معلوم شده است که جدول زیج جامع مؤثق است، زیرا کوشیار می‌گوید که مقادیر مشخصه‌های  $\Delta = 2^{\circ}$ ،  $c = 4^{\circ} 4'$  و  $\lambda_A = 84^{\circ}$  را به کار برده است. کوشیار در جای دیگری مقادیر  $23^{\circ} 35'$  و  $\epsilon = 23^{\circ} 35'$  را به کار برده است. پس می‌توان فرض کرد که در این

فصلها اندکی تغییر می‌کند. به عبارت دیگر نمی‌توان ساعت را چنان تنظیم کرد که در همه روزهای سال در ساعت ۱۲ خورشید دقیقاً در جنوب باشد. علت این تغییرات آن است که خورشید روی دایره البروج (نه استوای آسمانی) با سرعت نایکناخت حرکت می‌کند.

منجمان دوره اسلامی می‌توانستند اثر انباشتی این تغییرات را محاسبه کنند. این کمیت «تعدیل زمان» خوانده می‌شود. اگر تعدیل زمان را از زمان خورشیدی حقیقی بکاهیم، زمان خورشیدی متوسط به دست می‌آید که در محاسبات نجومی به کار می‌رود.

جدول تعدیل زمان کوشیار را در جدول ۱ آورده‌ایم. در این جدول ابتدا طول میانگین خورشید را، با اندکی جابه‌جایی که اکنون به آن نمی‌پردازیم، در نظر می‌گیریم (که با دانستن تاریخ در تقویم شمسی محاسبه می‌شود). مقادیر تعدیل زمان برحسب دقیقه و ثانیه در جدول داده شده است. مثلاً در ماه اسفند، طول میانگین خورشید بین  $33^{\circ}$  و  $36^{\circ}$  درجه است، پس تعدیل زمان بین ۱ دقیقه و ۱۰ دقیقه تغییر می‌کند.

کوشیار مقادیر تعدیل زمان ( $E$ ) را از تابع زیر محاسبه کرده است:

$$E(\bar{\lambda}) = \frac{1}{15}(\bar{\lambda} + \Delta - \alpha(\bar{\lambda} + \Delta) - \bar{q}(\bar{\lambda} + \Delta)) + c$$

که در آن

$$\alpha(x) = \arctan(\cos \epsilon \cdot \tan x)$$

$$\bar{q}(x) = \arctan\left(\frac{e \sin(x - \lambda_A)}{60 + e \cos(x - \lambda_A)}\right)$$

در اینجا  $\bar{\lambda}$  متغیر مستقل جدول (طول میانگین جابه‌جا شده خورشید)،  $\epsilon$  میل دایره البروج،  $e$  خروج از مرکز مدار خورشید،  $\lambda_A$  اوج خورشید،  $c$  کمیتی به نام ثابت مبدأ، و  $\Delta$  کمیتی موسوم به جابه‌جایی است. جزئیات این مفهومی مهم نیست؛ مهم این است که جدولی در یک نسخه خطی دوره اسلامی داریم که بر اساس یک تابع ریاضی شناخته شده و مقادیر مشخصه‌های  $\epsilon$ ،  $\lambda_A$ ،  $e$ ،  $c$  و  $\Delta$  محاسبه شده است که برای منجمان آن دوره شناخته شده بود ولی اغلب ما از آن بی‌اطلاعیم.

در این مورد کوشیار مقادیر برخی از مشخصه‌هایی را که به کار برده، ذکر کرده است، اما در اغلب موارد این اطلاع در متنها داده نمی‌شود. حتی در این مورد، ممکن است بخواهیم امتحان کنیم که آیا این مشخصه‌ها واقعاً در محاسبه جدول به کار رفته‌اند یا نه. زیرا این موضوع، دلیل اصالت جدول است. بنابراین برای بازیافتن مقادیر مشخصه‌های به کار رفته در جدول باید از برآوردهای آماری استفاده کرد. علت استفاده از آمار آن است که در این محاسبات خطاهای تصادفی ناشی از گردکردن وارد می‌شود.

آقای وان‌دالان این برآوردها را یافته و نشان داده است که مقادیر

# پژوهشهای اخیر پیرامون تاریخ ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی

## قرنهای دوم تا نهم هجری\*

یان پ. هوخندایک  
ترجمه محمد باقری

شده است. به عنوان مثال التذکره فی علم الهیة اثر خواجه نصیرالدین طوسی (همراه با ترجمه انگلیسی و شرح عالی) به کوشش جمیل رجب در سال ۱۹۹۳ منتشر شده است [۳]. در زمینه ریاضیات و نجوم در اسپانیای اسلامی هم کارهای زیادی انجام شده است [۴].

در پژوهشهای اخیر همچنین توجه زیادی به تاریخ ریاضیات عملی و نجوم عملی، تأثیر متقابل نظریه و عمل و زمینه تاریخی علم مشاهده می شود. اکنون چند نمونه بارز از این مقوله را ذکر می کنم که نشان دهنده امکانات آتی این نوع پژوهش است.

### ۲. جدولهای نجومی: برآورد مقادیر مشخصه‌ها

ریاضیدانان و منجمان دوره اسلامی بیش از صد زیج از خود بر جا گذاشته اند که هر کدام معمولاً حاوی بیش از ۱۰۰ جدول عددی مورد استفاده در محاسبات نجومی است. با استفاده از کامپیوتر می توان معلوم کرد که این جدولها به چه روشی و بر مبنای چه مفادیری برای مشخصه های نجومی محاسبه شده اند. این بررسی کامپیوتری را دو پژوهشگر جوان، بنو وان دالن از فرانکفورت (آلمان) و گلن وان بروملن از ادمنتون (کانادا) در باره متنهاى نجومی مختلفی از دوره اسلامی انجام داده اند. در این گفتار برخی از کارهای بنو وان دالن را در باره زیج جامع کوشیار بن لبان گیلانی (حدود ۳۹۰ هجری) ذکر می کنم. [۵].

کار آقای وان دالن مربوط است به جدول کوشیار برای تعدیل زمان. بنابراین ابتدا تعریفی غیرفنی از این مفهوم عرضه می کنم. در طول روز، زمان را می توان بر اساس موضع خورشید در آسمان سنجید، و به این ترتیب زمان خورشیدی حقیقی را به دست آورد. فاصله زمانی بین دو عبور نصف النهاری متوالی خورشید تقریباً ۲۴ ساعت است، اما مقدار دقیق این فاصله در طول

### ۱. مقدمه

تاریخ ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی اکنون در بسیاری از کشورهای جهان در دست پژوهش است. این موضوع بسیار گسترده است و کتابها و مقاله های مربوط به آن به زبانهای مختلف منتشر می شود؛ بنابراین ترسیم چشم انداز کلی آن کار آسانی نیست. بخش عمده سخنرانی من عبارت خواهد بود از بیان برداشت شخصی خودم از برخی جهات تازه پژوهش که طی ده ساله اخیر مهم بوده اند و می توانند تصویر کلی تکوین علوم دوره اسلامی را تا حدی دگرگون کنند. همچنین موارد مشخصی را ذکر خواهم کرد؛ بنابراین بخش عظیمی از پژوهشهای اخیر به علت محدودیت وقت در این سخنرانی ناگفته خواهد ماند. عذر مرا برای این ناگفته ها که متضمن هیچ داوری ارزشی نیست بپذیرید. در اینجا تنها می توانم درباره چند مثال بحث کنم و بناگزی از ذکر بسیاری پژوهشهای فوق العاده ارزشمند اخیر چشم پوشی خواهم کرد [۱]. تا چندی پیش، در پژوهش تاریخ ریاضیات و نجوم دوره اسلامی، بیشتر توجه معطوف بود به تاریخ حساب و متنهاى نظری در باره جبر، هندسه محض، مثلثات محض و نجوم که عمدتاً شامل نظریه حرکت خورشید، ماه و سیارات بود. البته پژوهش در این زمینه ها همچنان ادامه دارد و طی سالهای اخیر کشفیات مهمی در آنها صورت گرفته است. یک نمونه جالب، کشف نسخه کامل ترجمه لاتینی کتاب حساب محمد بن موسی خوارزمی به وسیله پروفیسور منسو فولکرتس از مونیخ (آلمان) است [۲]. کتاب حساب خوارزمی در کل تاریخ ریاضیات اهمیت ویژه ای دارد. نقش تاریخی این متن چنان است که هنوز هر روش محاسبه ای را الگوریتم [مشتق از نام الخوارزمی] می نامیم. پیش از این، تنها نسخه ناقصی از ترجمه لاتینی این متن اساسی خوارزمی موجود بود و متن اصلی عربی آن هیچگاه یافته نشده است. در سالهای اخیر، برخی متنهاى مهم عربی نیز برای نخستین بار منتشر