Beiträge
zur Geschichte der Naturwissenschaften. XLVIII.

Über die Wage des Wechselns von *al Châzinî* und über die Lehre von den Proportionen nach *al Bîrûnî*.

In den Beiträgen XVII habe ich eine Übersicht über die bisher aus dem großen Werk von *al Châzinî* „Über die Wage der Weisheit" veröffentlichten Abschnitte gegeben. Ihnen ist noch beizufügen das Kapitel über den Preis von Edelsteinen nach *al Bîrûnî* (fol. 89^{b}—92^{a}) (Der Islam Bd. 2, S. 345ff.) und das Kapitel über die Stundenwage (Beiträge XXXVII)[1]. Im folgenden sollen noch die Stellen über die Wage des Wechselns (fol. 92^{b}—97^{b}) übersetzt werden; damit liegt bis auf fol. 33^{b}—35^{a} das Werk vollständig in Übersetzung vor. Die noch fehlenden Stellen behandeln Versuche von *al Bîrûnî* über das spezifische Gewicht, die Khanikoff im Auszug mitgeteilt hat, und die ich nach der Arbeit von *al Bîrûnî* selbst zu besprechen gedenke[2].

In dem Kapitel über die Wage des Wechselns wird eine zweiarmige Wage als eine ungleicharmige benutzt, um kaufmännische Aufgaben durch Wägungen zu lösen.

[1]) *Al Bîrûni* nennt unter den von ihm selbst verfaßten Werken (Chronologie, herausgegeben von E. Sachau, S. XXXXIII) eine Abhandlung: Erläuterung der Wage zur genauen Bestimmung der Zeiten. Bei der ausgiebigen Benutzung der Werke *al Bîrûnis* durch *al Châzini* ist nicht ausgeschlossen, daß seine Beschreibung der Stundenwage dieser Schrift entnommen ist. S. XXXXVI ist noch eine Schrift erwähnt: Über die Meßgefäße und die Wagen und die Richtschnur für den *Ṭajâr* und die Zungen (Balken) an der Wage.

[2]) Auszüge aus dem Werk von *al Châzini* und eingehende Besprechungen mancher Stellen finden sich in den Erlanger Dissertationen von Th. Ibel. 1908 und H. Bauerreiß. 1914.

Nach einigen einleitenden Worten werden bei *al Châzinî* die Eigenschaften von Verhältnissen und Proportionen behandelt. *Al Châzinî* stützt sich hierbei auf ältere Quellen, seine Ausführungen stimmen fast wörtlich mit denen von *al Bîrûnî* in seinem *Kitâb al Tafhîm*[1]), das außerdem noch Beispiele gibt, überein. Ob nun *al Châzinî* hier die Werke *al Bîrûnîs* selbst benützt hat oder beide eine ältere Quelle, mag dahingestellt bleiben; doch ist ersteres nicht unwahrscheinlich, da er sonst sich vielfach auf die Arbeiten des großen Gelehrten stützt[2]). Ich gebe die Übersetzung nach dem *Kitâb al Tafhîm* und füge aus dem Werk von *al Châzinî* hinzu, was in ersterem etwa fehlt.

I. Über die Lehre von den Proportionen[3]).

Statt die Sätze über die Proportionen, wie die Araber, in Worten zu geben, schreibe ich meist die entsprechenden Formeln, also statt „Überschuß der ersten Größe (a_1) über die zweite (a_2)" „$a_1 - a_2$" u. s. w.

Die in den Proportionen vorkommenden Größen sollen mit $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ bezeichnet werden. —

[1]) Vgl. hierzu Beiträge XVII, S. 8. Die Berliner Handschrift 5666 enthält den Abschnitt nicht, die Berliner Handschrift 5665 den Schluß, die Oxforder Handschrift 282 hat ihn dagegen ganz.

[2]) Bemerkt sei, daß sich die betreffenden Definitionen nicht so in der Schrift von *al Bîrûnî* über die Proportionen finden, die den Titel hat *Maqâla Abu'l Raiḥân Muḥammed Ibn Aḥmed al Bîrûnî* über die *Râschikât* der Inder (India Office London Katalog von O. Loth Nr. 1043). Auch in seinem Werk über spezifische Gewichte erwähnt *al Bîrûnî* „*al Râschik*". Dabei bemerkt er, daß die Inder von links nach rechts schreiben.

In der Schrift über die *Râschikât* sagt *al Bîrûnî*: Die Inder nennen es (das Verhältnis) *trayo Râschik*, d. h. Besitzer der drei Orte; *Râsch* ist *al Burg* (Tierkreiszeichen) und *Râschik* ist der Ort in dem Bild (*Ṣûra*), denn ihre Astronomen nennen die 12 Häuser (*Bait*) *Râschik*. Sie verzeichnen nur diese drei, da bei den Aufgaben (*Mu'ṭâ*) die bekannten Größen drei sind.

Nach einer freundlichen Mitteilung meines Kollegen Prof. Geiger bedeutet *râśi* im Sanskrit zunächst „die Gruppe", dann „das Tierkreiszeichen", wohl als Gruppe von Sternen, und *râśika* „aus *râśis* bestehend".

Das Werk *Fi Râschikât al Hind* führt *al Bîrûnî* selbst unter seinen Schriften auf (Chronologie ed. Sachau S. XXXXII).

Interessant ist, daß unter den Aufgaben der Schrift über die *Râschikât* sich solche über Zucker und den *Manganiq*, eine Kriegsmaschine, finden.

[3]) Zu Proportionen vgl. Beiträge XIV, S. 18.

Im *Kitâb al Tafhîm* werden die Definitionen als Antworten auf eine Frage gegeben. Die hier in Betracht kommenden Stellen lauten:

1. Was ist der Teil (*Guz'*) und die Ähnlichen (Ganzen, Vielfachen, *Amṯâl*, Pl. von *Miṯl*)? Wird eine Größe (A) durch eine [andere] Größe (B) *oder eine Zahl (A) durch eine [andere] Zahl (B)*[1]) einmal nach dem anderen gezählt, so heißt das Resultat, falls A kleiner ist als B, Teil von B. Es ist die kleinere Größe (kleiner als 1). Ist das Resultat größer [als 1], so heißt das Resultat „die Ähnlichen", für (A) in bezug auf diese Zahl (B)[2]). Statt des Wortes *Amṯâl* benutzt man auch das Wort *Aḍ'âf* (Pl. von *Ḍi'f*, das dieselbe Bedeutung hat).

*Tritt der Teil wiederholt auf, so heißt das wiederholte „Teile" des Größeren.

Die zuerst erwähnte Zahl (A) heißt „die vorhergehende (*muqaddam*)" und die zu zweit genannte „die zweite".

Die vorhergehende ist in Bezug auf die zweite ein Teil, Teile, ein Ganzes, mehrere Ganze, ein Ganzes und ein Teil, ein Ganzes und mehrere Teile, mehrere Ganze und ein Teil, mehrere Ganze und mehrere Teile*[3]).

2. Was ist das Verhältnis (*Nisba*)? Das Verhältnis bezeichnet einen Zustand für etwas, das zwischen zwei gleichartigen Gegenständen besteht. Aus ihr ergibt sich der Betrag des einen aus demjenigen des anderen, wenn letzterer mit ersterem verbunden wird[4]), wie z. B. bei der Verwandtschaft zweier Personen. Ist der Verwandtschaftsgrad bekannt und wird die eine der beiden Personen als bekannt angenommen, so ist auch die andere infolge dieses Verhältnisses bekannt. Ein Beispiel hierfür ist, daß, wenn *Zaid* der Vater von *'Amr*, daraus folgt, daß *'Amr* im Verhältnis eines Sohnes zu *Zaid* steht. Ebenso ist es hier. Ist zwei die Hälfte von einer Zahl, so ist diese Zahl das Doppelte von zwei; das Doppelte von zwei ist aber vier. Und vier ergibt sich mit Hilfe der Halbierung (*Naṣfîja*).

3. Was ist die Proportion (*mutanâsib*)[5])? Sie besteht in der Gleichheit zweier Verhältnisse, dann von mehreren. Zum mindesten besteht sie

[1]) Die Stelle zwischen ** fehlt bei *al Bîrûnî*.

[2]) Wir würden *Gus'* als Bruch, *Amṯâl* als die Ganzen übersetzen. Wird z. B. A = 11 durch B = 5 gezählt, so ist $^1/_5$ ein Teil, 2 die Ganzen (*Amṯâl*). — Der Text ist sehr kurz gefaßt und daher schwer verständlich; ich hoffe im Obigen den Sinn getroffen zu haben.

[3]) Diese Stelle zwischen * * steht nur bei *al Châzinî*, auf „die vorhergehende" und „die zweite" kommt *al Bîrûnî* später zu sprechen.

[4]) Das folgende ist nach *al Châzinî*, der ausführlicher ist, mitgeteilt. Bei *al Bîrûnî* heißt es dann: So sagt man z. B. zu einem Mann „Vater", wenn er mit seinem Sohn verbunden, und „Sohn", wenn er mit seinem Vater verbunden wird. Entsprechend ist ein Ding die Hälfte eines zweiten, und das zweite das doppelte des ersten.

[5]) *Al Châzinî* benutzt das Wort *Tanâsub*.

aus drei Größen[1]). Ein Beispiel ist, daß das Verhältnis fünf ist. Dann ist die erste ein Fünftel der zweiten und die zweite ein Fünftel von der dritten. (Als Zahlenbeispiel gibt *al Bîrûni* 1, 5, 25.)

4. Was sind die in Proportion stehenden Größen? Es sind im [allgemeinen] vier. Es ist $a_1 : a_2 = a_3 : a_4$, einerlei ob $a_2 = a_3$ ist oder nicht[2]).

Zu ihren Eigenschaften gehört, daß $a_1 \cdot a_4 = a_2 \cdot a_3$ entsprechend dem Gegenüberstellen der beiden Durchmesser ist [in der in der Figur gegebenen Anordnung]. Die Division (Quotienten) sind dagegen gleich entsprechend dem Gegenüberstellen[3]) der beiden Seiten, d. h. $a_3/a_1 = a_4/a_2$ und $a_2/a_1 = a_4/a_3$.

5. Was ist die vorhergehende (*muqaddam*) und was die zweite (*ṯâni*) Größe? Die vorhergehende ist die von den beiden Größen eines Verhältnisses zuerst genannte, sie steht im Verhältnis zur zweiten, und die zweite Größe ist diejenige, die zuletzt genannt wird.

6. Was ist die Umkehr (*'Aks*) des Verhältnisses? Es ist $a_2 : a_1$ (5 in unserem Beispiel) wie $a_4 : a_3$. Statt *'Aks* (das Verhältnis) sagt man auch dessen *Chilâf* (Gegenteil).

7 Was ist der Umtausch (*Ibdâl*) des Verhältnisses? Es ist $a_1 : a_3 = a_2 : a_4$. In unserem Beispiel ist es $^1/_3$.

8. Was ist die Zusammensetzung (*Tarkib*) des Verhältnisses? Es ist $(a_1 + a_2) : a_2 = (a_3 + a_4) : a_4$. In unserem Beispiel ist es $1^1/_5$.

9. Was ist die Zerteilung (*Tafṣil*) des Verhältnisses? Es ist $(a_1 - a_2) : a_2 = (a_3 - a_4) : a_4$.

Da aber in unserem Beispiel die erste Größe kleiner ist als die zweite, so ist diese Zerteilung zwischen ihnen erst nach der Umkehr des Verhältnisses möglich, d. h. man nimmt das Verhältnis des zweiten zum ersten, so daß das Glied, das im Verhältnis das zweite war, das vorhergehende wird. In unserem Beispiel wird das Verhältnis vier Ganze.

10. Die Umkehrung (*Qalb*) des Verhältnisses ist $a_1 : (a_1 - a_2) = a_3 : (a_3 - a_4)$. Wenn wir in unserem Beispiel die Umkehr vornehmen (statt 1 : 5 nehmen wir 5 : 1), so ist das Verhältnis 5 Ganze. Das Verhältnis $a_1 : (a_1 - a_2)$ wird dann $1^1/_4$.

[1]) *Al Châzini* fügt bei: Dann ist der Betrag (*Qadr*) der ersten von der zweiten gleich dem Betrag der zweiten von der dritten. Zu ihren Eigenschaften gehört, daß das Produkt der ersten mit der dritten gleich demjenigen der zweiten mit sich selbst ist.

[2]) *Al Bîrûni* gibt als Beispiel: $\begin{array}{c|c} 1 & 5 \\ 3 & 15 \end{array}$, *al Châzini*: $\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 4 \\ \hline 3 & 6 \\ \hline \end{array}$

Im arabischen Text ist natürlich, was hier links ist, rechts und umgekehrt, bei *al Bîrûni* steht bei 1, 5, 3, 15 beziehungsweise „die erste", „die zweite", „die dritte", „die vierte" [Größe].

(An einer der ersten Figur entsprechenden steht bei 1 die erste die vorhergehende, bei 3 die zweite die zweite, bei 5 die dritte die vorhergehende, bei 15 die vierte die zweite.)

[3]) *Al Bîrûni* hat *Taqâbul*, *al Châzini* *Tafâṣul*.

11. *Nisba al Musâwât al muntaẓima*[1]). (Das Verhältnis der wohlgeordneten Gleichmäßigkeit (Gleichheit)). Es ist[2]) $a_1 : a_2 = a_3 : a_4$ und $a_2 : a_5 = a_4 : a_6$ u. s. w.[3])

[Als Beispiel werden 6 Linien gezeichnet, an denen Zahlen stehen, so daß $a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_3 = 3$, $a_4 = 15$, $a_5 = 20$, $a_6 = 60$ ist.]

Bei dieser Art des Verhältnisses sind die Enden untereinander proportional, d. h. $a_1 : a_5 = a_3 : a_6$.

In unserem Beispiel ist $a_1 : a_2 = {}^1/_5$ und $a_2 : a_5 = {}^1/_4$. Diese liegen in den Einern. Daher ist das Verhältnis $a_1 : a_5$ $^1/_5$ von $^1/_4$ gleich $a_3 : a_6$.

12. Was ist die *Nisba al Musâwât al muḍṭariba* (das Verhältnis der schwankenden Gleichmäßigkeit)? Diese hat man, wenn

$$a_1 : a_2 = a_4 : a_6 \text{ und } a_2 : a_5 = a_3 : a_4.$$

Dann läßt man die mittleren fallen, und es bleiben die Enden proportional, d. h. $a_1 : a_5 = a_3 : a_6$[4]).

[Als Beispiel werden wieder als Linien nebst Beischriften gegeben $a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_3 = 3$, $a_4 = 12$, $a_5 = 20$, $a_6 = 60$.]

In unserem Beispiel $a_1 : a_2 = {}^1/_5$ und ebenso $a_4 : a_6$; $a_2 : a_5$ und $a_3 : a_4$ ist $^1/_4$; das Verhältnis von $a_1 : a_5$ und $a_3 : a_6$ ist $^1/_4$ von $^1/_5$[5]).

13. Was ist das durch Wiederholung verdoppelte Verhältnis (*al Nisba al muṯannât bi'l Takrir*)? Wenn Größen a_1, a_2 . . . ununterbrochen aufeinanderfolgen, und gilt

$$a_1 : a_2 = a_2 : a_3 = a_3 : a_4 = \text{u. s. w.},$$

so ist das Verhältnis $a_1 : a_3$ das durch die Wiederholung verdoppelte Verhältnis $a_1 : a_2$ $\left(a_1 : a_3 = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2}{a_3} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2\right)$ und $a_1 : a_4$, das durch die Wiederholung

[1]) Diese und die folgende *Nisba* behandelt *al Châzini* nicht.

[2]) Es werden sechs Größen a_1, a_2 . . . a_6 betrachtet.

[3]) Es dürfte „wohlgeordnete Gleichmäßigkeit" bestehen, wenn die Zähler der zweiten Proportion gleich den Nennern der ersten sind und auch an entsprechender Stelle stehen.

Man kann deshalb die beiden Proportionen in der Form schreiben

$$a_1 : a_2 : a_5 = a_3 : a_4 : a_6.$$

Oder wenn man 2_n Zahlen zugrunde legt,

$$a_1 : a_2 : \ldots\ldots : a_{n-1} : a_{2n-1} = a_n : a_{n+1} : \ldots\ldots : a_{2n-2} : a_{2n}.$$

$$\text{Oder:} \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_n}{a_{n+1}}; \quad \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_{n+1}}{a_{n+2}}; \quad \ldots\ldots; \quad \frac{a_{n-1}}{a_{2n-1}} = \frac{a_{2n-2}}{a_{2n}}.$$

[4]) Hiernach dürfte schwankende Gleichmäßigeit im folgenden bestehen; im Verhältnis zu oben sind die Ausdrücke $\frac{a_4}{a_6}$ und $\frac{a_3}{a_4}$ vertauscht.

Legt man 2_n Zahlen zugrunde, so heißen die Proportionen:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_{2n-2}}{a_{2n}}; \quad \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_{2n-3}}{a_{2n-3}}; \quad \ldots\ldots; \quad \frac{a_{n-1}}{a_{2n-1}} = \frac{a_n}{a_{n+1}}.$$

[5]) Im letzten Satz ist der Text nicht ganz in Ordnung. Ich habe sachgemäß übersetzt.

verdreifachte $a_1 : a_4$ und $a_1 : a_5$ das durch die Wiederholung vervierfachte $a_1 : a_2$ u. s. w.

Denn offenbar ist, wenn z. B. das Verhältnis $^1/_2$ ist, die erste Größe die Hälfte der zweiten und die Hälfte der Hälfte der dritten; wir sagen die Hälfte zweimal und die Hälfte der Hälfte der vierten, und wir sagen die Hälfte dreimal.

Ebenso kann man ein anderes Verhältnis als die Hälfte festsetzen, wie $^1/_3$ und $^1/_4$ und die anderen Bruchteile. Mit dem Vielfachen ist es ebenso.

14. Was ist das zusammengesetzte Verhältnis (*al Nisba al mu'allafa*)?[1] Es gleicht dem eben besprochenen Verhältnis (Nr. 13). Nur ist jenes aus zwei gleichen Verhältnissen zusammengesetzt, wie z. B. $^1/_2$ von $^1/_2$ und dieses aus zwei verschiedenen Verhältnissen, wie z. B. $^1/_4$ und $^1/_5$. Man hat dieses, wenn ein Verhältnis aus zwei Größen besteht und zwischen sie eine andere Größe gesetzt wird. Das erste Verhältnis ist zusammengesetzt aus dem Verhältnis einer der beiden Größen zu der mittleren und durch das Verhältnis der mittleren zu der anderen, gerade wie der Abstand zwischen zwei Orten aus den Abständen der Tagereisen zusammengesetzt ist. Und manchmal wird es abgeleitet von der Zusammensetzung durch die Wiederholung. Man sagt, das Verhältnis der ersten Größe zu der dritten ist gleich dem Verhältnis der ersten zu der zweiten, vielfach durch das Verhältnis der zweiten zu der dritten.

Die Bezeichnung als *Ta'lif* ist schöner [als die als *Taṭnija*]. Beispiel: Das Verhältnis von 2 : 12 ist das Verhältnis $^1/_6$. Schieben wir dazwischen 4 ein, so ist das erwähnte Verhältnis zusammengesetzt aus dem Verhältnis 2 : 4, d. h. dem Verhältnis $^1/_2$ und dem Verhältnis 4 : 12, d. h. dem Verhältnis $^1/_3$. Die Hälfte von $^1/_3$ ist aber $^1/_6$. Dabei ist es gleichgültig, ob wir $^1/_2$ von $^1/_3$ oder $^1/_3$ von $^1/_2$ sagen.

Bei der Umkehr ist das Verhältnis 12 : 2, d. h. dem Verhältnis von sechs Ganzen; es ist zusammengesetzt aus 12 : 4, das ist das Verhältnis von 3 Ganzen und aus dem Verhältnis 4 : 2, d. h. 2 Ganzen, denn dreimal 2 Ganze oder zweimal 3 Ganze gibt 6 Ganze.

II. Über die Wage des Wechselns.

Wir wenden uns jetzt zu der Übersetzung der Stelle über die Wage des Wechselns von *al Châzinî*.

Siebente *Maqâla*. Über die Wage des Wechselns.

Wir haben hiermit die Behandlung der Wasserwage, die Wage für die Edelsteine und die Metalle zu Ende geführt, wobei wir die Metalle

[1]) Diese Art der Proportion hat in der Astronomie eine Anwendung gefunden, denn *al Birûnî* führt unter den Schriften die *Abû Naṣr Manṣûr Ibn 'Alî Ibn 'Irâq* in seinem Namen ausgeführt hatte, auf: „Bestimmung der Himmelsbögen nach einer anderen Methode als der Methode der *Nisba al mu'allif.*" (Chronologie S. XXXXVII.)

das eine nach dem anderen[1]) untersucht haben und zwar nach ihrem Wesen (ihrer inneren Eigenschaft *ma'nan*) und ihrem gesetzmäßigen Verhalten (*ḥukman*), nicht nach ihrer äußeren Form. Daher bedürfen wir der Wasserschale[2]) und des Gefäßes, in das sie eingetaucht wird, nicht mehr. Wir entfernen daher diese beiden Teile. In den meisten Fällen verwendet man die beiden Schalen an den beiden Enden und die eine bewegliche (*minqala*) Schale (Laufschale); in einigen Fällen bedarf man aller verschiebbaren Schalen. Im letzten Teil [der *Maqâla*] werden wir noch andere Wagen behandeln, damit das Buch vollkommen sei. Es umfaßt sechs Kapitel (*Bâb*)[3]).

Erstes Kapitel. Von den einleitenden Bemerkungen über das Verhältnis (*Nisba*), dessen man bei den Geschäften bedarf.

Hieran schließen sich die oben unter Proportionen behandelten Gegenstände als Abschnitt (*Faṣl*) 1—5, dann kommt

Sechster Abschnitt. Über das umgekehrte Verhältnis (*Takâfû al Nisba*); dies ist der Fall, wenn die zweite und dritte Größe (*Nisba*) auf einer Seite und die erste und vierte auf der anderen Seite stehen [während man doch nach der gegenseitigen Zuordnung erwarten sollte, daß die erste und zweite auf der einen und die dritte und vierte auf der anderen Seite stehen]. Dies Verhältnis zeigt sich bei den Gewichten der Schnellwage (*Qaffân*). Das Verhältnis des Abstandes des Hakens am Gewicht von der Aufhängevorrichtung (Achse) zu dem Abstand des Laufgewichtes (*Rummâna*) ist gleich dem Verhältnis des Gewichtes der *Rummâna* zu dem Gewicht in der Schale, welchem sie das

[1]) Ich gebe hier eine Zusammenstellung der vorkommenden Geld-, Längen- und Gewichtseinheiten; dabei ist zu beachten, daß diese sich vielfach von Gegend zu Gegend ändern, wie sich auch aus unserem Texte ergibt.

Ein *Dirham* als Münze hat ungefähr den Wert eines Franken. Anfangs waren 10, später 12, noch später 15 *Dirham* gleich einem *Dinâr*, dessen Goldwert etwas über 13 Franken betrug (v. Kremer, Kulturgeschichte Bd. 1, S. 15, Anm., vgl. übrigens S. 12).

Ein *Miṭqâl* wiegt etwa 4,5 g und ist gleich $1^3/_7$ *Dirham* als Gewicht, so daß 1 *Dirham* = 3,15 g ist. 1 *Miṭqâl* hat 6 *Dânak*, so daß 1 *Dânak* = 0,75 g. 1 *Mann* ist rund 2 Pfund.

1 Elle ist rund $^1/_2$ m.

Zu Münzen, Maßen und Gewichten vgl. übrigens H. Sauvaire im Journal asiatique in den ersten Bänden der achten Serie.

[2]) Es ist dies die Schale, in die die Gegenstände gelegt werden, die in das Wasser eingetaucht werden, um ihren Gewichtsverlust zu bestimmen.

[3]) Es ist noch ein siebentes Kapitel über die Nivellierwagen (Erdwagen) angeschlossen. In den letzten Kapiteln besteht in der Einteilung eine gewisse Verwirrung, da sie nicht mit derjenigen in der Einleitung übereinstimmt.