

Sanskriet teksten en vertalingen

Het vers “*nihatya cāpavargeṇa*” van Mādhava (ca. 1350-1420).

Een vers in het śloka-metrum: coupletten met 4 keer 8 lettergrepen.

nihatya cāpavargeṇa cāpam tattatphalāni ca
 haret samūlayugvargais trijyāvargahataiḥ kramāt
 cāpam phalāni cādho 'dho nyasyopary upari tyayet
 jīvante saṅgraho 'syaiva vidvān ityādinā kṛtaḥ

Vertaling: Nadat de boog en alle (eerdere) resultaten met het kwadraat van de boog vermenigvuldigd zijn, moet men delen door de kwadraten van de even getallen plus de wortels daarvan, maal het kwadraat van de straal, op volgorde. Nadat de boog en de resultaten onder elkaar opgeschreven zijn, moet men van beneden naar boven aftrekken. Een samenvatting hiervan staat in het vers *vidvān*.

Het vers *vidvān* van Mādhava.

vidvāṃs tunnabalaḥ kavīśanicayaḥ sarvārthaśīlasthiro
 nirviddhāṅganarendrarauṅ nigaditeṣv eṣu kramāt pañcasu
 ādhastyād guṇitād *abhīṣṭad* dhanuṣaḥ kṛtyā vihr̥tyantima-
 syāptam śodhyam upary upary *atha* ghanenaivam *dhanuṣy* antataḥ

De wijze koning wiens leger verslagen is verzamelt de beste raadgevers om zich heen en blijft in alles standvastig; dan verslaat hij de koning wiens leger nog niet vernietigd is.

Wanneer deze vijf getallen in volgorde uitgesproken zijn, degene onderaan vermenigvuldigd met het kwadraat van de gegeven boog, en nadat je gedeeld hebt, moet het quotiënt steeds worden afgetrokken van wat daarboven staat, maar het laatste moet met de kubus, (en dan afgetrokken) van de boog die aan het einde (bovenaan) staat.

De Cosinus: verzen van van Mādhava.

In plaats van de Cosinus gebruiken de Indiërs vaak de Sinus Versus (“omgekeerde sinus”), d.w.z. $R - \text{Cos}(a) = R \cdot (1 - \cos(a))$

Eerste vers:

“Nadat we de eenheid en de resultaten van elke (vermenigvuldiging) met het kwadraat van de boog hebben vermenigvuldigd, delen we ze succesievelijk door de kwadraten van de even (getallen) minus hun wortels, vermenigvuldigd met het kwadraat van de straal. Maar deel de eerste door twee keer de straal. Nadat we de resultaten onder elkaar hebben opgeschreven, trek af naar boven toe. Aan het eind komt de Sinus Versus.”

Tweede vers:

stenāḥ strīpiśunaḥ sugandhinaganud bhadrāṅgabhavyāsano
mīnaṅgo narasiṃha ūnadhanaḥkr̥dbhūr eva ṣaṭsveṣu tu
ādhasṭhyāt gunitād abhīṣṭadhanuṣaḥ kṛtyā vihr̥tyāntima-
syāptaṃ śodhyam upary upary atha phalaṃ syādutkramasyāntyajam

Dief, bedrieger van vrouwen, beweger van de geurige berg, met stralende ledematen en gelukkig gezicht, met ledematen als een vis, Narasiṃha, veroorzaker van vermindering en vermeerdering (allemaal namen van de god Vishnu). Als deze zes (getallen bekend zijn), moet het laatste getal vermenigvuldigd worden met het kwadraat van de gegeven boog, en nadat er gedeeld is (door het kwadraat van de kwartcirkel) moet het quotiënt afgetrokken worden (van het vorige getal), en zo verder naar boven. Het eindresultaat is de waarde van de Sinus Versus.

Commentaar van Śankara op het vers *nihatya*

“We vermenigvuldigen de eerste gegeven boog met het kwadraat van de gegeven boog. Het kwadraat van het even (getal twee) plus de wortel is het getal zes; we moeten delen door het kwadraat van de straal vermenigvuldigd met dat. Het quotiënt is het eerste resultaat. Je moet dit onder de gegeven boog schrijven.

Dan, als we dit eerste resultaat vermenigvuldigd hebben met het kwadraat van de gegeven boog, en het kwadraat van de straal vermenigvuldigd hebben met het kwadraat van vier plus de wortel, d.w.z. het getal twintig, dan moeten we het eerste (product) daardoor delen. Het quotient is het tweede resultaat. We moeten dat onder het eerste resultaat schrijven.

Verder, nadat we het tweede resultaat met het kwadraat van de gegeven boog hebben vermenigvuldigd, en nadat we het kwadraat van de straal met het kwadraat van zes plus de wortel, (d.w.z.) het getal twee en veertig, (hebt vermenigvuldigd) moet men daardoor delen. Het quotient is het derde resultaat.

Als we meer en meer resultaten berekend hebben, en ze op volgorde onder elkaar geschreven hebben, moeten we het onderste aftrekken van wat daarboven staat, en dat voor allemaal.

Als we zo naar boven werken en aan het einde komen, dan is de rest die van de boog overblijft de sinus van de gegeven (boog).

Het is nodig om het aantal resultaten te beperken omdat verdere resultaten erg klein zijn,”

Commentaar van Śankara: op het vers *vidvān* (verdeling in zinnen (1), (2), enz. is van JH)

“Hoe kan de eerste berekening van de sinus de oorsprong zijn van deze tweede?

(1) De getallen in de berekening van de resultaten voor de boog van de kwartcirkel zijn precies de getallen (die Madhava gebruikt) in de berekening van de resultaten voor de gegeven boog.

(2) Als je de kubus van de boog van de kwartcirkel deelt door het kwadraat van de straal maal 6, krijg je een eerste resultaat (voor de kwartcirkel).

(3) Als je dat eerste resultaat (voor de kwartcirkel) vermenigvuldigt met de kubus van de gegeven boog, en deelt door de kubus van de boog van de kwartcirkel, krijg je het eerste resultaat voor de gegeven boog.

(4) Het tweede resultaat is (het eerste resultaat) vermenigvuldigd met de kwadraat van de boog en gedeeld door de deler.

(5) Dus het tweede resultaat (voor de kwartcirkel) vermenigvuldigd met de kubus van de gegeven boog en het kwadraat van de gegeven boog, gedeeld door de kubus van de kwartcirkel en het kwadraat van de kwartcirkel is het tweede resultaat voor de gegeven boog.

(6) En als er wordt vermenigvuldigd en gedeeld door de kubus en twee keer het kwadraat, komt er het derde resultaat (voor de gegeven boog uit het derde resultaat voor de kwartcirkel). Op dezelfde manier voor het vijfde resultaat moet er een keer met de kubus worden vermenigvuldigd en gedeeld en vier keer met het kwadraat. En dat moet worden afgetrokken van het vierde resultaat; en omdat het vierde niet kleiner is dan het vijfde, is er een rest.

(7) Als je het vijfde resultaat (voor de kwartcirkel) een keer hebt vermenigvuldigd met het kwadraat van de gegeven boog en een keer hebt gedeeld door het kwadraat van de kwartcirkel, is de uitkomst niet gelijk aan het vierde resultaat (voor de kwartcirkel), en dan moet je het van het vierde resultaat (voor de kwartcirkel) aftrekken.

Dan is het derde resultaat (voor de kwartcirkel) groter dan de rest van het vierde resultaat (voor de kwartcirkel).

Als je deze rest van het vierde resultaat een keer hebt vermenigvuldigd met het kwadraat van de gegeven boog en gedeeld hebt door het kwadraat van de kwartcirkel, moet de uitkomst afgetrokken worden van het derde resultaat. Op deze manier moeten steeds vermenigvuldiging en deling worden uitgevoerd op weg naar boven.

De rest van het derde resultaat moet dan worden afgetrokken van het tweede resultaat (voor de kwartcirkel). En wat daaruit komt moet (na vermenigvuldiging en deling) worden afgetrokken van het eerste resultaat (voor de kwartcirkel).

Verder, als we de rest van het eerste resultaat (voor de kwartcirkel) hebben vermenigvuldigd met de kubus van de gegeven boog en gedeeld door de kubus van de kwartcirkel, dan is de uitkomst wat we moeten aftrekken van de gegeven boog om de sinus te berekenen.

**Mādhavas Sinustabel in verzen van 8 lettergrepen, eerste helft,
van 3°45' met intervallen van 3°45' tot 45°**

Sanskrit a decimalen Sin(a)

sreṣṭham nāma variṣṭhānām

himādrir vedabhāvanaḥ

tapano bhānuḥ sūktajño

madhyamaṁ vidhidohanaṁ

dhigājyo nā śanaṁ kaṣṭam

channabhogā śayāmbikā

mṛgāhāro nareśo yaṁ

vīro raṇajayotsukaḥ

mūlaṁ viṣudhaṁ nāśasya

gāneṣu viralā narāḥ

aśudhiguptā coraśrīḥ

saṅkukarṇo nageśvaraḥ

Vertaling van de eerste drie zinnen: de beste mensen hebben de beste naam. De bergen in de Himalaya zijn de oorsprong van kennis. De brandende zon kent de Vedische hymnen. (Enz.)

**Mādhavas Sinustabel in verzen van 8 lettergrepen, tweede helft,
van 48°45' tot 90°**

Sanskrit	a	decimalen	Sin(a)
tanūjo gar bh a j o mitraṃ			
śrīmān atra su kh ī sa kh e			
śaśī rātrau himā h āro			
vegajñaḥ pathisind h uraḥ			
chāyālayo gajo nīlo			
nirmalo nāsti satkule			
rātrau darpaṇam abhrāṅgam			
nāgas tuṅganakho balī			
dhīro yuvā kathā lolaḥ			
pūjyo nārījanair bhagaḥ			
kanyagāre nāgavallī			
deyo viśvasthalī bhṛguḥ			

Literatuur.

Inleiding: Kim Plofker, *Mathematics in India*, Princeton 2009, zie pp. 217-254 over wiskunde in Kerala.

Kim Plofker, Mathematics and its worldwide history, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5e reeks, 13 (maart 2012) pp. 45-53 (o.a. over de beredenering van de Sinusreeks in de school van Kerala). Gratis downloaden van <http://www.nieuwarchief.nl>

Kim Plofker, Relations between Approximations to the Sine in Kerala Mathematics, in: G. G. Emch, R. Sridharan, M.D. Srinavas, *Contributions to the History of Indian Mathematics*, Delhi 2005, pp. 135-152

Vertalingen van Sanskriet en Malayālam teksten:

David Gold, David Pingree, A hitherto unknown Sanskrit work concerning the Derivation of the Power Series for Sine and Cosine, *Historia Scientiarum* 42 (1991), pp. 49-65.

Venketeswara Pai et. al. ed., *Karaṇapaddhati of Putumana Somayājī*, New York and New Delhi, 2018.

K.V. Sarma, *Gaṇita-Yukti-Bhāsa (Rationales in Mathematical Astronomy) of Jyēṣṭha-deva*, Malayalam Text Critically Edited with English Translation, New Delhi 2008, 2 vols.

Rekenwebsite: <https://wolframalpha.com>

Controversiele literatuur:

G. K. Raju, *Cultural Foundations of Mathematics: The Nature of Mathematical Proof and the Transmission of the Calculus from India to Europe in the 16th c. CE*, Delhi 2007 (beweert dat de wiskunde die in Kerala is ontdekt in de 17e eeuw naar Europa is overgeleverd en daar de ontdekking van de differentiaal en integraalrekening heeft beïnvloed).

Bronvermeldingen:

Vers nihatyā voor de Sinus: Sanskriet in Gold-Pingree p. 53, vertaling Gold-Pingree p. 57, Plofker, *Mathematics in India* p. 237, zie ook Plofker, Mathematics and its worldwide history p. 49.

Vers vidvān voor de Sinus: Sanskriet in Gold-Pingree p. 53, vertaling Gold-Pingree pp. 57-58, Plofker, *Mathematics in India* p. 236

Eerste vers voor de Cosinus: Plofker, *Mathematics in India* p. 237.

tweede vers voor de Cosinus: Sanskriet gedeeltelijk in Plofker, *Mathematics in India* p. 236. vertaling Plofker, *Mathematics in India* p. 236. Zie voor deze verzen ook Rahu p. 117-119 met een tabel voor het kaṭapayādi systeem met de medeklinkers in het Sanskriet schrift.

Commentaar van Śāṅkara: in een anonieme versie in Gold-Pingree, vertaling pp. 57-59. (Het Sanskriet staat eerder in ditzelfde artikel).

Mādhava's Sinustabel: Plofker, *Mathematics in India* p. 246, de tabel in Sanskriet schrift met moderne vergelijking in Rahu p. 121-122, ook op Wikipedia.