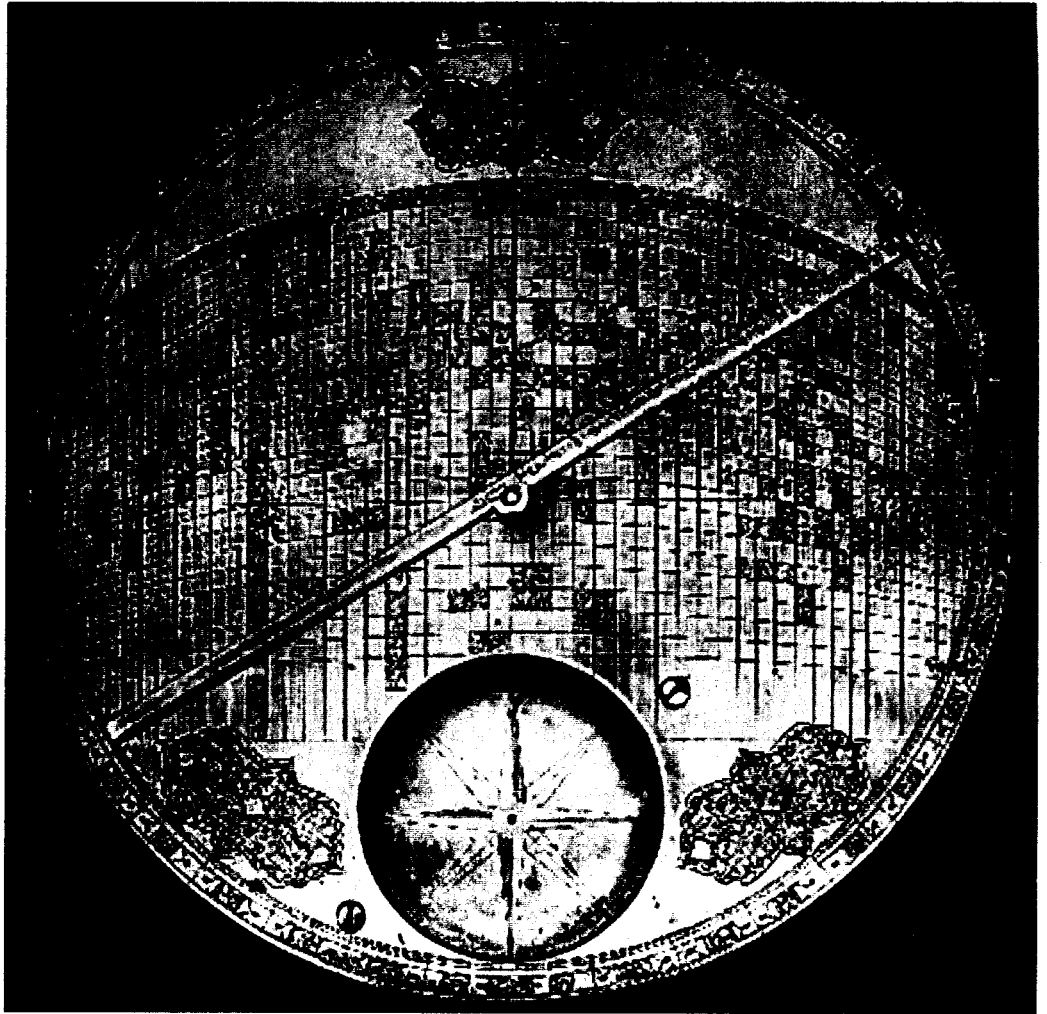


خانه ریاضیات اصفهان

اسرار قبله نماهای اصفهان



در این صحرا که در معنی زمین و آسمانستی سوی قطب جنوبی رو کند چون مرغ نیلی پر
اگر ستاره را بر عرض و طول شهر بگذاری شوی از قبله و بعد بلد از قبله مستحضر

Dr. Jan P.Hogendijk

دکتر یان پ. هونخندایک
دانشگاه اوترخت (هلند)
ترجمه صمد فرخ نهاد

فروردین ۱۳۸۳

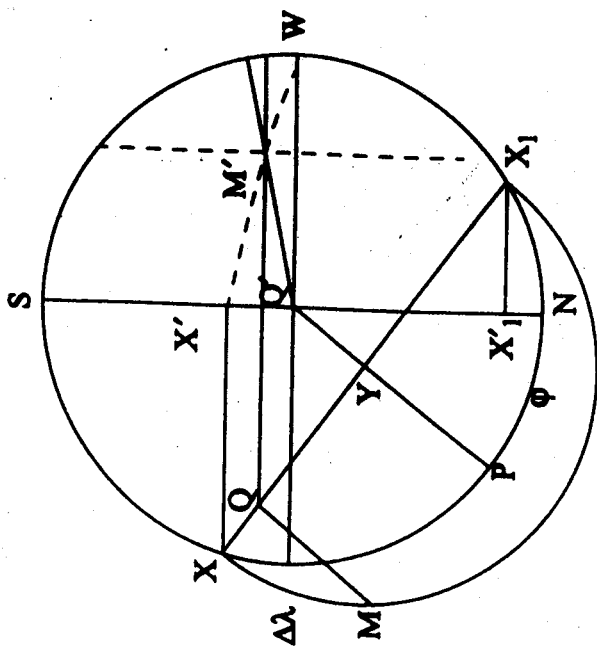


fig. 8

fig. 7

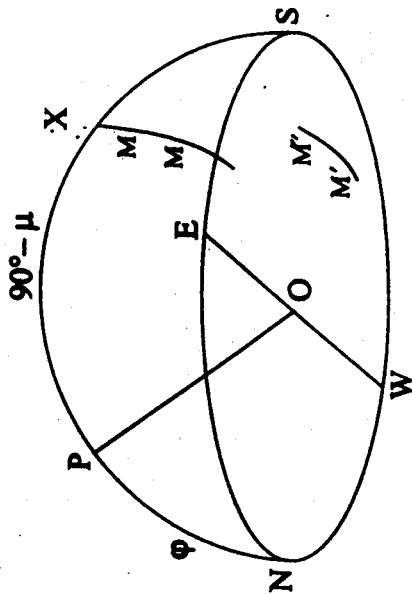


fig. 9

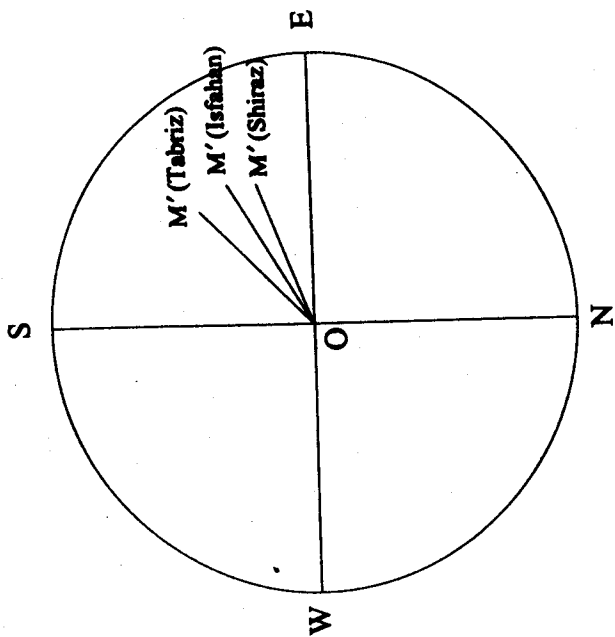


fig. 7

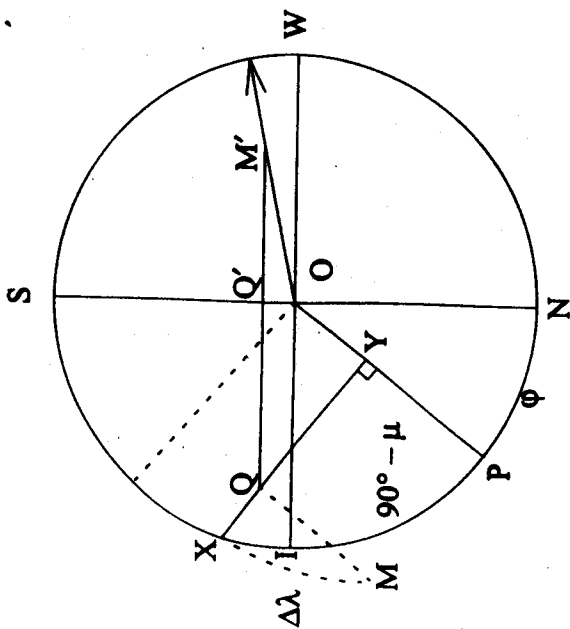


fig. 8

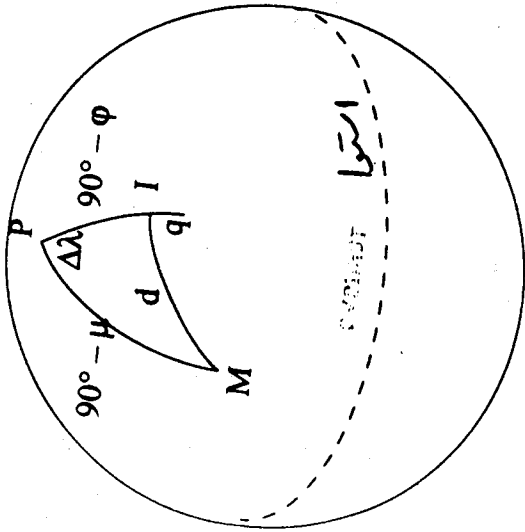


Fig. 3

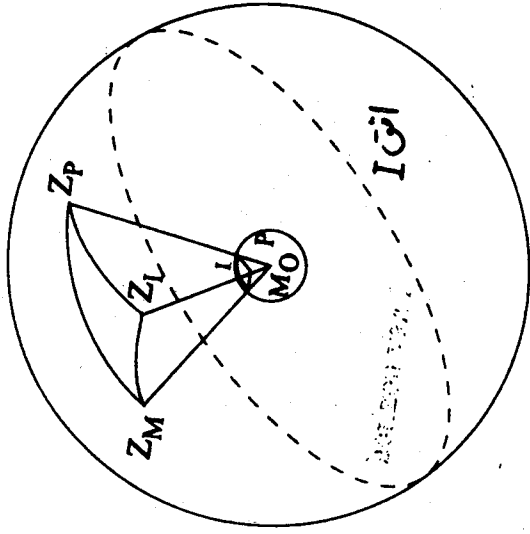


Fig. 4

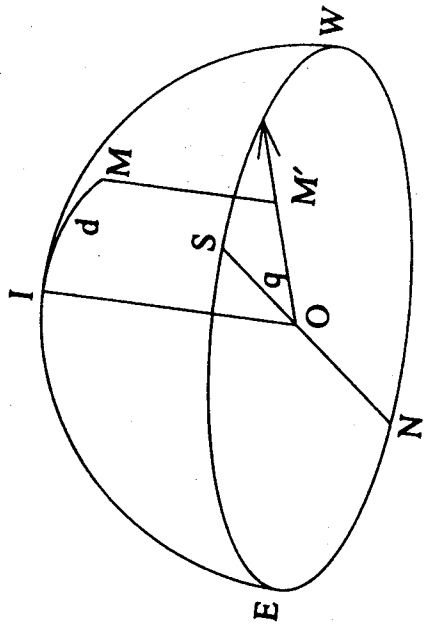


Fig. 5

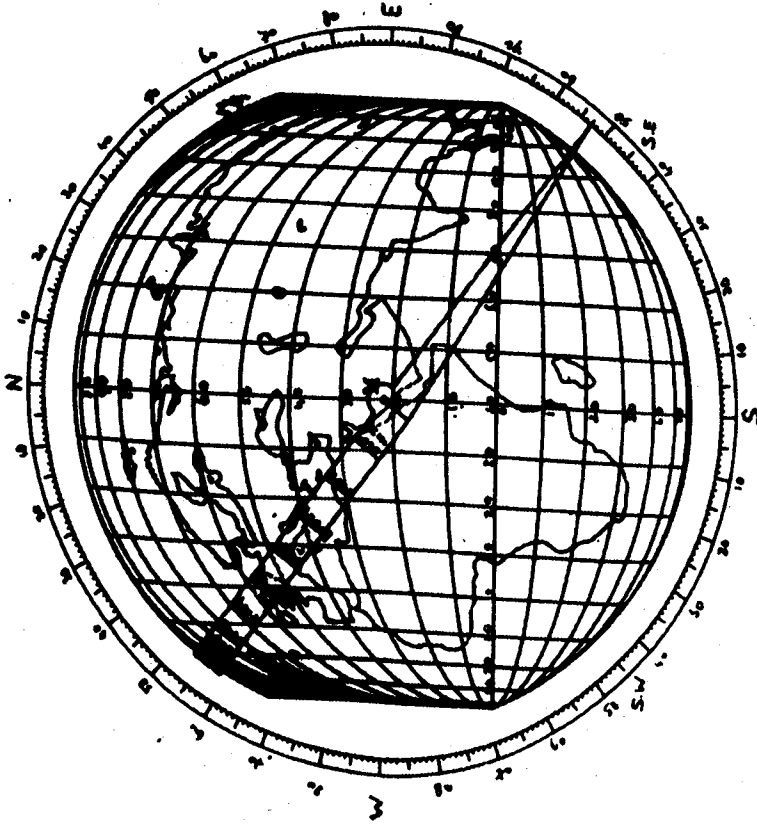


fig. 1

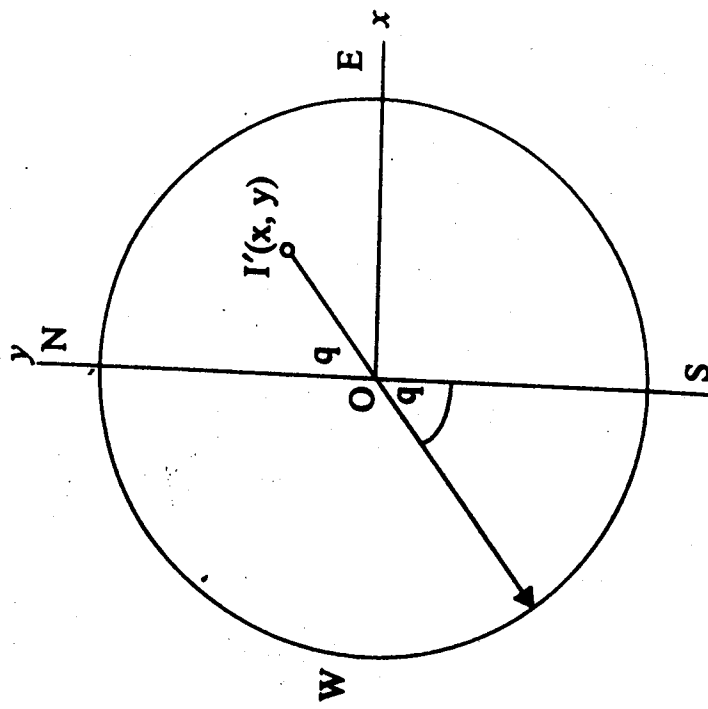


fig. 2

پاریس محبت کرد و میکروفیشی از آن را به من امانت داد. دستنوشته دومی، تنها از قسمت پنجم، در آکسفورد، کتابخانه بادلیان (هانت. ۲۳۷) موجود است. قسمت پنجم مبتنی است بر متن تجدیدنظر شده مخروطات آپولونیوس توسط ابوجعفر خازن (حدود ۹۵۰ میلادی).

[۱۲] نگاه کنید به ویرایش انجام یافته در نسخه رونویس در: ف. سزگین (ویراستار). دستنوشته رساله‌های عربی در ریاضی و نجوم، فرانکفورت: IGAIW، ۲۰۰۱، سری C جلد ۶۶. مهمترین تکه‌ها در صفحات ۳۱، ۳۲ و صفحه ۳۸ سطور ۶ تا ۸ آمده‌اند.

[۱۳] برای روش حبش نگاه کنید به کینگ صفحه ۶۳ (رابطه ریاضی قبله‌نما در آنجا تشریح نشده است) و ا.س. کندی و یوسف عید (۱۹۷۴). نامه‌ای از بیرونی: روش ترسیمی حبش حاسب برای قبله، هیستوریا ماتماتیکا، دوره ۱، ۳-۱۱. رابطه بین ترسیمهای بیرونی و حبش در ج.ل. برگرن (۱۹۸۰) بیان شده است. مقایسه‌ای بین ۴ نسخه برای تعیین جهت قبله. مجله تاریخ علوم عربی، ۴، ۶۹-۸۰.

[۱۴] ترجمه فارسی مقاله من «کارگاهی آموزشی درباره کاشیکاری ایرانی» از مجله نوین ریاضی ۱۶(۲)، ۱۹۹۶، ۳۸-۴۲، در مجله فرنود متعلق به انجمن معلمان ریاضی اصفهان (مرداد ۱۳۷۷) به چاپ رسیده است.

ترجمه از هلندی: صمد فرخ‌نهاد

samad.farrokhsersht@inter.nl.net

از هم دیده می‌شوند، زیرا نصف‌النهار 77° یا 67° کمی چپ‌تر از خط شمال - جنوب قرار دارد.

[۸] روشن است که تبدیل $(x, y) \rightarrow (\Delta \lambda, \varphi)$ چند خاصیت عجیب دارد. این تبدیل در دو قطب

شمال و جنوب ناکاراست و نقطه $(\varphi - 180^\circ, \Delta \lambda - 180^\circ)$ همان تصویری را دارد که نقطه $(\varphi, \Delta \lambda)$. از این

رو من یک شکل جداگانه برای نیمکره حول اقیانوس آرام کشیده‌ام، تا برای نقاط بیشتری یک تصویر

انحصاری حاصل شود. البته روشن است که نقاطی که در آنها تبدیل بالا نتیجه خطا می‌دهد، خارج از

جهان اسلام در سده‌های میانه قرار می‌گرفته‌اند!

[۹] نگاه کنید به بیرونی، تعیین مختصات اماکن برای تصحیح فواصل بین شهرها، (کتاب تحدید

نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن)، ترجمه جمیل علی، بیروت: دانشگاه آمریکایی بیروت،

۱۹۶۷، ۲۵۲-۲۵۳، و ا.اس. کندی، تفسیری بر کتاب تحدید نهایات الاماکن بیرونی، یک رساله قرن

یازدهمی درباره جغرافیای ریاضی، بیروت: دانشگاه آمریکایی بیروت، ۱۹۷۳، ۲۰۹-۲۱۱.

برای اطلاع درباره بیرونی نگاه کنید به مقاله ا.س. کندی در س.گ. گیلیسپی (ویراستار). فرهنگ

زندگینامه علمی، جلد ۲. (نیویورک ۱۹۷۰)، ۱۴۸-۱۵۸. [ترجمه فارسی از حسین معصومی همدانی در

زندگینامه علمی دانشوران، زیر نظر احمد بیرشک، تهران، جلد سوم ۱۳۷۵، ۲۷۹-۲۸۹]

[۱۰] برای تسطیح (تصویر گنجگاشتی) و اسطرلاب نگاه کنید به ی.پ. هوخندایک (۱۹۹۸).

ریاضیات مرموز. مجله نوین ریاضی، ۷(۳)، ۳۵-۴۴.

[۱۱] الجزایر ۱۴۴۶ تنها دستنوشته شناخته شده از کل مجموعه پنج قسمتی است. دکتر جبار در

یادداشت‌ها

[۱] هوخندایک، ی. پ. (۱۹۹۳). روشهای اسلامی در سده‌های میانه برای تعیین قبله، نشریه نوین

ریاضی، ۱۲(۴)، ۴۵-۵۲.

[۲] برگرفته از دانا مکنزی (۲۰۰۱). سینوسی در راه مکه. امریکن ساینتیست، ۸۹(۳).

<http://www.americanscientist.org/Issues/Sociobs01/sociobs0105mecca.html>

[۳] کینگ، دیوید آ. (۱۹۹۹). نقشه‌های دنیا برای تعیین قبله و فاصله تا مکه. لیدن: بریل.

[۴] دکر، الی (۲۰۰۰). شبکه‌های کارتوگرافی از ایران: گونه‌مقدم تصویر ارتوگرافیک رترو - آزمون‌تال؟

مجله کارتوگرافی، ۳۷، ۱۰۹-۱۱۶.

[۵] برای نمونه نگاه کنید به م. کلاین (۱۹۷۲). اندیشه ریاضی از دوران باستان تا امروز. ۱۹۵-۱۹۷؛

و. ر. نور (۱۹۸۹). مطالعات در متنها هندسه دوران باستان و میانه. بوستون. بیرکهاوزر، ۲۳۸-۲۳۹.

[۶] گفته از ا. گ. کولبرهیر، نقل از صفحه ۲۷ کتاب کینگ د. آ. (۲۰۰۱). ارقام راهبان: یک عددنویسی

فراموش شده سده‌های میانه. اشتوتگارت: اشتاینر.

[۷] نگاه کنید به کینگ. صفحه ۵۷۷. عرض جغرافیایی همان بوده است که ما می‌شناسیم. برای طول

جغرافیایی ۱۸۰ و شیبه وجود داشته است. در یک شیبه ۱۸۰ از مبداء جزایر قناری اندازه‌گیری می‌شد و در ستم

شیبه دوم از مبداء ساحل غربی آفریقا. طول مکه در شیبه اول ۱۰ و ۷۷ بود و در شیبه دوم ۱۰ و ۶۷.

فرقی نمی‌کند کدام یک از این دو در قبله‌نما به کار بسته شده باشد. درعکس فاصله‌هایی به طول ده دقیقه

می‌شناخته است، قابل توجه است که خازمی در اصفهان، که هر سه قبله‌نمای کشف شده در آنجا ساخته شده‌اند، کار می‌کرده است. اثبات او، برای این که تصویر قائم دایره مدار آسمانی یک بیضی است، ناقص و مبهم است. پس، به نظر من او هم نمی‌تواند مخترع قبله‌نما بوده باشد. بر پایه همه آنچه گذشت، حدس من این است که قبله‌نما در فاصله ۱۰۲۰ تا ۱۰۶۰ میلادی ابداع شده است. یک قرینه دیگر برای این حدس همانا دانش جهان اسلام در زمان مذکور، از مخروطات است. این دانش در نیمه اول قرن یازدهم میلادی وسیع بود، اما پس از آن سخت افول کرد. اختراع قبله‌نما می‌تواند کار ابن هیثم (حدود ۹۶۵ تا ۱۰۴۵ میلادی) نیز بوده باشد. او در مصر می‌زیست، به مخروطات علاقه بسیار داشت و بیرونی، پس از مهاجرت اجباری‌اش از خوارزم، دیگر تماسی با او نداشت.

از این قرار باید در نوشتارهای قرن یازدهم میلادی به جستجو پردازیم، اما متأسفانه بخش اعظم این نوشتارها از بین رفته است و احتمال این که شرح متأخری درباره قبله‌نما پیدا کنیم بیشتر است. این نیز ممکن است که قبله‌نما در فرهنگ اسلامی اختراع شده باشد، اما هرگز موفق به اثبات این ادعا نشویم. در این صورت بیرونی و ابن هیثم اگر زنده بودند، می‌گفتند: «والله اعلم».

در حال حاضر در اصفهان یک «خانه ریاضیات» تأسیس شده است (www.mathhouse.org) و علاقه ایرانیان به قبله‌نما بسیار زیاد است. امیدوارم که سنت قدیمی عرضه قبله‌نما در بازار اصفهان، احیاء شود و

امیدوارم نوشته حاضر بتواند در تحقق این امر سهمی ادا کند.^(۱۴)

(ازبکستان) فراهم آمده، اخذ شده‌اند. از این تنها این نتیجه را می‌توان گرفت که داده‌های مذکور در اصفهان قرن هفدهم میلادی در دسترس بوده‌اند.

حال فرض کنید که قبله‌نما در حوزه فرهنگی اسلامی ابداع شده باشد. آنگاه می‌توان حدسهایی را درباره مکان و زمان احتمالی زندگی و فعالیت ابداع‌کننده آن مطرح کرد. کینگ بر پایه استدلالی کلی حبش حاسب، ریاضیدان قرن نهم میلادی در بغداد، را پیشنهاد می‌کند. حبش هم مبدع روشی برای یافتن M در شکل ۶^(۱۳) است: روشی که به مراتب از روش بیرونی پیچیده‌تر است. شبکه خطوط مستقیم و بیضوی قبله‌نما را نمی‌توان به سادگی از روش حبش استخراج کرد. از این‌رو، به نظر من، احتمال تأیید او اندک است و علی‌الاصول بیرونی می‌توانسته است قبله‌نما را ابداع کرده باشد. بیرونی به تصویر قائم دایره‌های کره آسمان بر افق علاقمند بود و حتی نوع جدیدی اسطرلاب، مشتمل بر بیضی و غیره طراحی کرد، که بر تصویر قائم دایره‌های کره آسمان بر افق استوار بود. تردید در این باره البته بجاست زیرا بیرونی در هیچ یک از کتابهای به‌جا مانده‌اش نامی از قبله‌نما نبرده است.

یکی از این کتابها «قانون مسعودی» است. این کتاب مجموعه‌ای فراگیر از علم نجوم و اطلاعات گوناگون درباره قبله است. بیرونی این کتاب را در سال ۱۰۳۰ میلادی برای مسعود، پسر سلطان محمود، که او را از خوارزم ربود، نوشت. قاعدتاً این جای مناسبی بوده است که بیرونی به تشریح قبله‌نما دست زده باشد.

کار خازمی این برداشت را در من ایجاد کرد که او تمام مبانی نظری لازم برای ابداع قبله‌نما را

رساله به جا نمانده است، اما خلاصه‌ای از آن با عناوین تمام فصلها موجود است. مقاله یازدهم رساله مذکور، با عنوان «جهت اماکن، فاصله آنها از یکدیگر، قبله»، فصولی را به «مدخلی بر قضایای مخروطات برای تعیین جهت مکانها»، «یافتن جهت مکانها به کمک مخروطات» و «آشنایی با مخروطات به روشهای عملی» اختصاص داده است. در آن خلاصه به جامانده، متن بعضی از فصلها تماماً نقل شده است. در یکی از این فصلها ثابت شده است که تصویر قائم دایره مدار آسمانی بر افق یک بیضی است (به شکل ۹ نگاه کنید)، و طول دو محور بیضی نیز محاسبه شده است. تمام داده‌های لازم برای ترسیم بیضی‌های روی صفحه قبله‌نما را می‌توان مستقیماً از همین طول دو محور استخراج کرد.

قبله‌نما کی و در کجا اختراع شده است؟

به سؤالی که در ابتدای این مقاله طرح کردم، برمی‌گردیم. روش ترسیمی بیرونی نشان می‌دهد که قبله‌نما می‌تواند در سنت دوره اسلامی ابداع شده باشد. این، البته، به این معنا نیست که باید هم چنین بوده باشد. ارجاع به مخروطات در ارتباط با پیدا کردن قبله را من تنها با این فرض می‌توانم توضیح دهم که قبله‌نما و نظریه مبنای آن در سنت مذکور شناخته شده بوده‌اند. طبعاً خواننده آزاد است که خود توضیح دیگری بیاندیشد. ما تنها زمانی اطمینان خواهیم یافت که تشریح قبله‌نما را در دست‌نوشته‌ای عربی یا فارسی متعلق به دوره اسلامی بیابیم. دیویدکینگ نشان داده است که مختصات جغرافیایی صدواند جایی، که بر صفحه قبله‌نما حک شده‌اند، احتمالاً از فهرستی که در قرن پانزدهم میلادی در آسیای مرکزی

به روشی برای یافتن قبله به کمک مخروطات برخوردده‌ام. ممکن است این ارجاعها معطوف به قبله‌نمای اصفهان باشند:

۱- اولین رد ممکنه را، در بازدیدی از «مؤسسه تاریخ علوم عربی و اسلامی در فرانکفورت»، هنگامی که تصادفاً حلقه میکروفیلمی از یک دستنوشته عربی را زیادی باز کردم، یافتم. صفحه‌ای از میکروفیلم، که قصد مطالعه‌اش را هم نداشتم، صفحه اول فصل پنجم مجموعه‌ای از رساله‌ها بود که به نظر یک مؤلف ناشناس می‌بایست پس از «اصول» اقلیدس و پیش از «مجسطی» بطلمیوس بررسی می‌شد. آن فصل در مورد مخروطات بود و به‌زعم مؤلف ناشناس، «این قسمت به کار پیدا کردن قبله به کمک مخروطات می‌آید». او از چند کاربرد دیگر مثل تثلیث زاویه نیز اسم برده بود؛ اما در همه آن موارد سروکار فقط با سهمی و هذلولی است. در فصل پنجم بود که بیضی معرفی و قضیه ۲۱ «مخروطات»، که پیشتر از آن نام بردیم، ثابت شده بود. پس شاید برای یافتن قبله بوده است که معرفی بیضی لازم شده است. رساله‌های مذکور بدون تاریخ‌اند، اما مؤلف در فصل ۳ از ابن هیثم (حدود ۹۶۵ تا ۱۰۴۱ میلادی) نام می‌برد. پس می‌توان حدس زد که آن رساله‌ها به پس از ۱۱۰۰ میلادی تعلق داشته‌اند.^(۱۱)

۲- ارجاع دوم مربوط می‌شود به رساله حجیم منجم نسبتاً ناشناخته‌ای به نام محمدبن احمد خازمی، که حوالی ۱۰۶۰ میلادی در اصفهان کار می‌کرده است.^(۱۲) متأسفانه خود این

استدلال مشابهی را می‌توانیم برای نصف‌النهارها نیز به کار بندیم: اگر Δl ثابت باشد، M بر دایره‌ای موازی با صفحه NPS و عمود بر افق قرار خواهد گرفت. به این ترتیب می‌توان تمام شبکه روی صفحه قبله‌نما را به عنوان تصویر قائم یک دسته دایره واقع بر کره ترسیم کرد.

از این جا آشکار می‌شود که اجرای تصویر قائم در قبله‌نما، به لحاظ ریاضی، چندان ساده نیست. اگر مخترع قبله‌نما تسطیحی^۱ به که قطب نقطه نظیر سمت الرأس (نقطه‌ای بر کره آسمان درست زیر مرکز O) به کار می‌برد، حاصل کارش قبله‌نمایی می‌شد که بر صفحه آن تنها دوایری حک شده بود. در این حالت مقیاس روی عقربه هم نه دیگر متناسب با $r.\sin d$ ، بلکه متناسب با $r.\tan(d/2)$ بود. روش تسطیح در طراحی اسطرلاب^(۱۰) به کار می‌رفت؛ بنابراین در دوره اسلامی به خوبی شناخته شده بود.

ردگیری در متنهای عربی دوره اسلامی

دیوید کینگ علی‌رغم جستجوی فراوان موفق نشده است شرحی از قبله‌نمای اصفهان را در نوشته‌های عربی و فارسی باز یابد. پس از او نیز هیچ کس دیگری به این امر موفق نشده است. این به خودی خود عجیب نیست؛ زیرا بخش عظیمی از متنهای عربی دوره اسلامی از بین رفته است.

در فصل پیشین دیدیم که قبله‌را، در محلی با طول و عرض جغرافیایی معلوم، می‌توان - چنان‌که بیرونی نشان داده است - با خط کش و پرگار پیدا کرد. تمام روشهای ترسیمی دوره اسلامی که اکنون در نوشتارها یافته شده‌اند، جز قبله‌نما، با خط کش و پرگار پیاده شده‌اند. من در نوشته‌های عربی به دو ارجاع

1. stereographic projection

علامتگذاری‌های شکل ۶ استفاده شده است. اندازه مدار آسمانی XYM ثابت است، زیرا اندازه شعاع آن $(r \cdot \cos \mu)$ تنها به عرض جغرافیایی مکه بستگی دارد. برای تمام مکانهای واقع بر یک نصف‌النهار معین، $\Delta \lambda$ ثابت است اما φ و در نتیجه P (جای نقطه) متغیرند. طول MQ برای همه این نقاط یکی و برابر $r \cdot \cos \mu \cdot \sin \Delta \lambda$ است. بنابراین تصاویر قائم این نقاط، یعنی M های مربوطه، همگی روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند (خط چین شکل ۸).

در صورتی که φ ثابت و $\Delta \lambda$ متغیر باشد، جای P و در نتیجه جای نقاط X و Y نیز ثابت خواهد بود. پس M جایی روی دایره‌ای به شعاع XY قرار خواهد گرفت. به دو طریق می‌توان از این نتیجه گرفت که نقاط M روی یک بیضی ثابت قرار خواهند گرفت:

الف - انتهای دیگر قطر دایره به شعاع XY را X_1 و تصاویر قائم X و X_1 بر روی NS را X_1 و X می‌نامیم. در نیم‌دایره MX_1 داریم: $MQ^2 = QX \cdot QX_1$ و چون

$$QX : Q\bar{X} = QX_1 : Q\bar{X}_1 = 1 : \sin \varphi$$

ثابت است، پس $Q\bar{X} : Q\bar{X}_1 = MQ^2 : QX \cdot QX_1$ نیز ثابت است و بنابراین نقاط M روی یک بیضی قرار می‌گیرند: قضیه ۲۱ کتاب اول «مخروطات» آپولونیوس، کتاب رایج مخروطات، که ترجمه شناخته شده‌ای از آن به عربی هم وجود داشته است.

ب - اگر φ ثابت باشد، جای مدار آسمانی مکه هم ثابت و تصویر قائم آن بر افق یک بیضی است

(شکل ۹).

روش ترسیمی بیرونی و قبله‌نما

اگرچه بیرونی، در متنهای به‌جا مانده از او، هیچ‌جا نامی از قبله‌نما نبرده است، اما روش ترسیمی او ارتباط زیادی با این ابزار دارد. این ارتباط در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. از آنجا که IM یا d بر کره آسمان مبین فاصله بین دو محل بر روی زمین است، برای تصویر قائم M (شکل ۵) رابطه زیر صادق است:

$$OM' = r \cdot \sin d$$

در این فرمول شعاع کره زمین است. بعلاوه $\angle SOM' = q$. حال اگر جای جهات جغرافیایی را عوض کنیم، شرق را با غرب و شمال را با جنوب، آنگاه می‌توانیم OM' را قسمتی از عقربه قبله‌نما تلقی کنیم. در این صورت نقطه M' در شکل ۵ با نقطه A' ، به مختصات (x,y) ، در شکل ۲ یکی خواهد شد.

اگر روش بیرونی را برای نقاط مختلفی روی همان شکل تکرار کنیم آنگاه صفحه قبله‌نما خود به خود ایجاد خواهد شد؛ یعنی حاصل هر بار کاربرد این روش نقطه‌ای نظیر M' است که می‌تواند تصویر یک محل محسوب شود.

در شکل ۷ این کار برای سه شهر مختلف ایران انجام شده است (شکل به مقیاس نیست). می‌توان آن صدواندی نقطه حک شده بر صفحه قبله‌نما را با تکرار صدواند باره روش بیرونی، و هر بار برای مختصات جغرافیایی یک محل، به دست آورد. این البته کار ناشیانه‌ای است و مطلوب‌تر آن است که بتوان هر محل را به کمک شبکه روی صفحه تعیین کرد.

شبکه مذکور را نیز می‌توان به همان روش بیرونی پیدا کرد: در شکل زیر (شکل ۸) از همان

بیرونی خط تقاطع صفحه نصف النهار با دایره اخیر (XY) را به طریق زیر پیدا می‌کند: نقطه X را چنان

انتخاب کنید که $\angle POX = 90^\circ - \mu$ باشد. خط عمود بر OP از نقطه X تقاطع مورد نظر است.

سپس بیرونی قسمتی از مدار آسمانی مکه را چنان تا می‌زند که بر صفحه کاغذ قرار گیرد (برش دایره‌ای

خط چین در شکل ۶). Y مرکز این دایره است. اگر اختلاف طول جغرافیایی $\Delta \lambda$ با مکه صفر درجه باشد،

سمت الرأس مکه روی X قرار می‌گیرد؛ والا مکه همان نقطه M روی دایره خط چین خواهد بود و

$$\angle XYM = \Delta \lambda$$

کار تقریباً آماده است. عمود MQ را از نقطه M بر XY وارد کنید، از Q عمود دیگری بر SN وارد کنید

(QQ) و آن را تا نقطه M امتداد دهید به نحوی که $QM = Q'M$. تصویر قائم M است.

اجرای چنین روشی برای بیرونی و معاصران او کار ساده‌ای بود، زیرا آنها با این قبیل روشها آشنا بودند.

شاید روش زیر ما را در فهم موضوع کمک کند: شکل ۶ را در امتداد کناره‌های بیرونی آن، به شمول قسمت

خط چین، و در امتداد خط MQ، تا نقطه Q قیچی کنید. تکه XMQ را حول XQ ۹۰ درجه تا کنید. سپس

نیمدایره چپ را حول SN ۹۰ درجه تا کنید. در این حالت صفحه SIPN نمایش دهنده نصف النهار است و

می‌بینیم که QQ به حالت عمود قرار گرفته است.

صفحه XMQ جزئی از صفحه مدار آسمانی مکه است، QM موازی با افق و عمود بر SN است.

$QM = Q'M$ ، پس QMMQ یک مستطیل است و M تصویر قائم M است.

بیرونی را ترک می‌گوییم.

مشترک (دایره) را می‌توان با افق قابل رؤیت یکی گرفت، زیرا در این حالت نیز ابعاد زمین ناچیز و قابل چشم پوشی اند. حال چهار جهت جغرافیایی را هم اضافه می‌کنیم (شمال (N) در جهت تصویر قائم Z_p بر افق قرار دارد). شکل ۵.

از این پس علامتگذاری برای سمت الرأس روی کره آسمان را رها می‌کنیم و سمت الرأس‌های اصفهان، مکه و قطب را به ترتیب همان I ، M و P می‌نامیم.

در سطور بعدی خواهیم دید که بیرونی برای یافتن تصویر قائم نقطه M بر روی صفحه افق (M) چگونه عمل می‌کرده است. M که پیدا شود، آنگاه خطی که از O به M وصل شود قبله را به دست می‌دهد.

روش ترسیمی بیرونی برای یافتن M در شکل ۶ داده شده است. ما این روش را برای نقطه‌ای در شرق مکه شرح می‌دهیم. تصویر آینه‌ای این روش ترسیمی برای نقطه‌ای در غرب مکه صادق است. فرض کنید

μ ، φ و $\Delta \lambda$ معلوم باشند. بیرونی نیم دایره صفحه افق را با نقاط شمال (N)، غرب (W)، جنوب (S) و مرکز (O) رسم می‌کند. سپس دایره را تکمیل می‌کند، اما نیمه چپ را برای رسم صفحه نصف النهار، که حول

محور NS 90° درجه دوران کرده است، به کار می‌برد. در این حالت تصویر دوران نصف النهار روی کاغذ قرار می‌گیرد. بر این نیمه، سمت الرأس قطب شمال با زاویه φ بالای افق، و سمت الرأس اصفهان است:

$\angle NOP = \varphi$ و $\angle NOI = 90^\circ$. خط تقاطع استوای آسمان (صفحه استوا بر کره آسمان) با این صفحه خطی است عمود بر OP که از O می‌گذرد (خط چین). سمت الرأس مکه روی دایره‌ای به موازات استوای آسمان

و به فاصله M از آن قرار دارد (با کره زمین مقایسه کنید).

امروزی، به دنیا آمد. از این خطه ریاضیدانان دیگری نیز، همچون خوارزمی که اصطلاح امروزی «الگوریتم» صورت تحریف شده نام اوست، برخاسته‌اند. در سال ۱۰۱۷ میلادی سلطان محمود غزنوی این خطه را تسخیر کرد و بیرونی را به عنوان جزیی از غنائم جنگی به همراه برد. بیرونی در راه افغانستان به نوشتن کتابی درباره طریق تعیین مختصات جغرافیایی، که بایست برای یافتن قبله در غزنه به کار می‌آمدند، آغاز کرد. روش زیر برای یافتن قبله از این کتاب اخذ شده است.^(۹)

کار بیرونی نه بر کره زمین بلکه بر کره آسمان استوار شده است. کره آسمان کره‌ای است که مرکزش مرکز زمین و شعاعش چندان بزرگ است که می‌توان از شعاع زمین در برابر آن چشم پوشی کرد. هر نقطه از زمین یک سمت الرأس دارد و آن نقطه‌ای است بر کره آسمان که امتداد شعاع آن نقطه زمینی از آن می‌گذرد. از این قرار سمت الرأس قطب شمال نقطه‌ای در نزدیکی ستاره قطبی است (Z_p)، که صورتهای فلکی حول آن درگردشند. سمت الرأس شهر I ما (اصفهان) نقطه‌ای است در بالای سرمان (Z_I) و از آن مکه نقطه‌ای است در آسمان جنوب غرب ایران و افغانستان (Z_M). شکل ۴.

روشن است که مثلث $Z_p Z_M Z_I$ بر کره آسمان، مشابه مثلث PMI بر کره زمین است. فاصله بین شهر ما و مکه بر روی کره آسمان و بر حسب درجه، برابر همان وتر پیشگفته روی زمین است:

$$d = MI = Z_M Z_I$$

امتیاز کره آسمان این است که می‌توان «افق» را وارد کار کرد. افق نقطه I فصل مشترک کره آسمان با صفحه‌ای است که از O (مرکز زمین) می‌گذرد و بر OZ_I (شعاع سمت الرأس نقطه I) عمود است. این فصل

و از این جا:

$$x^2 + (y + r \cdot \sin \mu \cdot \cos \varphi)^2 / \sin^2 \varphi = (r \cdot \cos \mu)^2 \quad (6)$$

حاصل این فرمول به ازای 90° و $0^\circ \neq \varphi$ بیضی‌ای است به مرکز $(0, -r \cdot \sin \mu \cdot \cos \varphi)$ و کانون‌های $(0, \pm r \cdot \sin(\varphi \pm \mu))$ و $(\pm r \cdot \cos \mu, -r \cdot \sin \mu \cdot \cos \varphi)$ ؛ به ازای $\varphi = \pm 90^\circ$ یک دایره^(۸) است و به ازای $\varphi = 0^\circ$ یک خط راست.

خطوط منحنی روی صفحه قبله‌نما انطباق بسیاری بر بیضی‌های پیشگفته دارند. به نظر دیویدکینگ چنین نیست و منحنی‌های مذکور وترهای مستدیر هستند و نه بیضوی. دلیل او هم این است که ردّ نوک پرگاری که هنگام ساختن قبله‌نما در مرکز دایره (مکه) گذاشته شده، بر صفحه باقی مانده است. اما محاسبات الی ذکر نشان داد که آن تکه از بیضی که باید بر صفحه تصویر شود تفاوت بسیار کوچکی با تکه‌ای از یک دایره دارد؛ چندان کوچک که در قلمرو دقت اندازه‌گیری قرار می‌گیرد.

نتیجه: قبله‌نماهای اصفهان در عمل دقیق‌اند. ریاضیدانی که این قبله‌نما را ابداع کرده احتمالاً می‌دانسته است که (کار دشوار ترسیم) بیضی را می‌توان، در محدوده ترسیم شده بر صفحه قبله‌نما، با دایره تقریب زد.

میان پرده

حال، برای تدارک فصول آتی، روش ترسیمی برای یافتن قبله‌را، که به سال ۱۰۲۰ میلادی برمی‌گردد، بررسی می‌کنیم. این روش از آن بیرونی است. بیرونی در سال ۹۷۳ میلادی در خطه خوارزم، در ازبکستان

طبق قاعده سینوس ها در مثلثات کروی:

$$\sin q / \cos \mu = \sin \Delta \lambda / \sin d \quad (2)$$

و طبق قاعده تانژانت ها در این مثلثات:

$$\sin \Delta \lambda \cdot \cot q + \tan \mu \cdot \cos \varphi = \sin \varphi \cdot \cos \Delta \lambda \quad (3)$$

تا اینجا دانستی های لازم درباره تبدیل های $(q,d) \rightarrow (\Delta \lambda, \varphi)$ و $(x,y) \rightarrow (q,d)$ فراهم آمده اند. تبدیل

مرکب $(\Delta \lambda, \varphi) \rightarrow (x,y)$ را تبدیل f می نامیم. شبکه روی صفحه قبله نما شبکه ای است از تصاویر خطوط $\Delta \lambda$

(ثابت) و φ (ثابت)، که توسط f تبدیل شده اند. از (1) و (2) نتیجه می شود:

$$x = r \cdot \sin \Delta \lambda \cdot \cos \mu$$

پس حاصل تبدیل یک نصف النهار (با اختلاف طول جغرافیایی ثابت $\Delta \lambda$ از مکه) خط مستقیمی است

به فاصله $r \cdot \sin \Delta \lambda \cdot \cos \mu$ از محور yها، و این همانی است که بر صفحه سه قبله نمای مکشوف اجرا شده

است. در تصویر صفحه اول این مقاله به روشنی دیده می شود که فاصله هر دو نصف النهار مجاور، هر چه

از مکه دورتر باشند، کوتاهتر است.

از (1) نتیجه می شود: $\cot q = y/x$ و از (4): $x = \Delta \lambda = x / r \cdot \cos \mu$ بنابراین:

$$\cos^2 \Delta \lambda = 1 - (x / r \cdot \cos \mu)^2$$

با گذاشتن این ها در (3) و مربع کردن آن نتیجه می شود:

$$(y/(r \cdot \cos \mu) + \tan \mu \cdot \cos \varphi)^2 = \sin^2 \varphi (1 - (x / (r \cdot \cos \mu))^2) \quad (5)$$

قسمت از عقربه که بین I و مبدأ مختصات قرار می‌گیرد متناسب با سینوس فاصله محل I تا مکه است. بنابراین $|OI| = r \cdot \sin d$. ضریب r بستگی به ابعاد قبله‌نما دارد و برای قبله‌نمای اصفهان حدوداً ۱۴ سانتی‌متر است (توجه داشته باشید که تمام نیمکره زمین به مرکز مکه بر صفحه این قبله‌نما تصویر نشده است). چنان‌که گفتیم زاویه عقربه با محور y ها برابر q است. پس:

$$x = r \cdot \sin d \cdot \sin q, \quad y = r \cdot \sin d \cdot \cos q \quad (1)$$

حال فرض کنید که این ابزار دقیق باشد. در این صورت می‌خواهیم بدانیم مدارها و نصف‌النهارها بر روی صفحه آن چگونه خطهایی باید باشند. اگر رابطه q و d را با عرض جغرافیایی نقطه I (φ)، عرض جغرافیایی مکه (μ) و اختلاف طول جغرافیایی بین I و مکه ($\Delta \lambda$) بدانیم، می‌توانیم به این سؤال پاسخ دهیم ($\Delta \lambda$ را برای نقاط شرقی مکه مثبت و برای نقاط غربی آن منفی می‌گیریم).

عرض جغرافیایی مکه (μ) ثابت است و در دوره اسلامی مقدار ۲۱ درجه و ۴۰ دقیقه ($21^\circ 40'$) برای آن به کار می‌رفت. مقدار امروزی آن $26^\circ 21'$ است. سازندگان قبله‌نما φ را، برای اصفهان، $30^\circ 32'$ و $\Delta \lambda$ را $9^\circ 20'$ منظور کرده‌اند.^(۷) مقادیر امروزی آن‌ها برای اصفهان به ترتیب $41^\circ 32'$ و $11^\circ 52'$ است.

حال مثلث کروی PMI را در نظر بگیرید (شکل ۳)، هریک از اضلاع این مثلث و تری از یک دایره عظیمه است که شامل دو نقطه از سه نقطه M (مکه)، I (اصفهان) و P (قطب شمال) می‌شود. اندازه‌های اضلاع عبارتند از: $PI = 90^\circ - \varphi$ ، $PM = 90^\circ - \mu$ ، $MI = d$. علاوه بر q ، $\angle PIM = 180^\circ - q$ و $\angle MPI = \Delta \lambda$.

می‌گیرند یا تا آن موقع نماز باطل می‌خوانده‌اند.

بر روی صفحه قبله نما طرز کار با آن در سه بیت به صورت زیر حک شده است:

در این صحرا که در معنی زمین و آسمانستی سوی قطب جنوبی رو کند چون مرغ نیلی پر
اگر ستاره را بر عرض و طول شهر بگذاری شوی از قبله و بعد بلد از قبله مستحضر
مطابق گر کنی عرض بلد با صفحه ساعت سوی تشخیص ساعت ظل شاخص گرددت رهبر

آیا قبله‌نمای اصفهان دقیق است؟

برای پاسخ گفتن به این سؤال دستگاه مختصات دکارتی را روی صفحه قبله‌نما پیاده می‌کنیم. مبداء

مختصات را مکه می‌گیریم. جهت مثبت محور x ها شرق (E) و جهت مثبت محور y ها شمال (N) را نشان

می‌دهد. برای سهولت، محلی در شمال شرقی مکه، مثلاً اصفهان (I) را نظر می‌گیریم. شکل ۲.

نقطه I به مختصات (x,y) بر روی صفحه قبله‌نما متناظر با این محل است. فاصله اصفهان تا مکه بر روی

دایره عظیمه گذرنده از آنها برابر d درجه (هر درجه حدوداً ۱۱۰ کیلومتر است)، و زاویه بین سمت قبله و

قطب جنوب برابر q است. q را برای نقاط واقع در شرق مکه، مثل اصفهان، مثبت و برای نقاط غربی آن،

مثل اوترخت، منفی می‌گیریم. زاویه عقربه با محور y ها، وقتی عقربه درست روی نقطه I قرار گیرد، همان q

است.

چنان‌که می‌بینید، پهنای نوارهای روی عقربه، که فاصله را نشان می‌دهند، باهم برابر نیست. طول آن

۱. منظور از «مرغ نیلی پر» عقربه قطب نماست.

نصف النهار یا مدار مجاور هم ۲ درجه است. نیمه پایینی عقربه قبله نما بر حسب فرسنگ درجه بندی شده است.

بر پایه فرمول های ریاضی که در ادامه آورده ام، این ابزار را به نقشه کامل کره زمین بسط داده ام. تصاویر قبله نما و نقشه نیمکره ای از زمین به مرکز مکه، با نصف النهارها و مدارهای آن، بر پایگاه اینترنتی «مجله نوین ریاضی» گذاشته شده اند. اگر صفحه را روی کاغذ معمولی و عقربه را بر کاغذ شفاف کپی کنید، آنگاه برای ساختن نمونه ای از قبله نمای اصفهان تنها به یک پونز احتیاج خواهید داشت تا با آن عقربه را در نقطه سیاه مرکز صفحه بر آن سنجاق کنید. اگرچه ابزار اصلی فاقد خطهای کمکی است، اما من بنا به ملاحظات آموزشی این خطها را آورده ام.

طرز کار با دستگاه: صفحه را افقی نگاه می داریم چنان که شمال آن در راستای شمال قرار گیرد. سپس عقربه را می چرخانیم تا لبه نیمه درجه بندی شده آن، یعنی نیمه پائینی، از شهر محل سکونتمان بگذرد (دقت کنید که لبه درست را انتخاب کنید: لبه ای که نقطه سیاه مرکزی بر آن قرار گرفته است). اکنون نوک عقربه سمت قبله را نشان می دهد. جهات جغرافیایی بر روی شکل مشخص شده و زوایای قائمه بین آنها به ۹۰ درجه تقسیم شده اند. من فاصله تا مکه را بر روی عقربه به کیلومتر تبدیل کرده ام.

بر پایگاه اینترنتی «مجله نوین ریاضی» نقشه نیمکره دیگر زمین نیز گذاشته شده است. من این نمونه ها را نخستین بار در یک کارگاه آموزشی در نیواورلئان (آمریکا) عرضه کردم. مسلمانان بسیاری، که از تکزاس و کالیفرنیا به آنجا آمده بودند، بلافاصله قبله نما را به کار گرفتند تا ببینند که آیا در شهرشان قبله را درست

هندسه دوره اسلامی منشاء یونانی دارند. با نشان دادن این که قبله‌نما اختراع یک ریاضیدان دوره اسلامی است می‌توان نظر نور را رد کرد: یونانیان قدیم نمی‌توانسته‌اند به فکر قبله‌نما برسند، زیرا در زمان آنان هنوز اسلام ظهور نکرده بود. توصیف یک ابزار وقتی خوشایند است که خواننده خودش بتواند با آن ابزار «ور برود» و یا کار کند. از این رو من در سطور زیر قبله‌نمای اصفهان را به کمک نمونه‌های آموزشی که می‌توان کپی کرد، برید و ساخت و حتی در کلاس درس به کار گرفت، تشریح می‌کنم. سپس با فرمولهای هندسه کروی نوین نشان خواهم داد که این قبله‌نما به لحاظ ریاضی دقیق است.

در دنباله مقاله به پرسش «این ابزار از کجا آمده است؟» پرداخته‌ام. برای پاسخگویی چند چشم‌انداز جدید ریاضی و تاریخی را، بر پایه تحقیقاتم در متنهای عربی، مطرح کرده‌ام. این مقاله برای دوستان معماهای ریاضی و تاریخی نوشته شده است، زیرا اسرار قبله‌نماهای اصفهان تاکنون ناگشوده مانده است (و شاید تا دیر زمانی همچنان ناگشوده بماند). و این خود خوشتر، زیرا چنان که دیویدکینگ همیشه می‌گوید: «این نه گره‌های گشوده، که ناگشوده‌ها هستند که موجب طراوت روحند».^(۶)

از نظرات خواننده درباره این مقاله استقبال می‌کنم. نشانی: hogend@math.uu.nl

نمونه‌ای برای قبله‌نما

بر روی صفحه قبله‌نما بیشتر از ۱۰۰ نقطه و شبکه‌ای از خطوط عمودی و افقی دیده می‌شود. در کنار هر نقطه نام شهری حک شده است. خطوط عمودی شبکه مستقیم‌اند و نماینده نصف‌النهارهای از مراکش تا هند هستند. خطوط افقی منحنی‌اند و نماینده مدارهای ۱۰ تا ۵۲ درجه‌اند. فاصله هر دو

ساعت آفتابی هم دارد که با لولایی برکناره صفحه چفت شده است. ساعت آفتابی روی دو نمونه دیگر این ابزار باقی نمانده است.

بلافاصله پس از کشف قبله‌نمای سال ۱۹۸۹ میلادی توجه بسیاری به آن جلب شد. نخستین پرسش بیدرنگ این بود که این ابزار جالب کی و در کجا ابداع شده است. طبق کاتالوگ بازار لندن «نقشه زمین حک شده بر آن ملهم از اروپای غربی» بود و «این ابزار غیرعادی مدرکی از اقتباس علم و فن اروپا در ایران قرن هجده میلادی» بود.^(۲) در سال ۱۹۹۹ میلادی دیوید کینگ^۱ (فرانکفورت) کتاب قطوری^(۳) در مورد دو قبله‌نمایی که تا آن زمان کشف شده بود منتشر کرد. به زعم کینگ این قبله‌نما در قرن نهم میلادی در بغداد اختراع شده بود. در سال ۲۰۰۰ میلادی الی دکر^۲ (اوترخت) نشان داد که روش تسطیح نقشه روی صفحه قبله‌نما از نوع رترو-آزیموتال^۳ است که در آثار جغرافیایی نوین، تازه در سال ۱۹۶۸ میلادی معرفی شده است.^(۴) الی دکر این نظر را پیش می‌کشد که این قبله‌نما می‌توانسته است در فرانسۀ قرن هفدهم میلادی نیز ابداع، و از آنجا به توسط اروپاییانی که در آن زمان به ایران سفر می‌کردند، به اصفهان برده شده باشد. او ساعت آفتابی باقی مانده بر یکی از قبله‌نماها را نشانه تأثیر دانش اروپا می‌داند.

ردیابی منشاء این قبله‌نماها در بحث پیرامون اصالت ریاضیات دوره اسلامی اهمیت دارد. ویلبورنور^۴ و موریس کلاین^۵، دو تن از تاریخدانان علم نوین، بر این باورند که ریاضیات دوره اسلامی اساساً برگرفته از ریاضیات یونانی و هندی و واسطه انتقال آنها به اروپا بوده است.^(۵) به زعم نور تقریباً تمام متون عربی

1. David King
5. Morris Kline

2. Elly Dekker

3. retro-azimuthal

4. Wilbur Knorr

اسرار قبله نماهای اصفهان

کشف قبله‌نماها

بر هر مسلمان فرض است که هر روز ۵ بار رو به مکه نماز بگذارد. از این رو ریاضیدانان دوره اسلامی، از همان سده‌های میانه، روش‌هایی ابداع کرده بودند تا بتوان سمت قبله را در هر نقطه از کره زمین بازیافت. بسیاری از این روش‌ها پیشتر در مقاله‌ای در «مجله نوین ریاضی» شرح شده‌اند.^(۱) در این فاصله کشفیات جدیدی صورت گرفته است:

در سال ۱۹۸۹ میلادی در بازار سوئبای لندن^۲ فلزبازار اسلامی ناشناخته‌ای به قطر تقریبی ۲۲/۵ سانتی‌متر به حراج گذاشته شد، که می‌شد با آن نه تنها قبله که فاصله تا مکه را نیز پیدا کرد. در سال ۱۹۹۵ میلادی دومین قبله نما از همان نوع در یک عتیقه‌فروشی در پاریس پیدا شد و در سال ۲۰۰۱ میلادی نمونه سومی یافته شد، که هم‌اکنون در موزه ساکлер^۳ دانشگاه هاروارد به نمایش گذاشته شده است. از حکاکی‌های فارسی روی این قبله‌نماها آشکار است که هر سه آنها در قرن هفده یا هجده میلادی در اصفهان ساخته شده‌اند.

این ابزار دارای عقربه‌ای است که حول محورش بر صفحه‌ای تخت می‌چرخد. بر این صفحه نقشه خاصی از بخشی از کره زمین حک شده است. روی صفحه یک قطب‌نما نیز قرار دارد. یکی از نمونه‌ها یک

1. Jan P. Hogendijk

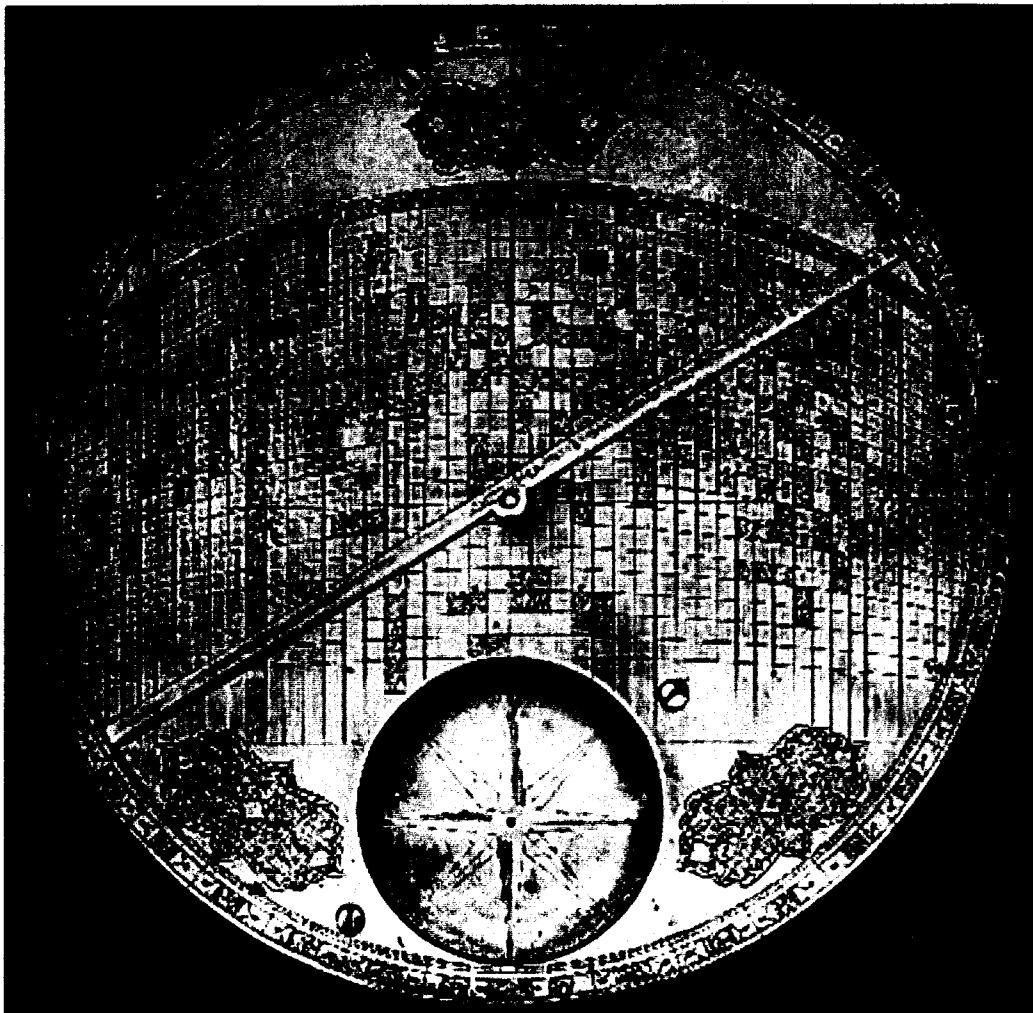
2. Sotheby's in London

3. Sackler



خانه ریاضیات اصفهان

اسرار قبله نماهای اصفهان



در این صحرا که در معنی زمین و آسمانستی
سوی قطب جنوبی رو کند چون مرغ نیلی پر
اگر ستاره را بر عرض و طول شهر بگذاری
شوی از قبله و بعد بلد از قبله مستحضر

Dr. Jan P.Hogendijk

دکتر یان پ. هوخندایک
دانشگاه اوترخت (هلند)
ترجمه صمد فرخ نهاد

فروردین ۱۳۸۳