Solutie ende Werckinghe

op twee geometrische vraghen by Willem Goudaen inde jaren 1580 ende 83 binnen Haerlem aenden kerckdeure ghestelt, mitsgaders propositie van twee andere geometrische vraghen

tsamen door

Ludolph van Colen

gheboren in Hildesheim

Ghedruckt t' Amstelredam by Cornelis Claesz. opt water, by die oude Brugghe. Anno 1584

Aan den Goetwillighen Leser.

Dewijle God, van wien alle goede gaven comen, alleen alle eere toecoemt sullen uwer E. niet meenen dat ick de naevolghende Willem Goudaens tot Haerlem aengheslagen twee questiones ghesolueert ende in druck uitghegeven hebbe dier meyningh om yet meer te willen schynen dan ick ben noch oock den voorsz. Goudaen in zyn deuchdelick officie (soo hy dat noemt) te verhinderen; maer alleen om my te verantwoorden van tgunt hy my achter rugghe in zyne schriften t'onrecht naegheeft, dwelck hy in mijn teghenwoordicheyt niet en heeft derven veel min connen bewyzen. Ende opdat nu den Goetwillighen Leser (der saecken gheschiedenissen onbekent) wete waertoe dese myne redenen strecken, sal ick hier int corte doch warachtelycken den handel my metten voorsz. Goudaen wedervaren (hoewel niet waerdich om lese) verhalen. Den 17 Juny 1583 my by den Eersamen Clement Cornelisz. Brouwer tot Delft (t'mijnen huyse comende) anghedient zijnde — dat hy tot Haerlem aende kerckdeure op een bort affghetrocken hadde sien hanghen een Geometrische figuere met een schriftelyck nooden ende beroepinghe van allen Liefhebberen der const Arithmetica ende Geometria ende belooninghe van eenen prys, by den voorsz. Goudaen opghestelt, voor den ghenen die vraghe der voorsz. figueren voor den 27 Juny beantwoorden conde — heb ick uit yver ende liefde der const den 21 Juny my tot Haerlem omtrent de kerckdeure laten vinden, alwaer den voorz. Willem Goudaen corts daerna ghecomen ende de voorsz. figuer met een ander bort ende gheschrift ghesloten. Ick aen hem versochte visie der voorsz. figuer ende gheschriften, dewijle ick seyde alleen tot dien eynde aldaer gecomen te syne, twelck hy, ghebruyckende een onvriendelyck ghelaet ende veele uitweghen, weygherde te doene, segghende onder andere dat ick te laet quam, maer dat ick my den 1 July tsynen huyse soude laten vinden om (mits ghevende leergelt) de solutie van hem te leeren, waer op ick antwoorde in sulcken gheringe sake zijn leering my niet nodich te zijne. Na vele vergheefsche ende belaechlicke woorden by hem ghebruyct is hy doch ten lesten door toedoen van eenighe omstaenderen die my kenden ghedrongen gheweest my visie van de voorsz. figuere (hoewel ongaerne) te gunnen. Welke Propositie by memorie ghenamen, heb ic die vraghe (also daer weynich const ryckheyt in gheleghen was) des anderen daechs te 7 uren smorgens lichtelick ghesolueert ende de solutie in bywesen van Michiel van Woerden Secretarius aldaer den voorsz. Goudaen aengheboden. Maer en wilde tselve niet aensien veel min ontfangen, singende metten koeckoeck zynen sang compt den eerste July leeren etc.

Siende nu dat hy d'selve solutie weygherde t'aenvaerden, sy ick oock door zyne ongherijmde woorden gheoorsaeckt gheweest de voorsz. figuere mitsgaders de solutie van dien, daerby ghevoeche noch een exempel der voorsz. propositien niet seer onghelick (welck ick hem te beantwoorden schonck), opentlick doen aenslaen, ende also wederomme na Delft ghereyst. Onlangs daerna heeft den voorsz. Willem Goudaen (twelc hy met meerder eeren had naghelaten) een gheschrift met weynigh bescheets teghen my aenslaghen inhoudende neffens veel lasterende en vermetele woorden, dat ick de solutie niet hadde ghetreft, dat hy niet mercken conde dat die gheluckighe const (so hy die noemt) by yemant anders te doceren was dan alleen by hem, dat men oock inde vergaderinghe — daer de const by hen soude worden onderricht — besluyten soude met wat actie men teghen my (soo verre ick erghens te vinden ware) soude procederen soo ick hem niet en ghehoorsaemde ende opten eersten July. niet en compareerde etc.

Deze zyne vermetentheden hebben my doen verlanghen met wat wapenen hy (teghen de waerheydt) met my wilde een ophef doen, en my derhalven op die reyse begheven. Nu op den 1 July tot Haerlem ghecomen heb ick verselschapt met Michiel van Woerden en Dirck Spijker, beyde Secretarissen, ende met Mr. Heyndrick Dirckszoon my ghevonden ten huyse vanden voorsz. Goudaen, sittende aldaer met eenighe mannen, alwaer hy ghetoont heeft d'articulen ende conditien die souden moeten worden onderhouden by den ghenen die syne gheluckighe const begheerden te leeren, welck aldaer opentlick door Michiel voornoemt werde ghelesen, inhoudende onder ander (hier noodeloos verhaelde) onnutte ende belachlycke punten: dat alle den ghene, die door Willem Goudaen willen gheleert wesen souden moeten tellen hondert Daelders oft ten minsten hondert guldens. Item dat die principael passagien ende middelen ende weghen der gheluckiger const en practijck by hem alleene nu (meenende den eersten Julij) ende anders niet ghedoceert soude werden (daer hy nochtans in ander artickel dach naem tot op en eersten Augusti). Ten lesten werden ghelesen dese worden. Comende me tot de ghepromitteerde volcomenheyt vande replijcke by my teghen eenen (die hem niet heeft laten kennen) alhier binnen Haerlem op den 25 Junij aende kerckdeure gheslaghen, verclare ick expresselijck in teghenwoordicheyt van u allen, dat dese onbekende, achtervolghende de propositie, de questie niet heeft ghesolueert, ende de ghemelde gheluckige const ende practijck die hier sal ghedoceert worden niet heeft ghetreft, twelck hem selfs ghenoechsaem sal bewijsen ende opentlijck blijcken dese selve ghedoceert wesende, want ick dan in alle manieren gherechticht ben om my te houden aen t'inhouden vande propositie der questie, ende oock volghende dese artijckelen ghemerct (seyt desen gheleerden man) my in mijn tegenwoordige exercitie, voor dese reyse de authoriteyt competeert protestere ick desen aenghaende tot gheen eyghentlijcke bekentenisse gehouden wesen, ten sy dat dese onbekende hem eerst openbare ende alsulcke zijn solutie als hy te weghe can brenghen (achtervolghende d'ordonnantie) Hier nu ghesloten ghefigilleert inne brenge, om dan verder ghedaen te werden naer t'inhouden van alle ander articulen, twelck, is dat niet gheschiet; sal moghen worden verstaen hem malicieuselicken of vermetenlijken onderwonden te hebben, my in mijn goet voornemen te willen perturberen ende verhinderen, oock onordentlick van mijn deuchdelijck officie te willen dringhen, sulcx dat ick niet en twyfele uwer E. sullen permitteren, om teghen den selven (ist datmen hem can vinden) geprocedeert te werden als teghen eenen moetwillighen perturbeerder, etc.

Dese ende meer andere belachlijcke beuselinghen in mijn presentie ghelesen antwoorde ick: Willem Goudaen om alle dese voorghelesen articulen te beantwoorden souden my wapenen ghebreken doch ist noodeloos dewijle my die ten minsten deel niet aen en gaen ben oock daerom niet hier gecomen: maer alleenlick om te hooren ende sien met wat bewijsredenen ghy mijn solutie op d'aengheslaghen vraghe sult willen wederlegghen welcke mijne solutie oock zylcr is dat ick die niet besloten en behoeve over te geven maer vry voor alle verstandighe opentlijck mach ghetoont werden: hebbe hem hier mede de solutie mitsgaders het werck waer door d'selve was voortcomende gepresenteert: maer Willem Goudaen voor hem neder siende en niet een woort sprekende scheen wel op die tijt verslaghen ende met geen bewijsredenen teghen mijn solutie voorsien te zijne. Doch ic hebbe hem mijn schrift ende werck gheopent en ghetoont tot hem sprekende besiet dit werck soo verre ghy mijn solutie en werck cont met bewijs wederleggen sal ic U voor elcke letter die ick ghemist heb een gouden croone schencken Maer den geleerden man bleeft verstomt sitten twelck geen ghetuychnis gaf dat hy soude oft conde doen tgene hy hem in zijn schriften als oock by monde soo heerlijck beroemt hadde: Dies ick sprack tegens de ghehele vergadering Goede Heeren en Vrienden Nademael bhy hoort en siet dat Willem Goudaen mijn presentatie niet en wil aennemen en mijn solutie weyghert voor goet te kennen en nochtans de selve niet en can met bewijs als hy beroemt heeft wederleggen Sal ick alhier thoonen attestatie van eenighe der const verstandige die mijn werck ende solutie ghesien voor oprecht gheproeft en tot orconde van dien met hem eyghen handen gheteykent hebben dese attestatie ghethoont ende by Michiel van Woerden Secretaris overluyt ghelesen zijnde sprack ick tot Willem Goudaen het geeft my wonder na dien ghy by openbare angeslaghen schriften u vele beroemt ende groote dingen belooft dat ghy (stil zwijghende) nu inder daet u bewijs niet en laet blijcken selfs opten dach by u daer toe beroepen waer op een ander die naest den verstomden Goudaen sat antwoorde ghy behoort u werck besloten in te leggen en voorts d'articulen onderhouden soo salmen opten eersten Augusti weten wat ghy uitgerecht hebt. Aengande de ghelesen articulen seyde ick ben ick niet onderworpen naedemaelick niet en begeere te leeren (vanden ghenen diet schijnt selver niet te verstaen) tgene ick teghenwoordelick bewijse selfs te connen. Het is vermetelijck dat ghy (sprekende tot Goudaen) openlijck hebt doen lesen alsulcke geluckighe cunst (so ghy die noemt) door u alleen ende niemant anders gheleert te worden ghenomen oft de const onder u beruste (twelc niet en blijct) so en soudet gheen Jonghen ick laet staen bedaechden man als ghy zijt betamen sich te roemen alleen de Const te hebben dewyle God allen naerstighen in dese ende andere consten wetenschap geeft: hebbe hem hier mede andermael mijn solutie en 'twerck van dien ghethoont met presentatie soo hy twijfelen mochte tselve by my niet gedaen te zijne dat hy my op staende voet een dierghelijcke oft andere questie zoude proponeren ick soude die eer ic van daer scheyde in hen alder presentie solueren ende voldoen: Maer ick clopte voor eens douemans doere des ick ten laesten de vergadering aldus heb aenghesproken Goede Heeren ende Vrienden uwe E. hebben ghehoort ende verstaen dat ick Willem Goudaen vol op presentere doch al te verghefs daer uit uwe E. lichtelijck connen mercken dat hy niet en can volbrenghen tgene hy hem beroemt en teghen my aengheslagen heeft begeere daerom aen Willem Goudaen dat hy zijn Schriften teghen my sal innemen oft soo niet dat ick gheorsaect sy tee toonen dat hy my onrecht doet dwelck den voornoemden Goudaen (wetende geen bewijsreden noch wederlegginghe by te brengen) my beloofde te doene mits dat ick van ghelijcke mijn schrift afnemen soude waer op hy my een dronck biers toedronck ende ick hem bescheyt ghedaen mitsgaders malcanderen de hant ghegeven hebbende zijn alle (met vrientschap soo ick waende) ghescheyden. Maer dat den voorsz. Goudaen alsdoen gheveynstlijck pleechde ende soo voor als na onbillick teghens my handele sullen alle onpartijdighe uit het voorgaende en navolgende claerlick spoeren: want hoewel hy ten aensien van tgunt tusschen ons (als boven) gheschiet was wel behoorde my onbemoeyt te laten (ghelijck ick noyt zijn schande veel min mijn eere maer alleen uit liefde de const te oeffenen ghesorcht hadde) So heeft hy nochtans daer na in een zijn uitgegeven schrift (ghenaemt openbare presentatie) sich onderwonden my wederomme met veel lasteren te schelden ende mijn werck te verachten niet tegenstaende hy tselve in mijn en der luyden presentie niet en heeft (oft nemmermeer en sal) connen wederleggen noch oock in zijn voorsz. schrift niet een letter en stelt dienende tot weerlegginghe van tgene hy berispt of tot bewijs van tgunt hy hem roemt. Ende al ist dat ick hem met ghelijcke munte wel soude connen betalen soo wil ick hem nochtans het kijven lasteren ende roemen alleen behouden ende my ghenoeghen laten dat ick die Solutie zijner voorsz. vraghen (die hy soo hooch ja bijcans ondoenlijck acht nochtans gheringh zijn) werckelijck ende met meer dan een wech oft middel al de werelt voor ooghen stelle bereet zijnde tselve den onverstandigen t'onderrichten ende teghen alle wedersprekers in presentie van alle der const verstandighe (wiens oordeel ic my gaerne onderwerpe) te verdadighen. Hier by voeghende twee by my gheproponeerde exemplen daer ic Willem Goudaen (in plaetse van weer lasterens) mede vereere.

Propositie by Willem Goudaen anno 1580 tot Haerlem aengheslaghen. Soo hy die dicteert.

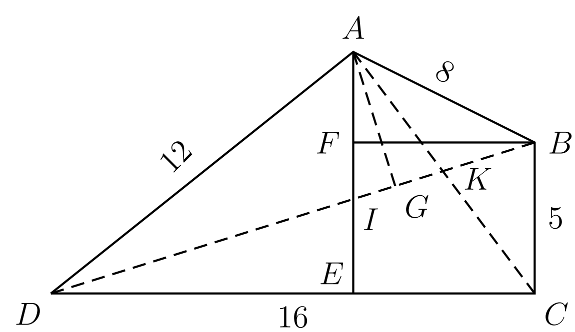
Het was hier voormaels (seyt Willem Goudaen) een eerbaer man zijnde een Liefhebber der liberaler consten Arithmetica, ende Geometria, die hadde eenen vier hoeckighen Acker, wesende na de hier navolghende figuer geteekent met A, B, C, D, welcke alle uitwendige linien bekent sijn, in alsulcken ghetalen als aen d'selve gheteeckent staen, makende de linien DC ende BC eenen rechten hoeck. Desen eerbaren man, na zijn welghevallen begheerde mede te weten de langte van de inwendige linie die uit den punct A perpendiculaer vallende is op die linie DC. Inden puncte E zijnde alsulcke de ende gemeenste van nature de beqaemste om met behulp van dien aream superficialem deser figueren te vinden (hadde den eerbaren man met my te rade ghegaen ick soude hem een bequamer perpendiculaer hebben ghetoont waer door hy veel behender ende lichtelijcker tot aream der superficie gecomen soude zijn), welcker linie hem ontgaen was. Daerom heeft hy uit liefde van dese liberale conste, allen Liefhebberen, ende exercitateurs deser const, beroepen die hy wiste te becomen, daertoe ophanghende eenen betamelijcken Prijse, welcken den ghenen ghenieten soude, die dese linie binnen den tijt van drie maenden eerst conde vinden, met expresse verclaringhe van allen passagien middelen, ende weghen gheen uitghesondert, ten minsten van alsulcke by hem directe, ende constrijcke geacht zijnde etc. So dan tot deser tijt toe noch niemant de Propositie, ende tversoeck van desen eerbaren Man heeft connen voldoen, heeft Willem Goudaen, Anno 1580 (ghelijck hy schrijft) van wegen des voornoemden Mans, begeert aen alle die de liberalen consten Arithmeticam, ende Geometriam, beminnen ende exerceren, dat sy willen die linie te voorschijn brenghen met verclaringhe van alle passagien, middelen ende wegen als boven, etc.

Dat nu Willem Goudaen den gront tverstant ende differentie syner propositien so hy die aen andere versoecke ende voorstelt selfs niet en verstaet blijckt genoeghsaem in syn schrift ghenaemt Openbare presentatie daer hy folio 8 verso verhaelt dese woorden.

Dat oock een yegelick Liefhebber deser liberaler consten Arithmetica ende Geometria middel mochte hebben, om den ghemelden prijs ende eere te winnen, ende alsoo tot exercitie der selver const werden verwect ende verlustighet, dwelck wel schijnt van noode te wesen, gemerct de reken-conste Algebra (sonder behulp van welcke dese Questie niet mach werden gesolveert) by na is geheelick vervallen, ende in vergetelheyt gecomen, etc.

Hier gheeft Willem Goudaen opentlick te kennen dat hy niet beter en weet of de voorsz. vrage moet of en can niet door Cos beantwoort worden (welck een groote onwetenheyt is immers van sulcken geleerden Man die hem laet duncken te boven te gane alle gheleerde die seer heerlick in deser const over veel jaeren hebben geschreven) daer nochtans ick als een gering verstandige in desen de selve op veel manieren buyten Cos (twelck hy onmoghelick seyt) wete te solveren waer van hier het bewijs ende werck volght.

Solutie sonder Cos.



Aengesien den rechten winckel BCD vinde ick voor BD $\sqrt{281}$. Op de selve hebbe ick een perpendiculaer uyt den winckel A ghetrocken inden punte G wert also DB in twee deelen ghedeelt als DG ende GB welcke delen bekent werden door de 13de propositie des tweeden boecr Euclidis ende zijn DG $\sqrt{115\frac{1061}{1124}}$, GB $\sqrt{35\frac{1061}{1124}}$ dewijle nu dese deelen bekent zijn is (aenghesien den rechten winckel AGB of DGA) AG de perpendiculaer licht te vinden als $\sqrt{28\frac{63}{1124}}$. Merckt de twee triangels AIG ende DIE hebben over al ghelijcke winckels dat de winckels AIG ende EID gelijck zijn is te bewijsen met de 15de propositie des eersten Boecr Euclidis ende de rechte winckels G ende E zijn mede den anderen gelijck daerom moeten die overige winckels als D ende A ghelijcken zijn. Item de winckels I ende B zijn den anderen gelijck uyt de 29ste des eersten Boecr Euclidis daerom is goet te bewijsen uyt de vierde propositie des sesten boecr Euclidis dat de syden des triangels DBC ende de syden des triangels AGI geproportioneert zijn te weten de welcke gelijcke winckels besluyten etc. Sal nu voortaen het werck stellen ende de woorden sparen. Den verstandighen deser const sal mijn meeninghe wel mercken ende de waerheyt bevinden.

Als DC (16) teghen BC (5) alsoo AG $\left(\sqrt{28\frac{63}{1124}}\right)$ teghen GI facit $\sqrt{788375/287744}$. Als BC (5) teghen DB $\left(\sqrt{281}\right)$ alsoo GI $\left(\sqrt{788375/287744}\right)$ teghen AI, comt $\sqrt{31535/1024}$. Substraheert GI van GD, rest $\sqrt{130321/1124} - \sqrt{788375/287744}$. Soo lang is ID.

Set wijder inde Regel als volght:
als DB $\left(\sqrt{281}\right)$ teghen BC (5) also ID $\left(\sqrt{130321/1124} - \sqrt{788375/287744}\right)$ tegen IE. Comt voor EI $3\frac{119}{562} - \sqrt{19709275/80856064}$. Hier toe geaddeert AI als $\sqrt{3\frac{1535}{1024}}$ comt tsamen de geheele linie AE $\sqrt{25\frac{44215}{78961}} + 3\frac{119}{562}$, de begeerde perpendiculaer linie.

Ander werckinge op de voorsz. Vrage, door Coss.

Ick stelle voor die geheele perpendiculaer linie AE $1x$. Als dan doet FA $1x - 5$ ende procedere vort als volght:

$$\begin{array}{r} 1x-5 \\ 1x-5 \\ \hline 1x^2-10x+25 \end{array}\times \quad \text{van} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ \hline 64 \end{array}\times$$

rest $10x - 1x^2 + 39$ voor tquadraet FB ende voor de linie FB $\sqrt{10x+39-1x^2}$. Die onthoude ick ende soecke d'selve noch op een ander maniere, also ic addeer de quadraten EA ende EC tsamen (merckt EC is gelijck FB). Uyt de somma extraheer ick den quadraet-wortel, comt de linie AC, te weten $\sqrt{10x+39}$. In den tweeden boeckr Euclidis Propositie 13 wert bewesen dat beyde de quadraten van DC ende AC tsamen meerder zijn dan dat quadraet AD om het selve dwelck tweemael begrepen wert vande gantsche linie DC ende den stucke EC. Nu doen beyde quadraten $295 + 10x$, daervan 144 ghetrocken (tQuadraet van DA) rest $151+10x$. Dit divideert door het duplat van DC comt $(151+10x)/32$. Dit is mede de Linie EC oft FB, de welcke den voor behouden ghelijck is: als $\sqrt{10x+39-1x^2}$ ghelijck $(151+10x)/32$.

$$\begin{array}{r} 151+10x \\ 151+10x \\ \hline 151 \\ 755 \\ 151 \\ \hline 22801+3020x+100x^2 \\ \hline 1024 \end{array}\begin{array}{l}\times \\ \\ \\ \\ + \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1024 \\ 10x+39-1x^2 \\ \hline 10250x+39936-1024x^2 \end{array}$$

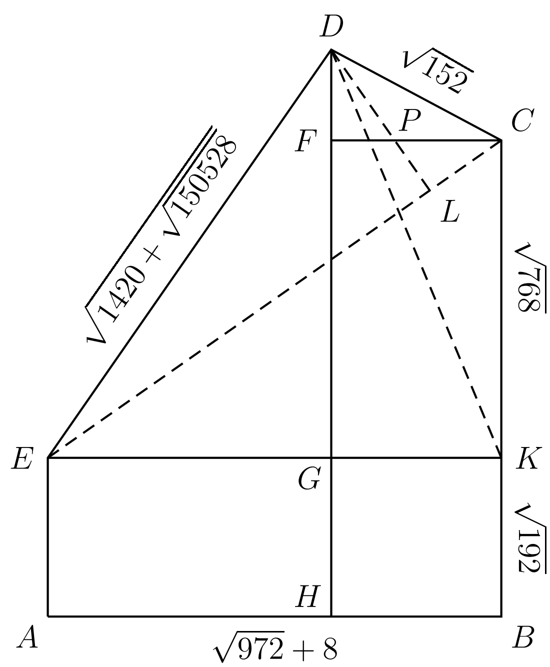
$$10250x+39936-1024x^2 \text{ ghelijck } 22801+3020x+100x^2$$

comt $\frac{7230x+17135}{1124}$ ghelijck $1x^2$. Facit $1x$ $\sqrt{25\frac{44215}{78961}}+3\frac{119}{562}$ voor de lengde vande perpendiculaer linie AE als vooren.

Om den inhout des geheelen ackers te vinden heeft men de linie AE niet van doene, is oock gheensins de bequaemste, twelck Willem Goudaen gelooven moet, mijn werck siende als volght.

Multip. AG ($\sqrt{31535/1124}$) met $\sqrt{281/4}$, de helft van BD. Compt $\sqrt{31535/16}$ [=] $\sqrt{1970\frac{15}{16}}$ voor den triangel ABD; ende multipliceert BC (5) met 8 (de helft van DC), comt 40 voor de triangel BCD. Somma tsamen $\sqrt{1970\frac{15}{16}}+40$, den inhout des ackers $ABCD$.

Solutie op die vrage der figueren door Willem Goudaen (hoe wel nochtans niet zijn inventie) aengheslaghen anno 1583.



De winckel AB ende K zijn gherecht. Vraghe na DH. Na dien de gheheele perpendiculaer DH (op het stuck FD na) bekent is daerom heb ick deselve gesocht door Cos als volght. Ick sette DF $1x$. Als dan is FC langh $\sqrt{152-1x^2}$. Die onthoude ick ende soeckse ander mael door de 13e Propositie des tweeden Boeckr Euclidis, vinde daervoor $\frac{\sqrt{768x^2}+\sqrt{3072}+268}{\sqrt{972}+8}$ of

$$\frac{\sqrt{192x^2}+\sqrt{768}+134}{\sqrt{243}+4}.$$

Dese is gelijck $\sqrt{152-1x^2}$. Verder multipliceer ick op yder syd quadrate, comt

$$152-1x^2$$
gelijck
$$\frac{192x^2+768x+\sqrt{13790208x^2}+\sqrt{55160832}+18724}{259+\sqrt{15552}}.$$

Multipliceer op yeder syde met $259 + \sqrt{15552}$, comt

$$192x^2 + 768x + \sqrt{13790208x^2} + \sqrt{55160832} + 18724$$
$$\text{ghelijck}$$
$$39368 + \sqrt{359313408} - 259x^2 - \sqrt{15552x^2x^2}.$$

Dit is $1x^2$ ghelijck $\frac{20644+\sqrt{132907008}-\sqrt{13790208x^2}-768x}{451+\sqrt{15552}}$ facit $1x$ $\frac{3176-\sqrt{318828}}{451+\sqrt{15552}}$, dat is $8-\sqrt{12}$. Hier toe gedaen HF als $\sqrt{1728}$, compt voor de gheheele perpendiculaer linie $\sqrt{1452}+8$.

Ander werkinge op de voorsz. vrage sonder Cos.

Merckt de perpendiculaer linie DL is getogen uyt den winckel D op de linie EC, doorsnijdende FC inden punte P. Als dan worden gesien twee triangels als FDP en PLC de welcker zijden tegen een ander oock tegen de zijden des triangels EKC geproportioneert zijn, twelck licht is te bewijsen uyt de 15ste des eersten en 4de des sesten boeck Euclidis. Nu is EC lang $\sqrt{1804+\sqrt{248832}}$. Soect nu LC en ooc DE perpendiculaer door de 47ste des eersten en 13de des tweeden Boeck Euclidis. Ghy sult vinden voor LC $(134+\sqrt{768})/(\sqrt{451+\sqrt{15552}})$ ende voor DL perpendiculaer $(\sqrt{49152}+26)/(\sqrt{451+\sqrt{15552}})$. Werckt voort als volcht.

Als EK $(\sqrt{972}+8)$ teghen CK $(\sqrt{768})$, also LC $\left(\frac{134+\sqrt{768}}{\sqrt{451+\sqrt{15552}}}\right)$ teghen PL. Comt voor PL

$$\frac{384+\sqrt{3447552}}{\left(\sqrt{(243)}+4\right)\left(\sqrt{451+\sqrt{15552}}\right)}.$$

Dit ghesubstraheert van DL, rest noch PD.

$$\begin{array}{ll} & \sqrt{768} \\ \text{Multipl.} & \sqrt{192} \\ \hline \text{Comt} & 384 \end{array} \times$$

$$\begin{array}{ll} & 134 \\ \text{Multipl.} & \sqrt{192} \\ \hline \text{Comt} & \sqrt{3447552} \end{array} \times$$

[Hulpberekeningen bij de vermenigvuldiging van $\sqrt{768} = 2\sqrt{192}$ **en** $134+\sqrt{768}$**.]**

$$\begin{array}{rr} & 512 \\ & \underline{234} + \\ 128 & 746 \\ \underline{9} \times & \underline{746} \times \\ 1152 & 4476 \\ \underline{3} \times & 29840 \\ 3456 & \underline{522200} + \\ \underline{104} + & 556516 \\ 3560 & \underline{3} \times \\ & \sqrt{1669548} \end{array}$$

[Hulpberekeningen bij de vermenigvuldiging van $\sqrt{49152} + 26 = 128\sqrt{3} + 26$ en $\sqrt{243} + 4 = 9\sqrt{3} + 4$.]

$$\begin{array}{r} 1072 \\ \underline{746} - \\ 326 \\ \underline{326} \times \\ 1956 \\ 7520 \\ \underline{97800} + \\ 106276 \\ \underline{3} \times \\ 318828 \end{array}$$

[Hoe van $\sqrt{1669548}$ en $\sqrt{3447552}$ één wortel te maken.]

[Nu trekt Van Ceulen daadwerkelijk PL af van DL. Hiertoe moeten teller en noemer van DL met $\sqrt{243} + 4$ worden vermenigvuldigd. Vervolgens berekent Van Ceulen het verschil door te gebruiken $\sqrt{1669548} = \sqrt{556516 \cdot 3} = 746\sqrt{3}$ en $\sqrt{3447552} = \sqrt{1149184 \cdot 3} = 1072\sqrt{3}$. Zie de hulpberekeningen.]
Die heb ick onder ghelijcke noemers gebracht ende gesubstraheert als volgt:

$$\begin{array}{rr} & \sqrt{49152} + 26 \\ & \underline{\sqrt{243} + 4} \times \\ & 3560 + \sqrt{1669548} \\ \text{Sub.} & \underline{384 + \sqrt{3447552}} - \\ \text{Rest} & 3176 - \sqrt{318828} \end{array}$$

Dese rest divideert door $\sqrt{451 + \sqrt{15552}}$ ende door $\sqrt{243} + 4$, sal comen voor PD

$$\frac{3176 - \sqrt{318828}}{\left(\sqrt{243} + 4\right)\left(\sqrt{451 + \sqrt{15552}}\right)}.$$

Wijders als EC $\left(\sqrt{1804 + \sqrt{248832}}\right)$ tegen EK $(\sqrt{972} + 8)$, also DP $\left(\frac{3176-\sqrt{318828}}{\sqrt{451+\sqrt{15552}}}\right)$ tegen DF. Comt voor DF $\frac{3176-\sqrt{318828}}{451+\sqrt{15552}}$. Divideert nu den teller door den noemer, sal comen $8 - \sqrt{12}$, dat is de lanckte van het stuck DF twelck onbekent was. Daertoe gedaen HF als $\sqrt{1728}$ comt $\sqrt{1452} + 8$ voor perpendiculaer als boven.

De velding der figuren $AEDCKB$ vinde ick op het bequaemste alsoo: de perpendiculaer DL multiplicere ick met de helft van CE, comt $\sqrt{49152} + 26$. Daerna multipliceer ick CK met AB, comt $864 + \sqrt{49152}$. Somma tsamen $890 + \sqrt{196608}$ voor het inhout der figueren.

Dit is het werck.

$$
\begin{array}{llll}
 & & & \begin{array}{r} 18 \\ \underline{16} \times \end{array} \\
\text{Multipliceert} & \begin{array}{r} \sqrt{972}+8 \\ \underline{\sqrt{768}} \times \\ 864+\sqrt{49152} \end{array} & \begin{array}{r} 768 \\ \underline{64} \times \\ 49152 \end{array} & \begin{array}{r} 108 \\ \underline{180} + \\ 288 \\ \underline{3} \times \\ 864 \end{array}
\end{array}
$$

[**De berekening van $\frac{1}{2}DL \cdot CE$.**]

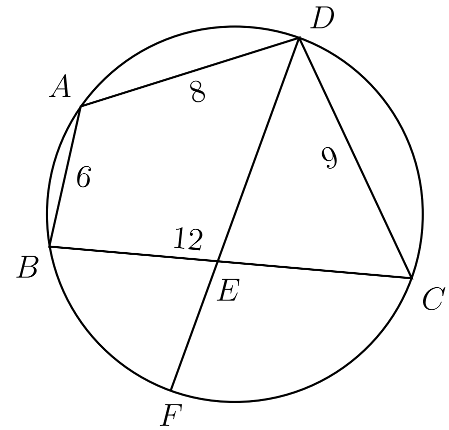
Ick hebbe hier beminde Leser in deser leste solutie genoeghsaem betoont dat der ghelijcke questien veel lichter buyten dan door Algebra, (hoe wel Goudaen schrijft tselve buyten Algebra niet te moghen gheschieden) connen gesolveert werden soo verre men verstandelijck met den bynomischen ghetalen can omgaen. Oock was mijn voornemen hier noch verscheyden andere manieren (die ick op dese questie hebbe) te stellen maer dewijle den hervaren Meester Nicolaes Pietersz. d'selve op etlicken manieren mede constich heeft ghesolveert ende ghedruckt zijn hebbe ick noodeloos geacht op alsulcken geringen sake meer wesens te maken. Bidde ende versoecke aen allen deser const verstandige ende Liefhebberen dese mijne (daer toe gedrongen) verantwoordinghe ende geringen arbeydt so goetlijck te willen opnemen ende verstaen ghelijck als tselve goet hertelick is, doende uwer alder E. goetwillighen.

Ludolf van Colen

Hier volghen twee Vraghen ghedaen ende ghestelt door Ludolf van Colen.

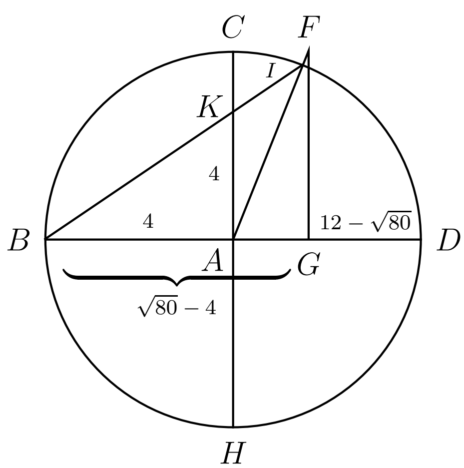
De eerste Vraghe

Een gheschict viercant is in eenen circkel beschreven wiens winckels raecken de circonferentie. AB doet 6, BC 12, CD 9 ende DA 8. Den diameter die uyt den winckel D getrocken is deelt de zyde BC in twee rationale deelen inden punct E. Vrage hoe lang elck insunderheyt is mitsgaders de langhte van FE ende ED. [cf. Aritmetische en Geometrische Fondamenten p. 210.]



De tweede Vraghe

Op de diameter BD hebbe ick een perpendiculaer gheset geteeckent met GF soo langh zijnde als AC den halven diameter ende uyt dat centrum A een rechter linie ghetooghen raeckende het eynde der Linie GF int punte F. D'selve door snijdet de circonferentie in I, vanden selven puncte is ghetrocken noch een Linie op het eyndt des diameters gheteeckent B. Die selve linie IB doorsnijdet den diameter CH in K. Nu is de vraghe naer BK, IK, CK ende HK als den diameter doet 8 ende BG $\sqrt{80} - 4$ ende GD $12 - \sqrt{80}$). [cf. Aritmetische en Geometrische Fondamenten p. 222.]



Met dese voor gestelde twee questiones werdt Willem Goudaen vrientlic vereert midts dat hy d'selve volcomen beantwoorde en my mede toont de leste passagie middel ende wech daer door zijn aengeslagen questie mach beantwoort worden binnen tijt van drie eerstcomende maenden waer voor ic hem sal schenken (inde plaetse van een tinnen canne) een fijnen silveren beker: welcke gratuiteyt ja meerdere hem van rechtsweghen sal toecomen als eenen hoochverstandigen die niet alleen met woorden dan oock met der daet bethoont dat hy is (ghelijck hy hem selven beschrijft) een correcteur ende restaurateur der erreuren inder vervallen (soo hy seyt) const Algebra, den welcken ick God bevele van soo goeder herten als ick gaerne ware zijnen ende een yder goede vrient. *Ludolf van Colen*