

Het oudste gedrukte Nederlandse Rekenboekje

De Koninklijke Bibliotheek te Brussel bezit een exemplaar van een uiterst zeldzaam zestiende-eeuws rekenboekje, dat als titel draagt : *Die maniere om te leeren cyffren na die rechte consten Algorismi. Int gheheele ende int ghebroken* (verder als de *Maniere* geciteerd). Naar alle waarschijnlijkheid is dit anoniem werkje de oudste gedrukte Nederlandse arithmetica, en als dusdanig verdient het wat nader te worden bestudeerd (1). Op wiskundig gebied bevat het niets origineels ; toch is het boekje niet onbelangrijk, o. a. om de inlichtingen die het geeft over de Nederlandse wiskundige terminologie bij het begin van de 16de eeuw. In een volgend artikel hopen wij bovendien aan te tonen, dat de invloed van *Die Maniere* groter is geweest, dan men bij een eerste kennismaking zou denken.

Van *Die maniere om te leeren cyffren* zijn drie uitgaven bekend. De oudste verscheen te Brussel in 1508 ; de drukker ervan is Thomas van der Noot. De titelpagina is hierbij afgedrukt. Het boekje, in 8°, bevat 48 ongenummerde bladen (2). In het kolofon (bl. 47b) leest men : « Gheprint bi mi Thomas vand' Noot Woenende indie prince-

(1) Door de historici van de rekenkunde werd tot nu toe weinig aandacht besteed aan dit werkje. D. J. Struik vermeldt het in zijn artikel « Mathematics in the Netherlands during the first half of the XVIth century », *Isis*, 25, 1936, blz. 50. In zijn studie « Het woord miljoen in oude Nederlandsche rekenboeken », *Tijdschrift voor Nederlandsche taal- en letterkunde*, 50, 1931, blz. 176, verwijst hij naar de tweede druk. Uit wat hij schrijft, blijkt echter dat hij geen van beide uitgaven zelf heeft gezien. Een meer uitvoerige beschrijving van de tweede druk geeft C. P. Burger Jr. in het artikel « ABC-penningen of rekenpenningen », *Het Boek*, 18, 1929, blz. 199-202.

(2) Voor een meer uitvoerige beschrijving, zie : W. Nijhoff en M. E. Kronenberg, *Nederlandsche bibliographie van 1500 tot 1540*, deel I, nr 1482.

lijke stadt van Bruessel Inde Zeeridder Anno. 1508. In septembre 9 daghen. »

De tweede uitgave werd gedrukt te Antwerpen bij Willem Vorsterman. Ze is ongedateerd en de enigszins gewijzigde titel luidt nu : *Die maniere om te leeren cijfferen ende rekenen metter pennen ende metten penningen Na die gherechte conste Algorismi. Int gheheele ende int ghebroken.* Op de titelpagina is de tafel van vermenigvuldiging vervangen door een staande houtsneerand met ernaast onder elkaar in het rood gedrukt de woorden : Hond'tdusent, Thiendusent, Duysent, Hondert, Thien, Eene. Naast elk ervan staat één rode en vier gedeeltelijk op elkaar liggende zwarte cirkelschijven, die rekenpenningen voorstellen. Tussen de regels staat telkens een kleinere zwarte cirkelschijf. Een analoge voorstelling vindt men op de titelpagina van de direkt te vermelden derde druk. Deze afbeelding staat in verband met het laatste deel van het werkje, waarin het rekenen met penningen of leggeld wordt geleerd. Dit deel ontbreekt in de Brusselse uitgave, wat ook het verschil in de titel van de twee drukken verklaart. In het kolofon van deze Antwerpse druk leest men : « Gheprint in die vermaerde coopstadt van Antwerpen. buyten die camer poorte In den gulden Eenhoren. bi mi Willem vorsterman ». Het boekje, in 8°, bevat 52 ongenummerde bladen. Mejjuffrouw Kronenberg beschrijft het in de *Nederlandsche bibliographie van 1500 tot 1540* onder nr. 3494 ; ze dateert het circa 1510. Een exemplaar wordt bewaard in de Universiteitsbibliotheek te Amsterdam.

In 1569 werd het boekje nogmaals herdrukt te Antwerpen door Jan van Ghelen. De titel is dezelfde als in de eerste Antwerpse druk. Ook de figuur met de rekenpenningen werd van de voorgaande druk nagetekend. Het boekje, dat 44 ongenummerde bladen telt, sluit met het kolofon : « Gheprint Thantwerpen op die Lombaerde veste inden witten Hasewint by my Jan van Ghelen Int Jaer M.CCCCC. ende LXIX. » Ook van deze druk bezit de Amsterdamse Universiteitsbibliotheek een exemplaar.

Door M. E. Kronenberg (3) wordt het vermoeden uitgesproken dat ook in 1527 een deel van de *Maniere* herdrukt werd als bijvoegsel

(3) W. Nijhoff en M. E. Kronenberg, *Nederlandsche bibliographie van 1500 tot 1540*, deel 2, blz. 520 en 606.

van een *Calengier* (kalender). In een artikel over Jan Seversz. (4), de vermoedelijke drukker, geeft ze de volgende beschrijving van het waarschijnlijk unieke exemplaar van het werkje : « Het boekje, in 16°, begint met een *Calengier* van 8 bladen, loopende over de jaren 1527-1550, gevolgd door « *Die Maniere om te leeren cijfferen ende rekenen metter pennen* », die ook 8 bladen beslaat. Hoogst eenvoudige sommetjes van een soort, die hedendaagsche, goed gedresseerde schoolkinderen zeker al in de 3e of 4e klasse kunnen oplossen. Dan nog 4 bladen met « *Die eualuatie vanden gouden penningen* », berekend op 1 Maart 1526. » Uit die beschrijving blijkt, dat het bijvoegsel van de *Calengier* zeker geen volledige herdruk van de *Maniere* kan zijn. Of het een herdruk is van een deel ervan en van welk deel, kan ik voor het ogenblik niet uitmaken, daar ik er tot nu toe niet in geslaagd ben te ontdekken waar het enige exemplaar van de *Calengier* zich voor het ogenblik bevindt. In het artikel vermeld in noot 4 vertelt Mejuffrouw Kronenberg hoe ze, na een « spannende jacht » die anderhalf jaar duurde, er in juli 1923 in slaagde de toenmalige eigenaar van het boekje te ontdekken, de heer W. H. Jervis Wegg in Londen. Sindsdien is het boekje weer enkele malen van eigenaar veranderd. De Londense boekhandelaar-antiquaar Bernard Quaritch schreef mij het volgende : « As regards the *Calengier*, Mister Jervis Wegg died some time before 1941 and his books were sold at Sotheby's on the 29th April 1941. The *Calengier* was lot 408 in that sale and was bought by Messrs. E. P. Goldschmidt. » Van de firma Goldschmidt vernam ik, dat het boekje enkele jaren geleden verkocht is aan een « private customer ». Wie deze laatste is, heb ik tot nu toe niet kunnen achterhalen.

**
*

We gaan nu over tot een nadere kennismaking met de inhoud van de *Maniere*. Hierbij maken wij gebruik van de Brusselse druk ; verschillen met de Antwerpse drukken zullen wij eventueel vermelden (afgezien van loutere verschillen in spelling).

(4) Lotgevallen van Jan Seversz. boekdrukker te Leiden (c. 1502-1524) en te Antwerpen (c. 1527 - c. 1530), in : *Het Boek*, 13, 1924, blz. 24-29. Zie ook : *Nederlandsche bibliographie van 1500 tot 1540* onder nr 3295.

De *Maniere* bevat een direkt op de praktijk gerichte uiteenzetting van de « conste Algorismi », dit is het rekenen met Indo-Arabische cijfers (5). De Prologus begint met een lofrede op de arithmetica (bl. 2a-2b) (6).

Want onder die seuen vrie consten gheen en es die alleen wesen mach dan Arithmetica. want Logica Phisica sond' Grammatica niet sijn en moghen. noch Musica Geometria Astronomia Retorica niet connen wesen sonder Arithmetica. so es Arithmetica bi natuerlicken redenen eenen yeghelijck wel nootelijc te leeren eer hi eenich vanden anderen consten beghint te leeren. Alsoe ons die heyliche leeraer sint Augustijn beschrijft segghende aldus Nemo ad diuinarum humanarumque rerum cognitionem accedat nisi prius artem numerandi bene addiscat Dat es te segghen (Nyemant en can hemelsche noch eertse dinghen gheweten hi moet irst wel connen die conste vanden getale. dats Arithmetica. Dit selue is ons oock bewisende Aristoteles primo elencorum segghende Qui non sunt prompti numeros ferre a scientijs expelluntur. Dats tsegghen (Die niet rasch en sijn inder tellinghen worden versteken van allen consten) Daerom heb ick voer mi ghenomen een luttel na mijn cranck vermoghen te tracteren van dye edele vri const Arithmetica hoemen die leeren sal biden specien Algorismi...

De auteur merkt verder op, dat het nodig is de *specien*, dit zijn de bewerkingen (7), te leren in de aangegeven volgorde, « anders doedi verloren arbeyt ».

Men kan in de *Maniere* drie delen onderscheiden : het eerste (hoofdstukken 1 tot 7) leert de bewerkingen met gehele getallen, het

(5) Algorismi (ook Algorithmi, Algorithmus, enz.) is een Latijnse verbastering van de naam van de Arabische wiskundige Muhammed ben Mūsā al-Khwārizmī (eerste helft van de 9de eeuw). Hij schreef o.a. een werk over het rekenen met Indo-Arabische cijfers, waarvan de oorspronkelijke tekst verloren is. Wel zijn Latijnse vertalingen uit de 12de eeuw bewaard, o.a. die van Robert van Chester, die begint met de woorden « Dixit Algorismi... » Weldra werd het woord algorismus ook gebruikt om een werk over het rekenen met Indo-Arabische cijfers aan te duiden. Zie hierover : K. Mennenger, *Zahlwort und Ziffer*, 2. Aufl., 1958, deel 2, blz. 225 vlg.

(6) De interpunctie is dezelfde als het origineel ; de afkortingen zijn opgelost.

(7) De term *specie* was omstreeks 1500 algemeen gebruikt om de bewerkingen in de rekenkunde aan te duiden. Het aantal species varieert bij de verschillende auteurs : als eerste geeft men gewoonlijk de *numeratio*, dit is het schrijven en lezen van getallen ; daarna komen de optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling. Ook de *mediatio* en *duplatio*, d. i. het delen door twee en het vermenigvuldigen met twee, worden vaak als afzonderlijke bewerkingen aangegeven. Andere auteurs vermelden nog de worteltrekking, enz. Zie J. Tropfke, *Geschichte der Elementar-Mathematik*, 3. Aufl., 1. Band, bl. 70.

tweede (hoofdstukken 8 tot 14) handelt over breuken ; het derde deel is een verzameling vraagstukken.

Hoofdstuk I (bl. 3a-4a) leert de numeratio, « dat es een somme te connen scriuen ende die selue te verstane als sy ghescreuen es hoe vele dat sy weert es ». Hiervoor zijn er in de « consten Algorismi neghen figueren oft cyffren daermen alle sommen met scriuen mach... ende die tienste es dese 0. Die welck van haer seluen gheen ghetal en doet. mair in die plaetse daer si gheset staet doet sy dander figuree alsoe veel weerdich wesen oft een ander figuree daer voer stande ». De auteur geeft dan de namen van de hoofdeenheden : een, tien, hondert, duysent, tienduysent, hondertduysent en duysent duysent. Het woord « miljoen » wordt hier niet gebruikt. Het komt wel eenmaal voor in de Antwerpse drukken, nl. in het deeltje dat handelt over het rekenen met penningen (zie de woordenlijst aan het einde van het artikel). Over de gebruikte terminologie is nog het volgende op te merken : de symbolen 1, 2, ..., 9 worden « cijffers » of « figuren » genoemd, ook wel « litters » of « letters ». Een naam voor het cijfer nul komt niet voor in het eerste hoofdstuk ; verder vindt men soms de benaming « niet » en eenmaal « nulla ». Het woord « somme » betekent steeds « getal », niet het resultaat van een optelling.

Hoofdstuk I eindigt met de bemerking, dat er drie soorten getallen zijn, « daerof deerste gheuoemt wort digitis », dit zijn de getallen van 1 tot 9 ; « dander maniere heet men articulus », dit zijn de veelvouden van 10 ; « die derde maniere es gheheeten compotus » (in de uitgave van 1569 staat er correcter : « compositus »), dit zijn de getallen als 17, 238, enz. Die verdeling, waarvan verder in het werkje nooit meer sprake is, vindt men in de meeste middeleeuwse rekenboekjes ; ze was vooral van belang bij het rekenen op de abacus (8).

Hoofdstuk 2 (bl. 4a-7b) behandelt de optelling. Die bewerking wordt als volgt gedefinieerd : « Additio es een twee drie oft meer sommen te gader doen oft adderen ». Een speciale term voor het resultaat van de optelling komt niet voor. Zoals gebruikelijk in de 15de en 16de-eeuwse rekenboekjes volgt op elke bewerking een proef. Bij de optelling gebeurt dit door « alle die sommen wt te tellen met

(8) Zie J. Tropfke, *op. cit.*, 1. Band, blz. 13 ; K. Menninger, *Zahlwort und Ziffer*, 2. Aufl., 2. Band, blz. 8.

7 ». Dit betekent dat men de rest zoekt van de termen van de som bij deling door 7. De som van die resten en het resultaat van de optelling moeten bij deling door 7 dezelfde rest geven. Dit is dus de bekende d-proef, hier met $d=7$. Aan de hand van een voorbeeld wordt nauwkeurig beschreven hoe dit « uittellen met 7 » gebeurt. In de druk van 1569 is de 7-proef vervangen door de 9-proef.

De aftrekking wordt aangeleerd in hoofdstuk 3 (bl. 8a-11b). « Subtractio is een somme van een ander somme te treckene. » Deze bewerking wordt steeds « subtractio » genoemd; de benaming « aftrekking » komt niet voor, wel het werkwoord aftrekken (zie de woordenlijst). De bewerking verloopt op de nu nog gebruikelijke manier, uitgezonderd wanneer men van een bepaald cijfer een groter cijfer moet aftrekken: men ontleent dan aan het volgende cijfer van het aftrektal, maar in plaats van dit cijfer met 1 te verminderen, vermeerderd men het corresponderende cijfer van de aftrekker met 1. Het resultaat van de aftrekking wordt soms « reste » genoemd ofwel « die somme die daer wte commen es ». Als proef maakt men de som van het verschil en de aftrekker; de zevenproef wordt niet vermeld.

De twee volgende « species » zijn de *mediatio* en de *duplatio* (cap. 4 en 5). « Mediatio en es anders niet dan een somme te middelen oft in twee te deylen. » « Duplatio es een somme nocheens so groot te maken dan hes. » Alhoewel deze beide bewerkingen slechts speciale gevallen zijn van de deling of de vermenigvuldiging, werden ze tot in de 16de eeuw vaak als afzonderlijke bewerkingen behandeld. Blijkbaar is ook in de wiskunde traditie soms sterker dan het gezond verstand. Buitengewoon scherp werd deze dwaze gewoonte gehekeld door Gemma Frisius in zijn *Arithmeticae practicae methodus facilis* (9).

De vermenigvuldiging wordt in hoofdstuk 6 (bl. 13b-16a) als volgt omschreven: « Multiplicatio es een somme multipliceren oft

(9) Solent nonnulli duplicationem & mediationem assignare species distinctas a multiplicatione & diuisione. Quid vero mouerit stupidos illos nescio, cum & finitio & operatio eadem sit. Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare vero per duo partiri, quod si hae operationes sint distinctae, infinitae, iam nobis exorientur species, triplatio, quadruplatio, & c. sed satis de illis. Gemma Frisius, *Arithmeticae practicae methodus facilis*, Antwerpen. 1540, folio VIIa.

menichuoudigen (10). » Aan de hand van een paar voorbeelden wordt het verloop van de bewerking getoond. Ter controle maakt men de zevenproef (de negenproef in de druk van 1569). Opvallend is, dat bij het aanleren van de vermenigvuldiging nergens sprake is over de tafel van vermenigvuldiging. In de Brusselse druk komt ze nog voor op de titelpagina, in de Antwerpse drukken is er geen spoor meer van. Voor de vaktermen gebruikt bij de vermenigvuldiging, verwijzen wij naar de woordenlijst achteraan.

Als laatste « specie » komt de deling (cap. 7 ; bl. 16a-22a). « Diuysio es een somme te deylene doer een andere. » Naast de termen *divisio* en *divideren* wordt vaak het woord « deylan » gebruikt. Ook de term *divisor* komt voor, « dats den getale daer bi dat ghy die somme deylan wilt ». Tweemaal wordt het woord *quotient* gebruikt, maar dan in de verkeerde betekenis van deeltal. De rest van de deling wordt omschreven als « hetgeen overblijft ».

Aan de hand van drie voorbeelden wordt het verloop van de deling aangeleerd ; met de gradatie van de moeilijkheid is hierbij geenszins rekening gehouden, want de auteur begint met het moeilijkste voorbeeld om te besluiten met het eenvoudigste. Daar de gevolgde methode sterk afwijkt van de nu gebruikelijke, geven wij hieronder het tweede voorbeeld van de *Maniere* (bl. 19a-20b). Gevraagd wordt hoeveel schellingen 361622 penningen waard zijn ; een schelling is 12 penningen.

Ende om des te doen so set uwe figuren ghelijck si hier staen

Penninghen gr.	361622

Schellinghen gr.	----
Diuisor	12

Als ghy uwe figueren aldus ghestelt hebt zo merct hoe menichwerf dat ghy 1 hebt in 3 dats 3 werf Daerom set 3 tusschen die linikens ende segt 3 werf 1 es 3 Die trect van die bouenste 3 Blijft niet dats 0 die set bouen 3 Ende doerstreept die 3 ende 1 Dan segt 3 werf 2 es 6 die trect van 6 blijft niet. dats 0 die set bouen 6 ende doerstreept 6 ende 2 Daer na set 1 onder 2 die ghi doerstreept hebt. ende 2 onder 1 dat bouen die linien staet Dan merckt hoe menich 1 ghi hebt in 0 dats niet. daerom set niet. dats 0 tussen die linien. ende doerstreept 1 ende 2 die onder die linien staen Daer na set 1 onder 1 ende 2 onder 6 Dan merct hoe menich 1 ghi hebt in 1 Dats 1 werf Daer om set 1 tusschen die linien. ende segt 1 werf 1

(10) In de uitgave van 1569 staat « menichfuldigen ».

es 1 die trect van 1 dat bouen die linien staet. ende blijft niet. dats 0 die set bouen 1 ende doerstreept 1 dat bouen ende onder die linien staet Dan segt 1 werf 2 is 2 die trect van 6 blijft 4 die set bouen 6 ende doerstreept 6 ende 2 Daer na set 1 onder 2 ende 2 onder 2 die bouen staen. Dan merckt hoe menich een ghi hebt in 4 Dats 4 werf maer als ghi 4 werf 1 trecken sout van 4 so en soude daer niet bliuen om 4 weruen 2 af te treckene Daer om en moetti maer 3 tusschen die linien setten. Ende segghen 3 werf 1 es 3 die trect van 4 blijft 1 dat set bouen 4 doerstreept 4 ende dat onderste 1 Daer na segt 3 werf 2 es 6 die trect van 12 blijft 6 die set bouen die bouenste 2. ende doerstreept 2 ende 1 met die onderste 2 Daerna set 1 onder 2 ende 2 onder die leste 2 die bouen staen. Dan merckt hoe menichwerf 1 ghi hebt in 6 dats 6 werf. mair soudi 6 werf 1 trecken van 6 daer en soude niet ghenoech bliuen om 6 werf 2 af te trecken Daerom en moetti maer 5 setten tuschen die lynien. ende segghen 5 werf 1 is 5 die trect van 6 blijft 1 dat set bouen 6 doerstrept 6 ende donderste 1 Dan segt 5 werf 2 es 10 die treckt van 12 blijft 2 doerstreept dat bouenste 1 ende set niet. dats .0. daer bouen. maer laet 2 staen So comt die somme van alle den penninghen 30135 schelinghen Ende daer bliuen 2 onghedeylt. dat sijn 2 penninghen.

De gemaakte bewerkingen zien er als volgt uit :

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 \times \times \\
 00046 \\
 \hline
 361622 \\
 30135 \\
 \hline
 \times \times \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Deze manier van delen was omstreeks 1500 de meest gebruikte. Ze is waarschijnlijk gegroeid uit de Indische methode, waarbij men op zandtafeltjes schreef en de gebruikte cijfers wegveegde. In Italië werd die methode *divisione per batello* of *per galea* (galeimethode) genoemd, dit wegens de gelijkenis in vorm van de uitgewerkte deling en een galei met uitgezette zeilen (11).

Als controle op de deling wordt de zevenproef gemaakt (de negenproef in de uitgave van 1569).

(11) Zie D. E. Smith, *History of mathematics*, 1925, deel 2, blz. 136; J. Tropfke, *op. cit.* deel 1, blz. 106; K. Menninger, *op. cit.* deel 2, blz. 140.

Die maniere om te leeren quassen.
na die rechte confusen afgeeffen.
Ant ghebrack ende int ghebroken

Tafel der multiplicatien.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	11	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81
								28

Fig. 1

Titelpagina van de druk van 1508

Wiltich proeven oft ghi wel gheendeert
hebt so subtrahiert alle dese sommen die
erne na die ander aldus doet na ghelike
Subtractio is een somme van een an-
der te trecke. Exempel Ghi ijt mi
sculden 9 7 5 6 16 gy Daer op hebden
mit betaelt 5 9 8 10 gy Wiltich nu we-
ten hoe veel dar ghi mi noch sculden ijt
soe legt u penninghen aldus.

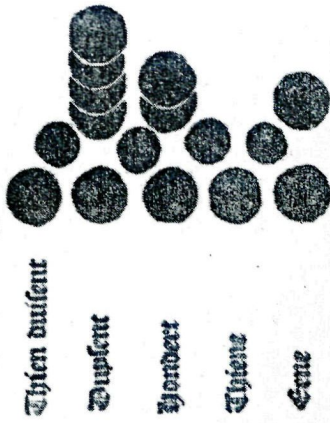


Fig. 2

Voorstelling van het getal 9756 met lepenningen
(2de druk, bl. 44a)

Met het achtste hoofdstuk begint het tweede deel van de *Maniere*, « dwelck tracteren sal homen int ghebroken procederen ende wercken sal ». Als benamingen voor een breuk komen voor : « ghebroke » en « broke ». Elke breuk bestaat uit een « teller » en een « noemer » ; de noemer wordt steeds onder de teller geschreven « ende men mach tusschen beyden een scrabbeken maken die wilt ». In de druk van 1508 wordt het breukstreepje vaak gebruikt, in de twee Antwerpse drukken wordt het steeds weggelaten. Gemengde getallen worden geschreven zoals nu nog gebruikelijk is.

Om breuken op te tellen, moet men eerst nagaan of de noemers « van eenen naem » zijn. Is dit niet het geval, dan gaat men bij het optellen als volgt te werk (bl. 23a-24b) :

Wildi adderen broken die ongelijke noemers hebben als $\frac{2}{3}$ tot $\frac{3}{4}$ Soe multiplceert die cruyswijs Ende segt 3 werf 3 es 9 ende 2 werf 4 es 8 Die addeert tot 9 wort 17 Daer na multiplceert die noemers tsamen Ende segt 3 werf 4 es 12 die set onder 17 Ende so staghet aldus $\frac{17}{12}$ Dats 1 ende $\frac{5}{12}$

Dit citaat illustreert duidelijk de wijze waarop in de *Maniere* de bewerkingen worden aangeleerd : de bedoeling is de nodige rekenregels aan te leren, geenszins die regels te verklaren of te rechtvaardigen. Hierin verschilt de *Maniere* trouwens niet van de andere in de volkstaal geschreven rekenboekjes uit de 15de en 16de eeuw.

Om meer dan twee breuken op te tellen, maakt men eerst de som van de eerste twee, hierbij telt men dan de derde, enz. Het vereenvoudigen van een breuk wordt regelmatig toegepast, zonder dat de auteur hierover verdere uitleg geeft. Het omzetten van een onechte breuk in een « heel ende ghebroken », d. i. in een gemengd getal, wordt als volgt beschreven (bl. 26b) : « Es als ghi siet dat het ouerste (d. i. de teller) meerder es dan dat onderste (de noemer), so moechdi altijt deylen in die onderste. Ende wat daer af compt (d. i. het quotient) dat es heel ».

De som van twee breuken wordt op bl. 25a aangegeven door ze gewoon naast elkaar te schrijven. « wildi subtraheren

$$\frac{1}{3} \frac{3}{4}$$

van $\frac{2}{3} \frac{4}{5}$ (12) betekent nl. : dat men $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$ moet aftrekken van

(12) In de eerste twee drukken staat verkeerdelijk $\frac{4}{4}$; eerst in de druk van 1569 werd de fout verbeterd.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ (13). Gebruikt men geen breukstrepen, wat het geval is in de twee Antwerpse drukken, dan wordt die schrijfwijze zeer dubbelzinnig, vooral als men het wit tussen de twee breuken gaat weglaten, zoals in de uitgave van 1569. Men leest daar (bl. 19a) : « Wildy subtraheren $\frac{13}{34}$ van $\frac{24}{35}$ », wat helemaal niet meer de oorspronkelijke betekenis weergeeft. Maar ook wanneer de breukstreep wordt gebruikt, kan die voorstelling aanleiding geven tot onbegrijpelijke teksten. In een Engelse (gedeeltelijke) vertaling uit 1539 van de *Maniere* (14) leest men (bl. 45a) : « Nowe wyll ye subtra $\frac{1}{3} \frac{3}{4}$ from $\frac{2}{3} \frac{4}{5}$... » Nog onduidelijker is de tekst in de Franse vertaling van de *Maniere* (15), gedrukt te Antwerpen in 1529 : « Si tu veulx substraire $\frac{13}{34}$ de $\frac{24}{35}$... » (bl. 24a).

Ook voor breuken worden de duplatio (hoofdstuk 11) en de mediatio (hoofdstuk 12) behandeld. Een breuk wordt verdubbeld, door de teller te verdubbelen of de noemer te medieren. Ook van het medieren geeft de *Maniere* de twee mogelijkheden : de noemer verdubbelen of de teller door twee delen.

Het vermenigvuldigen van breuken (hoofdstuk 13) gebeurt als in onze moderne schoolboekjes. Is een van de factoren een gemengd getal, dan wordt het eerst omgezet in een breuk.

De regel om een breuk te delen door een breuk wordt in hoofdstuk 14 als volgt geformuleerd (bl. 27b) :

(13) De tekens + en - worden in de *Maniere* nergens gebruikt. Ze verschijnen voor het eerst in Duitsland circa 1480. In druk treft men het + teken voor het eerst aan in Johan Widmans *Behende und hubsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft*, Leipzig, 1489. De oudste Nederlandse arithmetica waarin het voorkomt is die van Gielis van der Hoecke : *In arithmetica een sonderlinge excellent Boeck*, Antwerpen, 1537. Zie F. Cajori, *A history of mathematical notations*, vol. I, blz. 128, 136 en 230.

(14) *An introduction for to lerne to reken with the pen, or with the counters accordyng to the trewe cast of Algorysme*, 1539. In een volgend artikel komen wij terug op dit werkje, alsook op het boekje vermeld in de volgende noot.

(15) *La maniere pour apprendre a cyffrer et compter par plumes et geets selon la vraie science de Algorisme en nombre entier et rompu*, Antwerpen, 1529.

Als ghi wilt deijlen $\frac{4}{5}$ mit $\frac{3}{2}$ Set aldus $\frac{4}{5} \frac{2}{3}$ Nu multipliceert cruyswijs ende segt 3 werf 4 es 12 dat es tghetal dat ghi deylen wilt. Daer na multipliceert 5 met 2 comt 10 dats $\frac{10}{12}$ maeckt $1 \frac{1}{5}$.

Om een breuk door een geheel getal te delen, « so multipliceert den noemer met den heelen ». Is de teller echter deelbaar door het getal, dan wordt hij er door gedeeld.

De rest van het 14de hoofdstuk gaat over het oplossen van vraagstukken van de volgende aard : $\frac{2}{3}$ van $\frac{3}{4}$ nemen of $\frac{5}{9}$ van « 24 ende $\frac{3}{4}$ ende $\frac{2}{3}$ ende $\frac{4}{5}$ », d. w. z. van de som van die getallen. In werkelijkheid zijn dit toepassingen op het vermenigvuldigen van breuken, niet op het delen.

Het derde deel van de *Maniere* wordt ingeleid met de woorden : « Hierna volghen veel schoone reghelen om alle questien te solueren » (bl. 29b). Het is een verzameling vraagstukjes, waarvan sommige van praktische aard zijn, andere meer thuishoren onder de rubriek « wiskundige vermakelijkheden ». Vele ervan vindt men terug in de meeste arithmetica's uit de 15de en 16de eeuw (16).

De « eerste en principaelste » regel is de « ghulden reghel die de Lombarden heeten die reghel van tri ende si heet oock properlijck die reghel van proportien ». Deze regel van drieën, die in de middeleeuwen hoog aangeschreven stond, wordt als volgt beschreven (bl. 30a) :

In desen reghele moetmen 3 ghetalen begripen. vanden welcken die 2 bekint sijn. ende dat derde es onbekent. Ende als men die in oordine (= orde) scrijft. so es dirste ende dat derde van eender sexien. dat is te verstaen van een dinck. ende dat tweede van een ander dinck. ghelijc dat men segghen soude 40 eyeren costen 20 grote. wat selen costen 12 eyeren.

Uit het gegeven voorbeeld blijkt duidelijk, dat de auteur zich vergist : er zijn in de regel van drieën niet twee, maar wel drie getallen gegeven ; gevraagd wordt een vierde te zoeken, dat van dezelfde soort is als het tweede. Het oplossen van die vraagstukjes verloopt steeds als volgt : « Wildi dese questie solueren Soe moetty altoes dat tweede

(16) Voor nadere gegevens over het ontstaan en de verbreiding van die vraagstukjes, zie J. Tropfke, *op. cit.*, deel 1, blz. 187 vlg. ; D. E. Smith, *op. cit.*, deel 2, blz. 532 vlg. ; K. Vogel, *Die Practica des Algorismus Ratisbonensis*, (Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte, Band 50), München, 1954, blz. 203 vlg. Deze *Algorismus* werd geschreven in het midden van de 15de eeuw door een monnik van de benedictijnerabdij St. Emmeran te Regensburg.

ende dat leste met malckanderen multipliceren. ende dat product oft somme die wt dier multiplicatian (*sic*) comt diuideert doer dat eerste ». Blijkbaar is het doel van dergelijke regels helemaal niet een logische verklaring te geven of inzicht bij te brengen, maar integendeel door een louter mechanisch voorschrift alle denk arbeid overbodig te maken. Voor verdere inoefening geeft de *Maniere* een tiental voorbeelden, eerst met gehele getallen, daarna met breuken. Hierbij onderscheidt men verschillende gevallen, naargelang het eerste, tweede of derde getal een breuk is.

Na de regel van drieën komt de « reghel van gheselscape » (bl. 35a) : twee of meer « coopliden oft ghesellen » leggen geld samen ; de vraag is hoe men de winst moet verdelen, als elk zal winnen « na zijn inlegghen ». Dit probleem wordt ook behandeld in het geval, dat de « ghesellen » niet allen even lang hun geld in de zaak steken ; het heet dan « die reghel vanden tide der ghesellen ».

In de « reghel van barteringhen » (bl. 36b) wordt een opgave over het ruilen (barteren) van goederen behandeld.

Het volgende vraagstukje « Vanden hase » (bl. 37a) behoort meer tot de wiskundige fantasie. Het is het beroemde vraagstukje, bekend onder de naam *De cursu canis et fuga leporis*, dat van Chinese oorsprong is (17).

Een hase lopende int velt ouerloopt in eender minuten (dier 60 es in een vre) 12 roeden lans. Ende een haeswint dat siende volcht hem na. Ende overloopt in een minuut 15 roeden lans. mair eer die haeswint begonst te lopen soe was die hase 200 roeden verre ghelopen Nu es die vraghe ter hoemenichster minuten. ende ter hoemenichster roeden lans die hase gheuangen wort vanden haeswint.

Verwant hiermee zijn de opgaven op bl. 37b en 38a over « ghesellen » die van de ene stad naar een andere gaan met verschillende snelheden ; gevraagd wordt waar de ene de andere zal achterhalen of waar ze elkaar zullen ontmoeten.

Ook het volgende restprobleem (bl. 38b) treft men vaak aan in middeleeuwse rekenboekjes (18).

Het ghinck een vrouwe ter merct gheladen met eieren. ende tusschen weghe

(17) Zie K. Vogel, *op. cit.*, blz. 223.

(18) Onder andere in de *Practica* van de *Algorismus ratisbonensis* (zie noot 16). De tekst van de *Maniere* komt bijna woordelijk overeen met de Latijnse tekst van het handschrift (probleem 349 in de uitgave van Vogel). Zie ook J. Tropske, *op. cit.*, deel 3, blz. 184 vlg.

worden haer eyeren ontwee gheslagen van eenen dronckaert Die vrouwe dede den dronckaert daghen voer die heeren om haer eyeren betaelt te hebben. Doen vraeghen haer dye heeren hoe veel (sic) eyeren sij ter mert waert brochte Die vrouwe andwoerde dat sy niet tellen en conde. maer si leydsse met tweeen in haren korf. ende int leste bleef haer 1 ey ouer Endrom datsi effen wt comen soude so leydsisse in eenen anderen korf altijt met 3 ende ten lesten bleef haer een ey ouer Doen leitsisse in eenen anderen korf altijt met 4 ende ten lesten bleef haer een ey over Doen met 5 ende noch bleef haer een ey ouer Doen met 6 noch bleef haer een ey ouer Doen met 7 Ende doen quam si effen wt Nu es die vraghe hoe veel eyeren dat die vrouwe hadde.

Over « testamenten » geeft de *Maniere* twee vraagstukjes (bl. 40a, 40b), waarvan vooral het tweede bekend is; men vindt het, onder eenvoudiger vorm, reeds bij de Romeinse jurist Juventius Celsus (c. 75) (19).

Het lach een man in sijn dootbedde di een wijf hadde groot ghaende van kinde. Dese man besette sijnre voersreuen huysvrouwe 3000 lb Hi also. waert datsi ghelaghe van eenen sone So soude si den soen geuen 2000 lb ende houden selue 1000 lb. maer ghelaghe si van een dochter. so soude si der dochter geuen 1000 lb. ende houden selue die 2000 Nu eest ghebuert na dat die man doot was als dat die voerscreuen vrouwe ghelach van eenen soene ende twee dochteren Daerom es die vraghe wat ieghelijk hebben sal te sinen deele sonder des dooden mans begheerte te veranderen oft te breken.

Opmerkenswaard is, dat ook deze opgave, met dezelfde getallen, voorkomt in de reeds hoger geciteerde *Practica* van de *Algorismus ratisbonensis* (probleem nr. 209).

De *Maniere* bevat ook nog vraagstukjes over gewichten (bl. 41b), legeringen (bl. 42a), over het omrekenen van geldsoorten (bl. 42b), verdelingsproblemen (bl. 43a) (20), enz. Als laatste van de reeks komt de volgende schilderachtige opgave.

Een dronckaert drinct 1 aem biers alleen wte binnen 14 daghen Ende als sijn wijf met hem drinct So drincken si die aem wt binnen 10 daghen Nu es die vraghe binnen hoe veel tijts dat sijn wijf die aem alleen wt drincken soude drinckende als vore.

De Brusselse druk sluit dan met de vrome wens « Vreest god al-

(19) Zie D. E. Smith, *op. cit.*, deel 2, blz. 544 vlg.

(20) Deze opgave luidt als volgt : « Drye ghesellen hebben een schyp ghecocht tsamen voer 60 lb g. Waer af deerste betalen moet $\frac{1}{2}$ Dye tweede $\frac{1}{3}$ Ende die derde $\frac{1}{4}$ Nu es dye vraghe hoe vele dat elck betalen moet... » Klaarblijkelijk is de opgave onmogelijk, daar de som van de drie breuken groter is dan 1. De oplossing wordt echter zo gegeven, dat de drie delen zich verhouden als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{4}$. Zie J. Tropske, *op. cit.*, deel 1, blz. 212.

tijt » en het kolofon. In de Antwerpse drukken daarentegen volgt nog een vierde deeltje, nl. « die maniere om te leeren cijfferen ende rekenen metten penninghen int gheheele ende int ghebroken ». Naast het rekenen « metter pennen », d. i. het schriftelijk rekenen met de Indo-Arabische cijfers, bleef gedurende de 15de en 16de eeuw het rekenen met penningen algemeen in gebruik, vooral in Nederlandse en Duitse handelsmiddens. Die manier van rekenen ontwikkelde zich uit het rekenen op de lijnabacus of « op de linien » (21). Men verving echter de lijnen, die de eenheden, tientallen, enz. aangaven, door penningen, de zogenaamde « liggers ».

Dit deeltje werd aan de *Maniere* toegevoegd « om des wil dat veel personen nyet scriuen en connen dien nochtans die conste der rekeningen van node is te weten ». Daarom zal de auteur kort uiteenzetten, hoe met « penningen oft legghelde » wordt gerekend. Men legt onder elkaar enkele penningen, « de welcke ic hier noemen sal lighghers want si altijt bliuen liggende ». Ze duiden, van onder beginnend, de hoofdeenheden een, tien, honderd, duizend, enz. aan. De auteur gaat dan als volgt verder (bl. 43a-43b in de druk van 1510).

Waeraf den penninc die neuen den ondersten liggher gheleyt wort doet eene. Die neuen den tweeden (ligger) gheleyt wort doet thiene. Die neuen den derden gheleyt wort doet hondert Neuen den vierden. dusent Neuen den vijfsten. thien-duysent Neuen den sesten hond'tduysent Neuen den seuensten. dusent duysent dat is een millioen (22). ende also voort Ghi sult weten dat den penninck die gheleyt wort tusschen twee liggers. doet half so vele als oft hij laghe ter siden van den liggher recht bouen hem. ende vijf weruen so vele oft hi laghe ter siden van den liggher recht onder hem. Als legdij eenen penninc tusschen den eersten ende tweeden ligghere dien penninck doet 5 Tusschen den tweeden ende derden 50... Ende alsoe voorts.

Hierna worden de vier hoofdbewerkingen met penningen aangeleerd. Ze worden alle ingeleid door een « definitie », die bijna woordelijk overeenkomt met de omschrijvingen gegeven in het eerste deel van de *Maniere*. Voor de optelling bijv. leest men (bl. 44a) : « Additio is eene twee drie oft meer sommen te gader adderen oft een somme daer af te maken ».

(21) Zie K. Menninger, op. cit., deel 2, blz. 151 vlg., 189 vlg.

(22) Naar ik meen is dit de oudste bekende vermelding van het woord miljoen in een Nederlandse tekst. Zie hierover de woordenlijst aan het slot van dit artikel.

Na een viertal eenvoudige vraagstukjes (bl. 50a-52a), sluit het boekje met de woorden : « Hier eyndt de maniere van der consten om te leeren cijffren ende rekenen ».

**
*

We merkten reeds hoger op, dat de *Maniere* geenszins kan aanspraak maken op originaliteit. Het boekje is zeker niet beter dan de meeste omstreeks 1500 in Italië, Duitsland of Frankrijk gedrukte arithmetica's. Ik meen te mogen aannemen, dat de *Maniere* voor het grootste deel oorspronkelijk in het Nederlands is geschreven ; hierbij denk ik vooral aan de eerste twee deeltjes, waarin het rekenen met gehele getallen en met breuken wordt aangeleerd. De vraagstukjes, waarvan de meeste gemeen goed waren, zullen wel aan verschillende bronnen ontleend zijn. We wezen reeds op de opvallende overeenkomst tussen enkele « questien » uit de *Maniere* met opgaven uit de *Practica* van de *Algorismus ratisbonensis* (zie noot 16) ; andere voorbeelden hiervan zijn de vraagstukjes op bl. 40a en 46a (druk van 1508) met de problemen nr 114 en 101 uit de *Practica*. Ook invloed van andere, vooral uit Duitsland afkomstige handschriften en rekenboekjes, is niet onwaarschijnlijk.

Hoe groot de populariteit van dit eenvoudig rekenboekje is geweest, is moeilijk uit te maken. Wel is zeker dat de *Maniere*, samen met de andere in de volkstaal geschreven arithmetica's, er toe heeft bijgedragen om de strijd tussen het rekenen op de abacus en het rekenen « metter pennen » uiteindelijk in het voordeel van deze laatste te beslissen. Dat de *Maniere* ook buiten het Nederlandse taalgebied invloed heeft uitgeoefend, hopen wij in een volgende bijdrage te bewijzen.

De wiskundige terminologie in de *Maniere* (23)

Algemene termen

Rekenkunde : arithmetica (2a). conste Algorismi (1a), conste vanden getale (2a), conste der rekeningen (2de druk, 43a).

Rekenen : cyffren (1a), rekenen (2de druk, 43a).

(23) De getallen tussen haakjes verwijzen naar de eerste druk, tenzij expliciet een andere druk wordt vermeld. Bij termen die vaak terugkomen, wordt geen bladzijde aangegeven.

Telling : numeratio (3a), tellinghe (2b). Ook het werkwoord tellen wordt gebruikt (38b).

Meetkunde : geometria (2a).

Vraagstuk : questie (29b).

Oplossen : solveren (29b).

Bewerking : specie, specien Algorismi (2b).

Resultaat van een bewerking : dit wordt aangegeven door « comt » of door « maect ». Het elders vaak gebruikte woord « facit » komt in de *Maniere* niet voor.

Proef : proeve. Ook het werkwoord « proeven » of « proven » wordt gebruikt.

Regel van drieën : reghel de tri, reghel van tri, ghulden reghel, reghel van proportien (29b), reghel van drien (32b); soms ook kortweg « die reghel » (34a).

Gezelschapsrekening : reghel vanden gheselscape (35a), reghel vanden tide der ghesellen (36a).

Gehele getallen

Cijfer : cyffere, cyffer, cyffre, cijffer, figure, figure, litter, letter.

Getal : somme, ghetal, ook wel eens figure (26a).

Geheel getal : gheheel, heel.

Even getal : effen ghetal (12a).

Oneven getal : oneffen ghetal (12a).

Nul : niet (17a), nulla (18b).

Miljoen : duysent duysent (3a), duysentich duysent (2de druk, 3b), millioen (2de druk, 43b), milioen (3de druk, 36a). Het woord « millioen » komt eenmaal voor in elk van de Antwerpse drukken. Over dit woord in het Nederlands zie : *Woordenboek der Nederlandse taal*, deel 9, kol. 742 en D. J. Struik, « Het woord millioen in oude Nederlandsche rekenboeken », in : *Het Boek*, 18, 1929, 199-202. De oudste daarin geciteerde vindplaats is de bundel *Boomgaerd der Poesien* (Gent, 1565) van de Gentse dichter Lucas de Heere (zie het Naschrift van J. W. Muller bij het artikel van Struik). De bewering van Struik, dat het woord « millioen » niet voorkomt in de tweede druk van de *Maniere* (zie het artikel op blz. 176), is klaarblijkelijk een vergissing.

Breuken

Breuk : ghebroken (22b), gebroken ghetal (23a), broke (23a), broecke (40b), broec (33a).

Teller : teller (22b), overste (van een broke) (28b).

Noemer : noemer (22b), onderste van een broke (32b).

Gemengd getal : heel ende ghebroken (27a), geheel (of heel) met een ghebroken (33a).

Gelijksnamige breuken : ghelijc van name (24a), noemers van eenen naem (23a).

Een half : een half (22b).

Een derde : derdendeel (22b).

Een vierde : vierendeel (2de druk, 22b).

Breken in zijn broke : deze eigenaardige uitdrukking komt viermaal voor in de *Maniere*. Op bl. 25a is de betekenis : de som van $\frac{1}{3}$ en $\frac{3}{4}$ maken. Op bl. 27a wordt gevraagd $12\frac{2}{3}$ te « brecken in sijn broke », waarmee bedoeld wordt : het gemengd getal omzetten in een breuk. Dezelfde betekenis vindt men op bl. 34b. Op bl. 32a is sprake van twee breuken « mit malckanderen breken doer dat cruys », wat wil zeggen, dat men de breuken tot dezelfde noemer moet herleiden. Geen enkele van de betekenissen van « breken », aangegeven in het *Middel-nederlandsch Woordenboek* van Verwijs en Verdam, past hier nauwkeurig. Met wat goede wil kan men de betekenis « dwingen » (deel I, kol. 1431) aanvaarden. Meer waarschijnlijk is, dat « breken » hier de vertaling is van het Latijnse woord *frangere*, dat o. a. gebruikt wordt om aan te geven, dat men een getal omzet in een breuk; bijv. *frangere in quintas*, d. i. omzetten in vijfden (24). In de Franse en Engelse vertalingen van de *Maniere* (zie noot 14 en 15) vindt men : « brise chascun en son rompu » (bl. 24a, 25b, 31a) of « il te fault briser le premier et le dernier rompu, lungt par lautre en croisant » (bl. 29a); in het Engels wordt het : « breke eche together » (bl. 45a).

(24) Zie bij K. Vogel, op. cit., blz. 31, probleem 12. Hierin wordt het omzetten van 805 Heller en $\frac{1}{5}$ in vijfden aldus beschreven : « Et demum hallenses in quintas frange et $\frac{1}{5}$ adde, facit 4026/5 vnus hallensis ».

Het oudste gedrukte Nederlandse Rekenboekje en zijn vertalingen

In een vorige bijdrage (1) beschreven wij de verschillende uitgaven van het oudste gedrukte Nederlandse rekenboekje *Die Maniere om te leeren cyffren na die rechte consten Algorismi* (Brussel 1508, Antwerpen circa 1510, 1569). Terloops weze opgemerkt, dat dit werkje waarschijnlijk dertig jaar lang de enige Nederlandse arithmetica van enige betekenis is geweest. Eerst in 1537 verschijnt een nieuw Nederlands rekenboekje, geschreven door een zekere Gielis vander Hoecke : *Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica, met veel schoone perfecte regulen* (Antwerpen, Symon Cock) (2).

In dit artikel zijn enkele gegevens samengebracht over de invloed en de vertalingen van de *Maniere*.

**

In 1569, het jaar waarin Jan van Ghelen een herdruk van de *Maniere* bezorgde, verscheen bij de Brugse drukker Pieter de Clerck een *Cijferbouck*, geschreven door Adriaen vander Gucht, schoolmeester te Brugge (zie de hierbij afgedrukte titelpagina). Het boek, in kwarto, telt 123 folios. Na « Den zend-brief » aan de « Edele wijze ende zeer

(1) *Scientiarum historia*, 1, 1959, 53-71.

(2) Zie D. E. Smith, *Rara arithmetica*, Boston 1908, blz. 183-185. Het boekje werd herdrukt in 1544 en 1548.

Lijfer bouck / Inhoudende Vele nieuwe/ fraye/ ende gherieuighe practycken vā

Arithmetica met vele meer andere sonderlinghe zaken inde
twee Prefaten en inde Tafel des Gouck breeder verhaelt: Vergaderen
ende ghemaect by Adriaen vander Gucht in- ghebooren Doopster
der stede van Brugghen/ ende School-meester aldact inde
Ruyder straete/ daer men de selue vynd te coepen.

Omnia in mensura

Sapientia. II.
dispositi.



& numero

& pondere

C Gheprent te Brugghen inde Peerde straete bij mij
Pieter de Clerck Gheswooren Drucker der Co. Ma.
wonende inde Synagoge. Int
Jaer ons Heeren/1569.
Met Gratie ende Priuilegie van 6 Jaeren.

voorzienighe heeren Bailliv, Schovt, Bvrgh-meesters, Schepenen, Raeden, Trezoriers, ende Hooft-mannen der stede van Brugghe » en een in het Frans gestelde opdracht « Aux vertueus et honorables Seigneurs les Marchants de la ville de Bruges » (3), volgen allerlei praktische gegevens over munten, maten en gewichten. Dan komt een lijst van de jaarmarkten in Vlaanderen, Brabant, Zeeland, enz. en een tabel met de watergetijen. Op folio 12 recto begint het eigenlijke rekenboekje. Achtereenvolgens worden de numeratie, additie, substractie, mediatie, duplatie, multiplicatie en divisie behandeld, zowel voor gehele getallen als voor breuken. In de « reghel van progressien » is sprake over enkele eenvoudige rekenkundige en meetkundige reeksen. Dan komt de « gulden reghel » (d. i. de regel van drieën), « den dobbel reghel van drien », de « reghel van vijfuen », enz., een verzameling van vooral praktische vraagstukken. Ook het trekken van de « radix quadrata ende cubica » wordt geleerd. Na een « Arithmetijck ABC », een korte uiteenzetting over het rekenen met penningen en enkele rekentafeltjes sluit het boek met een inleiding in de « geometria » en enkele « Ghenoughelicke Raedselen ».

In de Franse opdracht noemt Vander Gucht zijn boekje « extrait et composé en partie de pluisieurs Liures et Autheurs ». Een van deze boeken is zeker de *Maniere* geweest, want bepaalde passages uit dit werkje vindt men woordelijk terug in het *Cijferbouck*. Vander Gucht behandelt de verschillende onderwerpen echter veel uitvoeriger dan de *Maniere*.

Het *Cijferbouck* werd in 1594 herdrukt door Cornelis Claesz,

(3) De Universiteitsbibliotheek te Gent bezit drie exemplaren van het *Cijferbouck* : nrs. A 1463, A 5108 en A 5109. Hierboven is nr. A 1463 beschreven. De twee andere exemplaren vertonen enkele verschillen met het eerste, bijv. de titel van de Franse opdracht : « Epistre de l'Autheur aux vertueus et honorables Seigneurs de la Ville de Bruges ». Op de titelpagina staat voor de woorden « Omnia in mensura » een kleine gestileerde lelie ; ook in de Errata op folio 123 recto merkt men enkele verschillen op.

« Boeck-vercooper » te Amsterdam (4). Hierin zijn echter de Nederlandse en Franse opdracht aan de « edele heeren... der stede van

La maniere pour
apprendre a cyfrer & compter par plumes
& gectz selon la Vraie science de Algoris-
me en nombre entier & rompu.

Brugghe » weggelaten, evenals de tabellen met de jaarmarkten en de watergetijden.

**

Cent mille.	
Dig. mille.	
Mille.	
Cent.	
Dig.	
Dig.	

In 1529 verscheen te Antwerpen een Franse vertaling van de *Maniere* onder de titel *La maniere pour apprendre a cyfrer et compter par plumes et gectz selon la vraie science de Algorisme en nombre entier et rompu* (verder afgekort tot *La Maniere*) (5). Het boekje, in octavo, bevat 52 ongenummerde bladen. Het werd gedrukt door Martin de

- (4) De volledige titel is : *Cyfer-boeck, Inhoudende veel nieuwe, fraeye, ende dienstelicke Practijken van Arithmetica, met veel meer ander sonderlinghe saken, inde Tafel deses Boecks breeder verhaelt. Vergadert ende ghemaect by Adriaen vander Gucht, van Brugghe. T'Amsterdam, By Cornelis Claesz. Boeck-vercooper op 't Water by d'oude Brugghe int Schrijf-boeck. CIO IO XCIII.* Deze tweede druk schijnt tot nu toe niet te zijn opgemerkt. Hij wordt niet vermeld in D. Bierens de Haan *Bibliographie néerlandaise historique-scientifique... sur les sciences mathématiques et physiques*, Rome, 1881-1883, noch in D. E. Smith's *Rara arithmetica*. Ook in het artikel over Adriaen vander Gucht in de *Biographie nationale* (deel 26, kol. 337) is alleen van de eerste druk sprake. De Universiteitsbibliotheek te Gent bezit een exemplaar van de Amsterdamse druk (nr. 175 P 2).
- (5) De Houghton Library van de Harvard University, Mass. bezit een exemplaar van dit zeldzaam werkje. Het is dit beschreven door Mej. Kronenberg in de *Nederlandsche bibliographie van 1500 tot 1540*, deel III, 2, nr. 4368.

Keyser voor Willem Vorsterman, zoals blijkt uit het kolofon : « Imprime en Anuers par moy Martin Lempereur, pour Guillaume Vorsterman Lan M.cccccc.&.xxix ». *La Maniere* is een trouwe vertaling van de eerste Antwerpse druk van de *Maniere*, uitgezonderd op de plaatsen waar de proef op de optelling, vermenigvuldiging en deling wordt geleerd. De zevenproef uit de *Maniere* is in de Franse tekst telkens door de negenproef vervangen. Merkwaardig is nu, dat de druk van 1569 van de *Maniere* op juist dezelfde plaatsen afwijkt van de beide eerste drukken. Bij nader toezien blijkt bovendien, dat de Franse tekst juist daar een woordelijke vertaling is van de laatste Antwerpse druk. Een duidelijke illustratie hiervan geven de volgende parallelle plaatsen, genomen uit de twee Antwerpse drukken van de *Maniere* en uit de Franse vertaling.

Uit de *Maniere* van circa 1510 (f. 5b)

Proeue van addicien. Ghi moet al die sommen wt tellen met 7. Exempel als hier na in dese somme 67894 Ghi moet nemen die twee achterste figuren of cijfferen aen die slincker hant dat is 6 ende 7 maect 67 Nu besiet hoe vele 7 dat daer in zijn Ghi vinter 9 ende daer blijft 4 ouer welc 4 hier voer 40 staen. daer toe addeert 8 maect 48 die telt wt met 7 ende daer blijft 6 ouer. die maken hier 60 daer toe addeert 9 ende maect 69 Die telt wte met 7 ende daer blijft 6 ouer...

Uit de *Maniere* van 1569 (f. 4b)

Proeue van addition. Ghy moet alle die sommen wt tellen met 9. Exempel als hier na in die somme 67894 ghi sult beghinnen aen die achterste figure oft cijffere aen dye slincker hant, dat is 6 seggende 6 ende 7 is 13 daer toe addeert 8 comt 21 daer toe addeert 9 compt 30 daer toe addeert 4 comt 34, nu besiet hoe veel 9 dat ghi daer in hebt te weten in 34 comt 3 ende daer blijft 7 ouer dat set aen deen side. Daer na doet met die ander somme ghelijc met die eerste, ende daer blijft ooc 7 ouer Dat set oock aen deen side. Daer na telt dye derde wt met 9 daer blijft 2 ouer, dye set aen deen side...

Uit *La Maniere* (f. 5b)

Preuue de laddition. Il te fault toutes les sommes compter dehors par 9. Exemple comme en ceste somme 67894, tu commenceras a la derniere figure ou cyfre a la main senestre qui est 6 disant 6 & 7 font 13 a ce adiouste 8 qui font 21 puis adiouste 9 ce fait 30, puis adiouste 4 dont vient 34, or regarde combien de 9 que tu y trouueras, ascauoir en 34, dont en vient 3, & sy en demeure 7 lesquelles tu mettras a part. Puis fais de lautre somme comme de la premiere, et en demourera aussy 7 lesquelles tu metteras aussy dung coste. Puis apres compteras la tierce somme dehors par 9, & en demourera 2 lesquelles mettras dung coste...

Dat de geciteerde tekst uit *La Maniere* een vertaling is uit het Nederlands, en geen wijziging aangebracht door de vertaler, blijkt uit

bepaalde, in het Frans ongebruikelijke uitdrukkingen als « compter dehors » voor « uittellen ». De gelijkenis tussen *La Maniere* en de laatste druk van de *Maniere* is slechts op één manier redelijke te verklaren, nl. door aan te nemen dat er, buiten de drie gekende drukken van het Vlaamse boekje, vóór 1529 nog een andere is geweest, waarvan die van 1569 een trouwe kopie is. Misschien duikt ergens nog wel eens een exemplaar op.

**
*

J. Ch. Brunet vermeldt in zijn *Manuel du Libraire et de l'Amateur de Livres* (deel 5, kol. 1384) een anoniem Frans rekenboekje, gedrukt te Lyon bij Claude Veycellier : *La Vraye maniere, pour apprendre a Chiffrer & compter, par plumes & gettz : selon la science de algorisme en nombre entier & rompu : fort facile a apprendre a toutes gens, tant pour lart darismeticque, que par les questions & exemples : cy dedans inseres & corriges* (verder als *La vraye Maniere* geciteerd) (6). Op de titelpagina vindt men de figuur met de rekenpenningen terug, die we reeds aantreffen in de twee Antwerpse drukken van de *Maniere* en in de Franse vertaling. Het kolofon luidt : « Cy finist lart et science de Arismeticque, contenant plussieurs belles praticques, exemples, et questions : fort vtils a vng chascun. Nouuellement Imprime a Lyon, par Claude veycellier, demourant en rue merciere, A lenseigne saint Jehan Baptiste. » Het boekje, een langwerpige in-12° van 84 ongenummerde bladen, is niet gedateerd ; het verscheen waarschijnlijk tussen 1530 en 1537.

De overeenkomst tussen de titel en de figuur op de titelpagina van *La vraye Maniere* met die van *La Maniere* wettigt het vermoeden, dat het eerste werkje een herdruk is van het tweede (7). Bij nader toezien blijkt echter, dat dit niet het geval is. De overeenkomst tussen de beide werkjes gaat niet verder dan de titelpagina.

La vraye Maniere is verdeeld in zes boeken. Het eerste behandelt

(6) Het British Museum bezit een exemplaar van dit zeldzaam werkje. Ik dank de Heer A. Smeur, die mij hierop wees.

(7) Brunet schrijft bij *La vraye Maniere* : « Ce doit être la même chose que celui dont, à l'article Manière, nous avons décrit une édition d'Anvers 1529. »

het rekenen « selon .ix. especes en nombre entier, par chiffres ». Deze negen « species » zijn : numeration, addition, subtraction, duplation, mediation, multiplication, progression (8), division of partition, des racines l'extraction. Deze laatste bewerking wordt alleen in de inleiding vermeld, verder is er geen spoor meer van. Naast duplation wordt ook triplation en quadruplation geleerd ; ook is sprake van het delen door drie (tiercer) en door vier (quadrier). Het tweede boek is een korte uiteenzetting over het rekenen met penningen. Het derde handelt over « les nombres rought et fractions ». De drie laatste boeken zijn verzamelingen van vraagstukken, o.a. over « la reigle de troys : tant en poys comme en mesures » (boek 4), « la reigle de compaignie » (gezelschapsrekenen) (boek 5) en over « plusieurs reigles et questions pour auoir plus grande notice de ceste science darismeticque » (boek 6, bij vergissing « le quart liure » genoemd).

D. E. Smith beschrijft in zijn *Rara arithmetica* (blz. 268) een anoniem werkje met als titel : *L'Arithmetique et Maniere de apprendre a Chiffrer & compter par la plume & par les gestz en nombre entier & rompu, facile a apprendre, & tresutile a toutes gens. De nouveau reueue & corrige...* A Paris. Par Iehan Ruelle. 1556. Zeer waarschijnlijk is dit een herdruk van *La vraye maniere*. Een werkje met dezelfde titel, gedrukt bij Thibaud Payen te Lyon in 1555 wordt toegeschreven aan een zekere Antoine Cathalan (of Cathelan) (9).

**
*

Het oudste gedrukte Engelse rekenboekje verscheen in 1537 bij John Herford te St. Albans. Het werd in 1539 te Londen herdrukt door Nicholas Bourman onder de titel : *An introduction for to lerne to reckon with the pen, or with the counters accordynge to the trewe*

(8) Over het berekenen van de som van de termen van zeer eenvoudige rekenkundige of meetkundige reeksen.

(9) Zie bijv. *La Bibliothegve d'Antoine du Verdier, Seignevr de Vavprivas, Contenant le Catalogue de tous ceux qui ont escrit, ou traduict en François, & autres Dialectes de ce Royaume...* Lyon, Barthelemy Honorat, 1585, blz. 52 ; ook in : *Les Bibliothèques (sic) françoises de la Croix du Maine et de Du Verdier sieur de Vauprivas ; Nouvelle édition, ...*, Par M. Rigoley de Juvigny, Paris, 1772, tome I, blz. 31, tome III, blz. 98-99.

cast of Algorisme, in hole numbers or in broken, newly corrected. And certayne notable and goodlye rules of false posytions thereunto added, not before sene in oure Englyshe tonge, by the whiche all maner of difficyle questyons may easily be dissolued and assoylyd. Anno dni. 1539 (verder geciteerd als *An Introduction*). Van de eerste druk bezit het British Museum een fragment; het enige bekende exemplaar van de tweede druk berust in de Bodleian Library van de Universiteit van Oxford (in de volgende regels wordt steeds naar deze druk verwezen). Andere uitgaven zijn die van 1546, 1552, 1556, 1574, 1581 en 1629, alle te Londen (10). Men kan in *An Introduction* zes grote delen onderscheiden. Het eerste (f. 2b-41a) leert het rekenen met Hindo-Arabische cijfers; hierin worden de volgende species behandeld: numeratie, optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling, reductie (11) en progressie (12). In het tweede deel (f. 41b-44b) vindt men « The rules of fraccions ». Dan volgt (f. 45a-48b) « A table very necessary for multiplycacyon », d. i. de tafel van vermenigvuldiging van 1×1 tot 99×99 . Het vierde deel (f. 49a-80b) behandelt « the rules, and fyrste the rule of thre »; het is een verzameling vraagstukjes over de regel van drieën, de gezelschapsregel, enz. Deel vijf (f. 81a-94b) is een « introduction for to lerne to reken with the counters », d. i. met rekenpenningen. Hierna volgt, in het zesde deel (f. 95a-111a), een tweede reeks vraagstukken, die evenals de voorgaande begint met toepassingen op « the golden rule », d. i. de regel van drieën.

Aan het slot van het in noot 10 geciteerde artikel formuleert Richeson de volgende besluiten in verband met het ontstaan van *An Introduction*: « A careful examination of *An Introduction* seems to indicate that the work is a compilation of various parts of other texts or manuscripts into one composite work... It is highly probable that the first part of the text was a translation of some obscure French

(10) Deze gegevens zijn ontleend aan het artikel van A. W. Richeson: *The first Arithmetic printed in English*, in *Isis*, 37, 1947, 47-56, waar men ook de verdere beschrijving van deze verschillende uitgaven vindt.

(11) Dit zijn vraagstukjes waarin bijv. « shelynges » gereduceerd worden tot « poun- des », « pens » tot « shelynges », enz.

(12) Zie noot 8.

manuscript or, at any rate, a continental manuscript. On the other hand, the discussion of counter reckoning was no doubt taken from an English manuscript of an earlier date. » Bij de lezing van Riche-son's artikel viel mij de gelijkenis op tussen bepaalde citaten uit *An Introduction* met passages uit de *Maniere*. Met behulp van een micro-film, mij bezorgd door de Bodleian Library, heb ik de beide werkjes vergeleken. Weldra bleek, dat sommige delen van *An Introduction* ver-taald zijn uit de *Maniere*. Bovendien constateerde ik, dat ook *La vraye Maniere* gebruikt werd bij het opstellen van het Engelse boekje. Voor elk van de zes delen die men in *An Introduction* kan onderscheiden, geven wij nu aan op welke manier ze afhankelijk zijn van de twee andere werkjes.

In het eerste deel, over het rekenen met gehele getallen, treft men hier en daar passages aan ontleend aan de *Maniere*; andere meer om-vangrijke paragrafen komen uit *La vraye Maniere*, bijv. het hele hoofd-stuk over « progressyon ». Geen van beide boekjes werd echter vol-ledig gevolgd. De Engelse bewerker heeft de elementen die hij vond in het Nederlandse en het Franse boekje verwerkt tot een geheel. Dat hij hierbij niet alles klakkeloos heeft overgenomen blijkt uit het feit, dat hij bewust bepaalde hoofdstukken heeft weggelaten, nl. die over mediatie en duplatie. Hij schrijft hierover op f. 25b: « And where as in other copies is set duplacyon, triplacyon, and quadruplacyon, all that is superfluous, for so much as it is contayned under the kynde of multiplycacyon: and they that are experte in this feete, maye ryghte well perceauē it. »

Het tweede deel, « The rules of fraccyons », is, op enkele regels na, de vertaling van het deel over breuken uit de *Maniere*; alleen werden de hoofdstukken over de mediatie en de duplatie weggelaten. Als il-lustratie volgt hier het begin van dit deel in de *Maniere* met de En-gelse vertaling.

Die Maniere (c. 1510) (f. 22b)

Int ghebroken zijn twee manieren van ghetalen, daer af dat eerste ghehe-ten is den Teller want hi bediet altijt het ghetal van den deelen die onder hem staen. Dat ander heetmen den Noemer want hij noemt altijt die deelen hoe veel Dese staet altijt onder den teller.

An Introduction (f. 41b)

In fraccyons there be two maners of numbers, wherof the fyrste is called the numerator for he sheweth the number of the denominator, that standeth under hym. The other is called the denomi-nator, for he sheweth euer howe much the parte is, and standeth euer under the numerator.

De woorden « teller » en « noemer » worden hier vertaald door « numerator » en « denominator ». Merkwaardig is, dat die termen verder niet meer voorkomen, maar steeds vervangen worden door de in het Engels wel zeer ongebruikelijke woorden « teller » en « number ». Als voorbeeld het volgende citaat (13).

Die Maniere (f. 23b)

Maer als de broken ongelike noemers hebben (sic), als dese $9/13$ van $5/6$ soe multipliceert beyde die noemers mit malcanderen ende segt 6 werf 13 is 78 Daer na multipliceert cruyswijs de noemers metten tellers ende segt 12 werf 6 is 72 (14) ende 6 werf 9 is 54 Nu trect 54 van 65 blijft 11 die set bouen 78 aldus $11/78$.

An Introduction (f. 43a)

But when there cometh broken and uneven numbers, as these $9/13$ from $5/6$ then multiply bothe the numbers together, in sayenge 6 tymes 13 is 78. Then multiplie crossewyse the numbers with the tellers, in sayenge 13 tymes 5 is 65 from 6 tymes 9 is 54, now substracte 54 from 65 and there resteth 11, that 11 set aboue 78 as thus $11/78$.

Het gerbuik van de termen « teller » en « number » bewijst dat bij het opstellen van *An Introduction* het Nederlands origineel van de *Maniere* gebruikt is, niet de Franse vertaling (15).

Het derde deel van *An Introduction*, de tafel van vermenigvuldiging, komt onder die vorm noch in de *Maniere* noch in *La vraye Maniere* voor.

Het vierde deel bevat de vertaling van de boeken vier, vijf en zes van *La vraye Maniere* (16) en van zes vraagstukjes uit de *Maniere* (fol. 40b-41b, 42b, 50b-52a). Deze laatste zijn aan het einde van dit vierde deel samengebracht onder de titel : « Here folowe dyvers other proper rules and questyons » (f. 78a-80b).

De « introduction for to lerne to reken with counters » is de ver-

(13) Om typografische redenen zijn de breuken gedrukt met een schuine breukstreep. In de originele teksten staat de noemer steeds onder de teller.

(14) Hier moet staan « 13 werf 5 is 65 » i. p. v. « 12 werf 6 is 72 ».

(15) In *La Maniere* worden « teller » en « noemer » vertaald door « denombrant » of « nombrant » en « denonciateur ».

(16) In de Engelse tekst werden echter vier vraagstukjes ingelast, die niet voorkomen in *La vraye Maniere*, nl. 1° The rule and questyon of zarasins, for to cast them within the see (f. 66b), 2° The rule and questyon of a garden (f. 68b), 3° The rule and questyon of thre women that bare apples to the market (f. 70b), 4° The rule and questyon of the bell (f. 71b).

taling van het stuk over het rekenen met penningen uit de Antwerpse drukken van de *Maniere*. De Engelse tekst is echter uitvoeriger, omdat de vertaler hier en daar voorbeelden heeft tussengevoegd. Bij de vermenigvuldiging bijv. werkt hij eerst de produkten 4×9 en 24×14 uit, daarna komt het moeilijker voorbeeld 4563×24 uit de *Maniere*.

Ook het zesde deel is, afgezien van het laatste stuk, de vertaling van de vraagstukken uit de *Maniere* f. 27a tot 40a; enkele vraagstukjes werden echter weggelaten. Het slot van dit deel, over « the rule of false posytyons » (f. 104b-111a), komt noch uit de *Maniere*, noch uit *La vraye Maniere*.

Samenvattend kunnen we zeggen, dat de *Maniere*, afgezien van het eerste deel over het rekenen met gehele getallen, volledig in *An Introduction* is terug te vinden. Het Engelse boekje bevat bovendien de vertaling van de drie laatste boeken van *La vraye Maniere* en van een deel van het eerste boek. Eigen aan *An Introduction* zijn sommige paragrafen in het eerste deel en het hoofdstuk over « the rule of false posytyons » aan het einde.

P. Bockstaele.

SUMMARY.

In some Dutch arithmetics of the 16th century, f. e. in the *Cijferbouck* by the Bruges schoolmaster Adriaen vander Gucht (Bruges 1569), we clearly notice the influence of the first printed Dutch arithmetic *Die Maniere om te leeren cijffren na die rechte consten* *Algorismi* (see *Scientiarum historia*, pp. 53-71).

Of *Die Maniere* a French translation entitled *La maniere pour aprendre a cyfrer et compter par plumes et gectz* was published in 1529 at Antwerp.

The first arithmetic printed in English : *An Introduction for to lerne to reckon with the pen* (St. Albans 1537, London 1539, and several other editions) seems to be a translation and compilation of *Die Maniere* and of another French anonymous work : *La vraye Maniere pour apprendre a Chiffrer et compter par plumes et gectz*, printed in Lyon between 1530 and 1537.