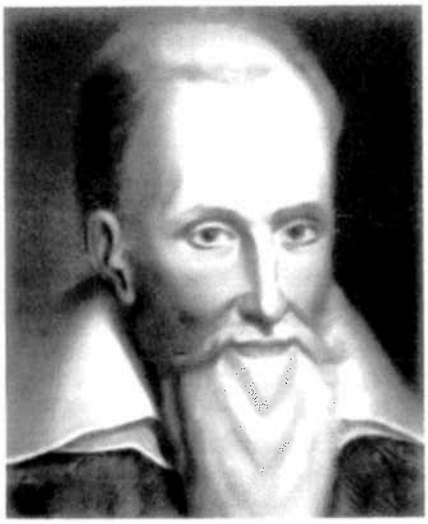
Van Ceulen tegen de wiskunde van Scaliger

[Jan Hogendijk]

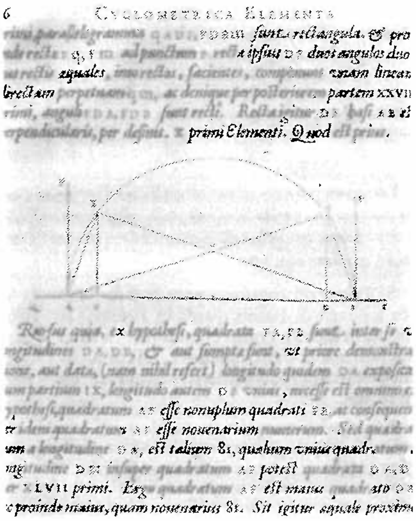
In 2010 is het 400 jaar geleden dat Ludolph van Ceulen overleed. Van Ceulen was een verwoed rekenaar die steevast 'met lust ende arbeyt' verder rekende waar anderen stopten. Er zijn drie redenen waarom we van mening zijn dat van Ceulen en zijn werk de moeite waard zijn om een serie artikelen aan te wijden: zijn werk ademt een werklustige frisheid en dat maakt hem tot een ideaal rolmodel voor leerlingen van tegenwoordig; het kijken naar de problemen waar wiskundigen in zijn tijd mee worstelden, geeft een verdieping aan de schoolwiskunde van nu; en tenslotte leren we over de 17e eeuw doordat Van Ceulen interessante, soms zelfs spetterende, relaties onderhield met zijn omgeving. Met het onderstaande artikel sluiten we, nu het jaar 2010 bijna voorbij is, deze achtdelige serie af.

In 1593 werd aan de Universiteit van Leiden een Europese toponderzoeker benoemd. Joseph Justus Scaliger (1540-1609) werd in Agen (in Frankrijk) geboren, en ontwikkelde zich als universeel geleerde. Hij is vooral bekend vanwege zijn bijdragen aan de chronologie en de klassieke en Oosterse talen, maar rekende ook de wiskunde tot zijn werkterrein. Wiskunde moest volgens hem gedaan worden door een *mathematicus*, dat wil zeggen, iemand die Latijn en Grieks beheerste en goed bekend was met de werken uit de oudheid, zoals de *Elementen* van Euclides. Maar Scaliger was zeker niet afkerig van innovatie in de wiskunde en hij had scherpe kritiek op Archimedes.



Joseph Scaliger (1540-1609)

Al voor zijn benoeming in Leiden had Scaliger aangekondigd dat hij de drie klassieke problemen uit de Griekse wiskunde had opgelost: de trisectie van de hoek, de constructie van twee middenproportionalen, en de kwadratuur van de cirkel. In juni 1594 publiceerde hij zijn *Cyclometrica Elementa Duo*[5] (Elementen van de Cirkelmeting in twee delen) bij uitgeverij Raphalengius in Leiden. Het boek was opgedragen aan de Staten van Holland, Westvriesland en Zeeland en schitterend vormgegeven. De meeste tekst is gedrukt in zwarte inkt maar de figuren worden in rood weergegeven en ook de letters in de tekst die punten in de figuren aanduiden. De stellingen zijn klassiek Grieks geformuleerd met Latijnse vertaling, en de bewijzen zijn in het Latijn (***zie figuur 1***).



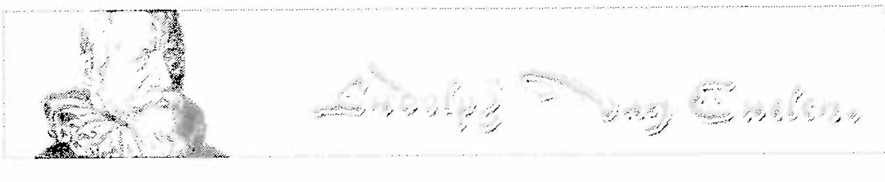
6 CYCLOMETRICA ELEMENTA

figuur 1 Uit: Cyclometrica

In deel 1 van zijn boek bewijst Scaliger onder andere dat het kwadraat van de omtrek van een cirkel gelijk is aan 10 keer het kwadraat van de middellijn. In moderne notatie wil dit zeggen dat de omtrek van een cirkel met straal *r* gelijk is aan $2\pi_1 r$ met $\pi_1 = \sqrt{10} = 3{,}162\ldots$ (***zie Kadertekst 1 op pag. 110***). Deel 2 bevat de eigenlijke kwadratuur (oppervlaktebepaling) van de cirkel: de oppervlakte van de cirkel is $\frac{6}{5}$ maal de oppervlakte van de ingeschreven zeshoek. In moderne termen betekent dit resultaat dat de oppervlakte van een cirkel met straal r gelijk is aan $\frac{6}{5}\cdot\frac{3}{2}\cdot r^2\sqrt{3} = \pi_2 r^2$ met $\pi_2 = \frac{9}{5}\sqrt{3} = 3{,}117\ldots$
Het bewijs is moeilijk te doorgronden doordat Scaliger allerlei nieuwe en curieuze termen invoert. Een voorbeeld is zijn 'segment van de zeshoek'. Dit is niet een gedeelte van een zeshoek, maar een van de zes cirkelsegmenten die overblijven als de ingeschreven zeshoek uit een cirkel wordt verwijderd. Zes 'segmenten van een zeshoek' zijn volgens de cirkelkwadratuur van Scaliger gelijk aan $\frac{1}{5}$ van de oppervlakte van de zeshoek zelf, en daarom is de oppervlakte van de cirkel volgens hem ook gelijk aan 36 'segmenten van de zeshoek'. Archimedes had bewezen dat de oppervlakte van een cirkel gelijk is aan, in moderne termen, het product van de straal en de halve omtrek (dus $\pi_1 = \pi_2$), maar omdat hij dit uit het ongerijmde bewees, werd zijn bewijs door Scaliger niet geaccepteerd. Scaliger waarschuwde zijn lezers voor de verderfelijke invloed van bewijzen uit het ongerijmde op jonge mensen.
De waarde $\pi_1 = \sqrt{10}$ ligt niet binnen de grenzen $3\frac{10}{71} < \pi_1 < 3\frac{1}{7}$ die Archimedes had aangegeven, maar Scaliger verklaarde dit doordat Archimedes deze grenzen niet op wetenschappelijke maar op 'tirannieke' manier had gevonden.
In de *Cyclometrica* maakte Scaliger zijn lezers ook tot deelgenoot van allerlei andere interessante ontdekkingen die hij had gedaan, zoals een constructie van de regel-

matige zevenhoek met passer en liniaal (***zie Kadertekst 2 op pag. 110***), en een constructie van een koordenvierhoek met gegeven zijden.
Scaliger's boek verscheen in juni 1594, en dankzij Adriaan van Roomen (1561-1615), een vriend van Van Ceulen, weten we wat daarna gebeurde. Van Ceulen kende geen Latijn, maar blijkbaar had iemand het boek meteen na verschijning voor hem vertaald. Van Ceulen werkte het boek in minder dan twee weken door en vond een groot aantal fouten, en nu ontstond het probleem hoe hij deze onder de aandacht van de hooggeleerde kon brengen. Dit was een delicate kwestie vanwege het standsverschil: Van Ceulen was slechts een schermleraar en rekenmeester zonder academische vorming en hij kende geen Latijn. Via een tussenpersoon die het Latijn wel machtig was (wellicht de jonge Willebrord Snellius (1580-1626) die leerling was van zowel Van Ceulen als Scaliger), deelde Van Ceulen aan Scaliger mee welke fouten hij in het boek had ontdekt. Verder raadde hij Scaliger aan zijn boek uit de handel te laten nemen om zijn eer te beschermen. Scaliger verwaardigde zich niet hierop in te gaan, met het argument dat Van Ceulen slechts een vechtersbaas was en de titel van 'mathematicus' onwaardig. Aangezien een mathematicus volgens Scaliger veel tijd nodig zou hebben om zijn boek door te werken, had de schermleraar Van Ceulen het onmogelijk in twee weken kunnen begrijpen. Van Ceulen probeerde nog een paar keer Scaliger te waarschuwen, zonder resultaat.
In 1596 verscheen Van Ceulen's eigen boek *Vanden Circkel*[3], dat al onderwerp is geweest van eerdere bijdragen in *Euclides* (zie [6] en [8]). Van Ceulen noemt in dit boek de namen van diverse personen met wie hij goede relaties heeft, maar niet de naam van Scaliger. Voor de goede verstaander moet desondanks duidelijk geweest zijn dat hoofdstuk 21 van *Vanden Circkel* helemaal tegen Scaliger gericht is. Van Ceulen begint met te laten zien dat de oppervlakte van de cirkel gelijk is aan het product van halve omtrek en straal. Dus geldt in moderne termen $\pi_1 = \pi_2$, zoals Archimedes ook al had aangetoond. Daarna laat Van Ceulen zien dat de cirkelomtrek kleiner is dan $\sqrt{10}$ maal de middellijn, en dat de oppervlakte van de cirkel kleiner is dan 36 'segmenten van de zeshoek', en zelfs kleiner dan 35 van zulke segmenten.
Dan begint een tussenhoofdstukje (zie [4]) met antwoorden van Van Ceulen op 16 'konstighe stucken' die hem voorgelegd waren door een 'hoogh-gheleerdt Man' met een 'door-luchtigh verstandt'. Van Ceulen behandelt deze man met uiterste beleefdheid, en vermeldt dat hij 'niet weynigh' van deze 16 konstighe stucken (d.w.z. wiskundige stellingen) geleerd heeft. Van Ceulen laat zien dat de eerste 13 stellingen correct zijn, en nummer 14 en 15 ook correct mits een kleine verbetering wordt gemaakt. In stelling 16 zegt de anonieme hooggeleerde dat de cirkel gelijke oppervlakte heeft als 36 'segmenten van de zeshoek'. De hooggeleerde had een bewijs toegevoegd dat door Van Ceulen wordt geciteerd, en dat eindigt met de mededeling dat iedereen die 'tamelijk mathematicus' is, dit bewijs moet kunnen begrijpen. Vervolgens weerlegt Van Ceulen stelling 16 en maakt nog enkele opmerkingen over de zevenhoek en de koordenvierhoek, kennelijk ook naar aanleiding van de *Cyclometrica Elementa* van Scaliger.
In de negentiende eeuw schreef David Bierens de Haan diverse artikelen over Van Ceulen en Scaliger[1]. Bierens de Haan nam aan dat de hooggeleerde man, die door Van Ceulen met zoveel respect bejegend werd, Van Ceulen's vriend Adriaan van Roomen geweest is. Echter, Van Roomen kan niet in stelling16 geloofd hebben, omdat hij zelf in 1597 een weerlegging van de cirkelkwadratuur van Scaliger publiceerde. Van Ceulen moet met de anonieme hooggeleerde Scaliger zelf hebben bedoeld. Blijkbaar voelde Scaliger zich toch wat onzeker door de kritiek van Van Ceulen en heeft daarom zijn 16 'konstighe stucken' aan Van Ceulen voorgelegd.
In *Vanden Circkel* bekritiseert Van Ceulen de wiskunde van Scaliger, maar niet de persoon. Voor een oppervlakkige lezer neemt Van Ceulen een beleefde en nederige houding aan. De goede verstaander kan wel een paar snieren in de tekst vinden; zo stelt Van Ceulen: 'Maar den ghenen die willen / ende gheen verstandt hebben van desen / die moghen mijn onordentlijck ende simpel maniere van schrijven verachten / de reste sal voor haer-luijden bestaende blijven'. Hij bedoelt hier dat schrijvers, zoals Scaliger, die taalkundig beter geschoold zijn, op de stijl van *Vanden Circkel* kunnen neerkijken, maar ook voor hen blijft de wiskunde in *Vanden Circkel* geldig.
Ook van andere wiskundigen kreeg Scaliger kritiek te verduren. Van Ceulen was daarbij bijzonder omdat hij de enige was die in dezelfde stad woonde als Scaliger zelf. Scaliger is vermoedelijk het meeste bezeerd door de kritiek van de Franse wiskundige François Viète (1540-1603). Deze schreef al in 1594 een humoristische Latijnse tekst[7] waarin hij de stijl van Scaliger bewust imiteerde en niet alleen zijn wiskunde maar ook zijn nieuwe termen (zoals 'segment van een zeshoek') belachelijk maakte.
Scaliger gaf op een gegeven moment wel toe dat hij kleine fouten in zijn kwadratuur gemaakt had, maar hij bleef geloven dat het eindresultaat correct was. In december 1594 publiceerde hij een Appendix op de *Cyclometria*, maar verder reageerde hij niet rechtstreeks op zijn critici. Wel luchtte hij zijn hart in brieven aan diverse niet-wiskundige vrienden in het buitenland (zie [2]). Hieruit blijkt dat hij in zijn eigen gelijk bleef geloven. Zijn gedachten volgen steeds hetzelfde patroon: Scaliger vindt dat hijzelf meer voor de wetenschap gedaan heeft dan wie dan ook. Hij steekt zijn nek uit om innovatieve dingen te publiceren, zoals de cirkelkwadratuur, en dus moet hij accepteren dat hij niet begrepen wordt. Hij heeft zoveel nieuws in de meetkunde ontdekt dat dit aan iedere andere meetkundige onsterfelijke roem zou brengen, maar voor Scaliger zelf betekenen zulke ontdekkingen niet veel. Zijn tegenstanders zijn boosaardig en incompetent. Het zijn ofwel algebraïci, die nergens van afweten, of mensen die bekend zijn met praktische zaken zoals fortificaties, maar niet geschoold zijn in de theoretische meetkunde van Euclides. In elk geval zijn het geen 'mathematici' met klassieke scholing. En af en toe klaagt Scaliger dat er geen enkele mathematicus in Leiden woont (behalve hijzelf). Maar Scaliger heeft geduld. Hij heeft nieuwe argumenten om aan te tonen dat zijn cirkelkwadratuur correct is, en zijn tegenstanders zullen afdruipen met het schaamrood op de kaken. Zijn tijd komt nog wel. Aldus Scaliger.
Scaliger is nog steeds beroemd vanwege zijn bijdragen aan de klassieke en Oosterse talen. Er is in de universiteitsbibliotheek in Leiden een Scaliger-instituut en elk jaar wordt een Scaliger-lezing gegeven. In de wiskunde is Scaliger's tijd nooit gekomen. Scaliger's indrukwekkende *Cyclometria Elementa Duo* doet denken aan de nieuwe kleren van de keizer in het sprookje van Andersen.

De inhoud van *Vanden Circkel* van Van Ceulen is nu, na vier eeuwen, nog net zo correct als toen het boek verscheen.



Literatuur

Zie [4] voor een meer gedetailleerde lijst.

[1] David Bierens de Haan (1878): *Bouwstoffen voor de Geschiedenis der Wis- en Natuurkundige Wetenschappen in de Nederlanden*. In eigen beheer uitgegeven. Digitale versie: « *www.dbnl.org/tekst/bier009bouw01_01/* ».

[2] Paul Botley, Dirk van Miert (2011): *The Correspondence of Joseph Justus Scaliger*. Genève: Droz; 7 delen.

[3] Ludolph van Ceulen (1596): *Vanden Circkel*. Delft: Jan Andriesz. Digitale versie: « *http://gdz.sub.uni-goettingen.de* ».

[4] Jan P. Hogendijk (2010): *The scholar and the fencing master: the exchanges between Joseph Justus Scaliger and Ludolph van Ceulen on the circle quadrature (1594-1596)*. In: *Historia Mathematica* 37; pp. 345-375.

[5] Joseph Scaliger (1594): *Cyclometrica Elementa Duo*. Lugduni Batavorum: Apud Franciscum Raphelengium. Digitale versie: « *http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de* ».
Scaliger's beide andere wiskundige werken *Mesolabium* en *Appendix ad Cyclometrica Sua* verschenen ook in 1594 bij dezelfde uitgeverij.

[6] Jaap Top (2010): *Vijfendertig decimalen*. In: *Euclides* 85(7); pp. 270-272.

[7] François Viète: *Munimen adversus nova cyclometrica, seu Antipelekus*. Paris, 1594. Herdrukt in F. Vièta: *Opera mathematica in unum volumen congesta ac recognita, opera atque studio Francisci à Schooten*. Leiden, 1646; pp. 436-446. Digitale versie: « *http://gallica.bnf.fr/* ».

[8] StevenWepster (2009): *Ludolph vanCeulen (1540-1610) / In de ban van de cirkel*. In: *Euclides* 85(3); pp. 98-101.

Website

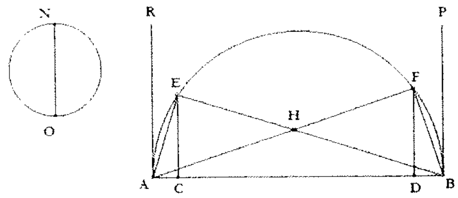
www.ludolphvanceulen.nl

Over de auteur

Jan Hogendijk werkt aan het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht. Zijn onderzoeksinteresses zijn geschiedenis van de wiskunde en aanverwante wetenschappen in het Islamitisch cultuurgebied en in Nederland tot ca. 1850. Zie voor meer informatie « *www.jphogendijk.nl* ».
E-mailadres: *J.P.Hogendijk@uu.nl*

Kadertekst 1

Scaliger's bewijs van de stelling dat het kwadraat van de omtrek van een cirkel gelijk is aan 10 keer het kwadraat van de middellijn ($\pi_1 = \sqrt{10}$; zie [5], pp. 31-33).
Scaliger bekijkt een cirkel met middellijn *NO*; ***(zie figuur 2)***. Hij tekent de rechte *AB* gelijk aan de omtrek van de cirkel, en construeert een halve cirkel met middellijn AB. Hij kiest $DB = \frac{1}{10}AB$, trekt een loodlijn *DF* en verbindt *FB* en *FA*. Dan kiest hij punt *E* op de cirkel zodat $BE = 3NO$; dit is mogelijk omdat $\pi_1 > 3$. Hij trekt de loodlijn *EC*, en verbindt *EB* en *EA*. Punt *H* is het snijpunt van *BE* en *AF*. Tot slot construeert hij loodlijnen *PB* en *RA* op *AB*.
De driehoeken *AFB*, *FDB* hebben twee gelijke hoeken (want hoeken *F* en *D* zijn recht en hoek *B* is gemeenschappelijk) en zijn daarom gelijkvormig. Dus geldt $AB : BF = BF : BD$, en daarom is $AB : BD = AB^2 : BF^2$. We concluderen $AB^2 = 10BF^2$, en met de stelling van Pythagoras volgt $AF^2 = 9BF^2$, zodat $AF = 3BF$.
Omdat $\angle EHA = \angle FHB$ en beide hoeken $\angle HEA$, $\angle HFB$ recht zijn, volgt $\angle EAH = \angle FBH$. Ook de beide hoeken *RAB* en *PBA* zijn recht, dus volgt:
$\angle RAE + \angle FAB = \angle PBF + \angle EBA$.
Omdat $\angle PBF = \angle BFD$ en $\angle RAE = \angle AEC$ volgt nu:
$\angle AEC + \angle FAB = \angle BFD + \angle EBA$
Maar $\angle AEC = \angle EBA$ en $\angle FAB = \angle BFD$.
Dus $\angle FAB = \angle EBA$.
De driehoeken *FAB*, *EBA* hebben twee gelijke hoeken en een gelijke zijde *AB*, en zijn dus congruent. Uit $AF = 3FB$ volgt daarom $BE = 3EA$. Omdat $BE = 3NO$ volgt nu $FB = EA = NO$. Tenslotte is $AB^2 = 10BF^2$, dus $AB^2 = 10NO^2$. Hetgeen te bewijzen was.

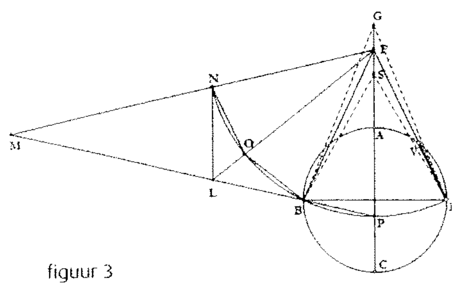


figuur 2

In *Vanden Circkel* verwijst Ludolph van Ceulen naar deze constructie, zonder daarbij de naam van Scaliger te noemen, en hij merkt droogjes op: 'Dan ick (als slecht [= eenvoudig] in desen) wil op de selve maniere bewijsen / dat het Quadraet des omloops elf-mael soo groot is / als het Quadraet des Diameter.' In andere woorden: men kan op dezelfde manier bewijzen dat $\pi_1 = \sqrt{11}$.

Kadertekst 2

Scaliger's constructie van de regelmatige zevenhoek met passer en liniaal (zie [4], pp. 52-54).
Deze komt neer op de volgende constructie van een hoek van $\frac{1}{7}$ maal 180°.
Construeer een cirkel met middellijnen *AC* en *BD* die loodrecht op elkaar staan (***zie figuur 3***). Neem op het verlengde van *CA* twee punten *S* en *G* zodat driehoek *BDS* gelijkzijdig is, en *AG* gelijk is aan de zijde van het ingeschreven vierkant in cirkel *ABCD*. Men kan nu aantonen dat $\angle BGD = 45°$ en dat *BD* de zijde van de achthoek is in de cirkel met straal *BG*.
Construeer het midden *F* van *GS*, en teken een deel van de cirkel met middelpunt *F* en straal *FB*; deze gaat door *D* en snijdt *AC* in het punt *P*. Trek *BP*.
Nu construeren we punten *O* en *N* op de cirkel met middelpunt *F* zodat $PB = BO = ON$ en we verlengen *FN* en *PB* totdat ze elkaar snijden in punt *M*. We kiezen punt *L* op *BM* zodat $ML = MN$ (zie de figuur).
De gelijkbenige driehoeken *FPB*, *FBO*, *FON* zijn alledrie congruent. Omdat $\angle NOF = \angle BOF$ geldt ook $\angle NOL = \angle BOL$, en omdat $NO = OB$ en $OL = OL$ zijn de driehoeken *NOL*, *BOL* congruent.
En dus geldt $\angle ONL = \angle OBL$, dus $\angle FNL = \angle FBL$, zodat $\angle MNL = \angle FBP$.
Omdat de driehoeken *MLN* en *FBP* allebei gelijkbenig zijn, concluderen we $\angle MLN = \angle MPF$. De driehoeken *MLN* en *MPF* zijn dus gelijkvormig, en daarom is $\angle MFP = \angle BPF$.
Omdat de hoeken *PFB*, *BFO*, *OFN* gelijk zijn, volgt:
$\angle PBF = \angle BPF = 3\angle PFB$ (Wij zouden zeggen $\angle PFB = \frac{1}{7} \cdot 180°$.)
Scaliger concludeert dat de rechte *FD* de cirkel *ABCD* snijdt in een punt *V* zodat *DV* een zijde is van een ingeschreven regelmatige zevenhoek in deze cirkel.



figuur 3

De lezer kan zelf nagaan: klopt deze constructie, of is zij, in de woorden van Van Ceulen, 'niet volcomen'?