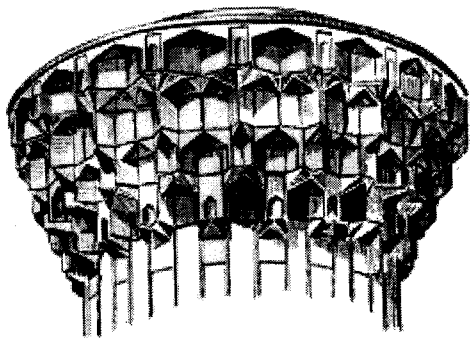




lijst voor verdere toelichting. Al-Kashi zette zijn berekening voort tot  $I(N)$  met  $N=3 \cdot 2^{28}$ , hij krijgt de zijde daarvan in 18 sexagesimalen nauwkeurig, en de omtrek (en dus  $2\pi$ ) in 9 sexagesimalen. Daarna geeft hij de waarde ook in 16 decimalen:  $2\pi = 6,2831853071795865$ . Het decimale systeem werd in die tijd wel gebruikt voor gehele getallen maar voor breuken was het een nieuwigheid. (Wij rekenen met hoeken en met tijd ook nog steeds sexagesimaal: 1 graad of uur = 60 minuten, 1 minuut = 60 seconden.) Al-Kashi beschreef zijn hele  $\pi$ -berekening in een speciaal werk, de "omvattende brief" (risala muhitiyya), die in het Arabisch met een Duitse vertaling is gepubliceerd.

### Waarom zoveel decimalen?

Al-Kashi wilde het probleem van de  $\pi$ -berekening voor eens en altijd oplossen en hij wilde daarom  $\pi$  zo nauwkeurig uitrekenen dat de omtrek van de grootste cirkel in het heelal met een fout van maximaal een haarbreedte (0.5 mm) kon worden gevonden. Volgens de ideeën van Ptolemaeus (150 na Chr), waar al-Kashi en zijn collega's enthousiaste aanhangers van waren, was het heelal een bol met de aarde in het middelpunt. Hierom draaiden van binnen naar buiten de maan, Mercurius, Venus, de zon, Mars, Jupiter en Saturnus. Dat de volgorde van de planeten Mercurius-Venus-Mars-Jupiter-Saturnus was, werd afgeleid met filosofische argumenten. Zon, maan en planeten hadden bewegingen die samengesteld waren uit eenparige cirkelbewegingen, en waarmee de standen van al deze hemellichamen voorspeld konden worden met een nauwkeurigheid van ca. 10 boogminuten, goed genoeg voor astronomen die alleen met het blote oog konden waarnemen. De aarde werd als een bol beschouwd, en de afstand (ca. 110 km) tussen twee plaatsen op dezelfde meridiaan met een verschil van 1 graad noorderbreedte was diverse ke-



Een islamitisch stalactietengewelf.

ren gemeten, zodat de aardstraal vrij nauwkeurig bekend was. De afstand van de maan werd uit metingen van parallax geschat op ongeveer 64 aardstralen. Er bestond ook een methode voor het bepalen van de afstanden van de zon uit de schijnbare grootten van de zonnenschijf, de maanschijf en de aardschaduw tijdens een maansverduistering. Doordat deze methode zeer gevoelig is voor fouten, vonden men voor de afstand van de zon tot de aarde de veel te kleine waarde van ongeveer 1210 aardstralen (ca. 7.200.000 km). Met het axioma dat er in de natuur geen nutteloze ruimte bestaat, volgde nu bijv. dat de maximale afstand van de zon tot de aarde gelijk is aan de minimale afstand van Mars tot de aarde. Uit de veronderstelde cirkelbewegingen van Mars volgde de verhouding van de minimale afstand van Mars tot zijn maximale afstand, die weer gelijk was aan de minimale afstand van Jupiter, enz. Zo kreeg men de maximale afstand van Saturnus van ongeveer 20.000 aardstralen. De vaste sterren zaten allemaal op een bol om de bol van Saturnus. Hieromheen zat nog een buitenste bol, die verantwoordelijk was voor de rotatie van het hele heelal om de aarde. In deze bol zaten alleen de hemelequator en de tekens van de dierenriem (niet de sterren!) Aangezien er geen nutteloze ruimte kon zijn, kon de straal van deze bollen niet erg dik zijn.

Door naar de cirkelbewegingen van de maan, Mercurius en Venus te kijken, kon men ook uit de maximale afstand van de maan de minimale afstand van de zon afleiden. Er waren dus twee onafhankelijke methoden voor het uitrekenen van de afstand van de zon, die helaas ongeveer hetzelfde resultaat opleverden. Dit was een argument voor de geldigheid van dit Ptolemaïsche wereldbeeld.

De grootste cirkel in het heelal van al-Kashi had dus een straal van 20.000 aardstralen. Voor alle zekerheid koos al-Kashi een cirkel die 30 keer zo groot was, en de omtrek hiervan wilde hij uitrekenen met een fout van 0.5 mm. Hiervoor zijn 16 decimalen van het getal  $\pi$  nodig.

### Ander werk van al-Kashi

Het belangrijkste werk van al-Kashi is de "Sleutel tot de Rekenkunde", waarvan een Arabisch handschrift in de Universiteitsbibliotheek van Leiden aanwezig is. Hij laat

hierin verdere rekentrucs zien, o.a. zijn berekening van de oppervlakten van stalactietengewelven die in middeleeuwse moskeeën voorkomen. Kort geleden is hierover een video uitgekomen, en in het wereld wiskundejaar 2000 wordt al-Kashi in het Iraanse Kashan met een speciale conferentie herdacht.

### Literatuur:

Petr Beckmann, A History of Pi, New York: St. Martin's Press, 1971.

Biografie van al-Kashi: A.P. Yuschkevitch, B.A. Rosenfeld, artikel: al-Kashi, in: C.G. Gillispie (ed.), Dictionary of Scientific Biography, New York, Scribner's Sons, 1934, vol. 7, pp. 255-262.

Brieven van al-Kashi: E.S. Kennedy, A Letter of Jamshid al-Kashi to His Father: Scientific Research at a Fifteenth Century Court. *Orientalia* 29 (1960), pp. 191-213; M. Bagheri, A Newly Found Letter of Al-Kashi on Scientific Life in Samarkand, *Historia Mathematica* 24 (1997), pp. 241-256.

Al-Kashi's  $\pi$ -berekening: Der Lehrbrief über den Kreisumfang, übersetzt und erläutert von P. Luckey, herausgegeben von A. Siggel, *Abhandlungen der deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Klasse für Mathematik und allgemeine Naturwissenschaften*, Jahrgang 1950 Nr.6, Berlin: Akademie-Verlag, 1953. Toelichting bij de worteltrekking: zie J.P. Hogendijk, Twee vertellingen over  $\pi$ , *Euclides* 55 (1979), p. 407.

Ptolemaïsch wereldbeeld: Olaf Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense University Press, 1974.

Video: Yvonne Dold-Samplonius, Qubba for al-Kashi, Universiteit van Heidelberg, 1997; te verkrijgen bij de American Mathematical Society ([www.ams.org/bookstore](http://www.ams.org/bookstore))

Verdere literatuur over al-Kashi is te vinden in de bibliografie over middeleeuwse Arabische wiskunde op <http://www.math.uu.nl/people/hogend/islamath.html>

Dr. Jan Hogendijk is verbonden aan de vakgroep wiskunde van de Universiteit Utrecht.